

Teleskopnachführung – eine Analyse

Zum periodischen Fehler eines Schneckengetriebes

VON THOMAS EVERSBERG, NORBERT REINECKE UND KLAUS VOLLMANN

Beim Ausrichten und Nachführen von Teleskopen kommen häufig Schneckenantriebe zum Einsatz. Herstellungsbedingte mechanische Ungenauigkeiten der Schnecke und des Schneckenrades führen zu nicht vernachlässigbaren periodischen Nachführfehlern. Im folgenden Beitrag beschreiben wir eine Methode zur schnellen Bestimmung des absoluten Fehlers.

Die Anforderungen an die Genauigkeit astronomischer Nachführungen sind weitaus höher als bei anderen Anwendungen. Besonders bei lang belichteten Himmelsaufnahmen mit Kameras, CCD-Chips, Spektrographen und Photometern muss eine für die verwendete Optik hinreichend genaue Nachführung gewährleistet sein. Da die herstellungsbedingten mechanischen Ungenauigkeiten von Schnecken und Schneckenrädern in diesen Fällen nicht vernachlässigbar sind, ist eine Abschätzung der Fehler hilfreich.

Während des Baus einer Teleskopmontierung stießen wir auf das Problem, den periodischen Fehler unseres Schneckenantriebs mit einem Schneckenrad von 250 Millimetern Durchmesser und 250 Zähnen bestimmen zu müssen. Da der Hersteller unseres Schneckenrads, die Firma Kremp in Wetzlar, lediglich Angaben zur Unrundheit des Rads machen konnte, waren wir auf die im Folgenden dargestellten eigenen Überlegungen angewiesen.

Rechnerische Fehlerabschätzung

Da sich das Schneckenrad bei der Nachführung nur sehr langsam dreht, wird der periodische Fehler des Antriebs vor allem dadurch bestimmt, wie stark die Antriebsschnecke von der Kreisform abweicht. Diese Unrundheit, also der Abstand der Zahnschnecken vom Mittelpunkt der Schnecke, ist herstellungsbedingt und variiert harmonisch, zum Beispiel

als Sinus mit

$$f(t) = A \sin \frac{2\pi t}{T}$$

Die Amplitude A ist hierbei die vom Hersteller angegebene Unrundheit und T ist die Zeitdauer einer kompletten Schneckenrotation. Da wir später wissen möchten, wie schnell sich der periodische Fehler (in Winkel pro Zeit) bemerkbar macht, müssen wir die Geschwindigkeit bestimmen, mit der die Unrundheit auftritt. Diese ergibt sich mit der ersten Ableitung nach der Zeit zu:

$$\frac{df}{dt} = \frac{2\pi}{T} A \cos \frac{2\pi t}{T}$$

Die stärkste Änderung tritt in den Wendepunkten auf und beträgt

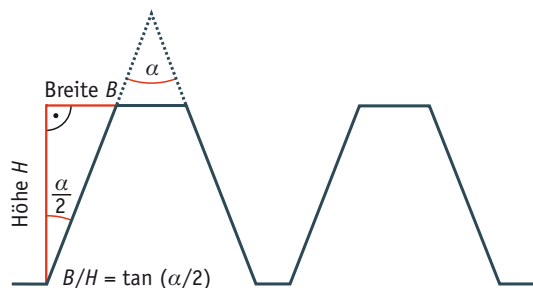
$$f_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$$

Nun ist nicht nur die Schnecke als antreibendes Element zu betrachten, sondern ebenso die Übersetzung zwischen Schnecke und Schneckenrad. In der entsprechenden Rechnung müssen wir die Flankensteilheit der Schneckenzähne berücksichtigen. Bei einem gegebenen Verhältnis V der Breite B zur Höhe H können wir die Flankensteilheit des periodischen Fehlers also noch um den Faktor $V = B/H$ reduzieren. Der V entsprechende Winkel $\alpha = 2 \arctan(B/H)$ wird als Flankenwinkel bezeichnet und liegt gewöhnlich zwischen 30 und 40 Grad. In unserem Fall beträgt er 30 Grad und wir können also bei unseren Betrachtungen



Abb. 1: Unsere Messungen des periodischen Fehlers eines Schneckengetriebes führten wir mit einem 8-Zoll-Schmidt-Cassegrain-Teleskop 2080B von Meade und einer ST-6-CCD-Kamera durch.

Abb. 2: Winkel- und Längenverhältnisse der Schnecke



tungen von einem Verhältnis V von $B/H = 1:4$ ausgehen (Abb. 2).

Damit sich das Schneckenrad um die Breite eines Zahns dreht, muss die entsprechende Schnecke eine volle Drehung durchführen. Mit der Tageslänge von 86400 Sekunden ergibt sich für eine Schnecke mit 250 Zähnen eine Umdrehungsdauer von $86400 \text{ s}/250 = 346 \text{ s}$. Der periodische Fehler ergibt sich unter anderem aus dieser Umdrehung und den Ungenauigkeiten von Schnecke und Schneckenrad.

Welche Einflüsse tragen zum periodischen Fehler bei?

Wir wissen von der Firma Kremp lediglich, dass gemäß DIN 3962 (Rundlauf und Planschlag) sowie DIN 3975 (Begriffe und Bestimmungsgrößen) eine Unrundheit des Schneckenrads und der Schnecke von weniger als 25 Mikrometer garantiert wird. Weitere Auskünfte sollte uns eine Werkstatt erteilen, die mehrere Getriebe von Kremp vermessen hatte und kleine astronomische Montierungen baut. Bezüglich des Rundlauffehlers erklärte uns der Werkstattleiter, dass er bei keinem der Getriebe (Durchmesser 100 mm) einen Fehler von mehr als zehn Mikrometer pro Umdrehung feststellen konnte. Weiterhin konnte bei diesen Montierungen ein durchschnittlicher periodischer Fehler von 20 Bogensekunden ermittelt werden. Zum periodischen Fehler können die folgenden Einflüsse beitragen:

- Rundlauffehler des Schneckenrades
- Rundlauffehler der Schnecke
- Steigungsfehler der Schnecke
- Höhengschlag der Schnecke
- Zentrierfehler der Schnecke sowie weitere Aspekte der Wellenlagerung.

Als weitere Fehlerquellen kommen Staub- und Schmutzteilchen in der Lagerschmierung sowie mechanische Teilungsfehler, Verbiegungen, Lagerspiel, Lastwechselreaktionen und ein falsch eingestelltes Spiel in Betracht. Um diese Fehler zu minimieren, sollten nicht einfache Getriebe aus dem Maschinenbau Verwendung finden, sondern solche, die neben der entsprechenden Kraftübertragung auch eine hohe Laufgenauigkeit garantieren. Grundsätzlich gilt: Je größer das Schneckenrad ist, desto kleiner ist auch der periodische Fehler. An unserer großen Montierung mit einem Raddurchmesser von 480 Millimetern können wir keinen periodischen Fehler beobachten. Die Nachweisgrenze liegt hier bei fünf Bogensekunden.

Beim Bau unserer Montierung betrachteten wir den Rundlauffehler des Schneckenrades und der Schnecke, sowie den Steigungsfehler der Schnecke.

Der Rundlauffehler des Schneckenrades sollte nach DIN kleiner als 25 Mikrometer sein. Die Werkstatt ermittelte etwa zehn Mikrometer. Ebenfalls um einen Faktor zwei kleiner als die DIN-Vorgabe erwies sich der Rundlauffehler der Schnecke. Der Steigungsfehler der Schnecke muss gemäß DIN auf 30 Zentimeter Länge kleiner als 25 Mikrometer sein, er darf somit am Schneckeneingriff maximal 0,5 Mikrometer betragen.

Der Höhengschlag und die Zentrierfehler der Schnecke sowie weitere Detailspekte der Wellenlagerung sind in unserem Fall nicht quantifizierbar, und wir wollen diese nicht berücksichtigen. Es wird sich jedoch zeigen, dass unsere Betrachtungen für eine Bewertung ausreichen. Die Addition der ersten drei Einzelfehler ergibt unter Berücksichtigung des Flankenwinkels: $10 \mu\text{m}/4 + 25 \mu\text{m}/4 + 0,5 \mu\text{m} = 9,25 \mu\text{m}$. Da die Einzelfehler jedoch auch unkorreliert auftreten können, sind sie quadratisch zu addieren:

$$\sqrt{\left(\frac{10 \mu\text{m}}{4}\right)^2 + \left(\frac{25 \mu\text{m}}{4}\right)^2 + (0,5 \mu\text{m})^2} = 6,75 \mu\text{m}.$$

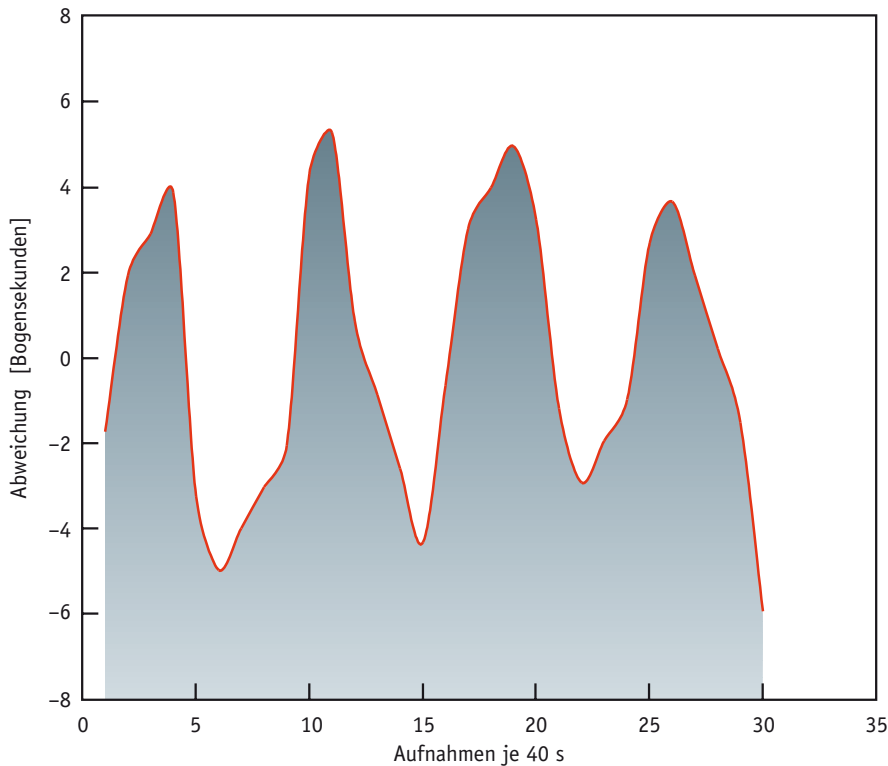
Insgesamt ergibt sich ein maximaler Gesamtfehler von rund 9,25 Mikrometer, falls die Einzelfehler korreliert auftreten, und von 6,75 Mikrometer im unkorrelierten Fall.

Eine Bewegung des 250-mm-Schneckenrades um einen Mikrometer entspricht einer Winkeldrehung der Rektaszensionsachse um 1,7 Bogensekunden. Am Himmel entspricht dann der maximale Gesamtfehler im korrelierten Fall einem Winkel von $9,25 \mu\text{m} \times 1''/7 \mu\text{m} \approx 15''/7$, im unkorrelierten Fall 11,5 Bogensekunden.

Wir müssen nun beachten, dass dieser Wert die totale Amplitude von Spitze zu Spitze darstellt. Somit ist $A = 7''/9$ beziehungsweise $A = 5''/75$. Mit der obigen Formel für f_{max} und der Umdrehungsdauer T der Schnecke von 346 Sekunden ergibt sich nun $f_{\text{max}} = 0''/14/\text{s}$ (korreliert) beziehungsweise $f_{\text{max}} = 0''/11/\text{s}$ (unkorreliert). Bei einer durch die atmosphärische Luftunruhe (Seeing) begrenzten Winkelauflösung der Himmelsaufnahme von zwei Bogensekunden sollte ein Beobachter dementsprechend etwa 14 beziehungsweise 18 Sekunden Zeit haben, um die Nachführung zu korrigieren.

Praktische Fehlerbestimmung

Das theoretisch erzielte Ergebnis überprüften wir mit einem 8-Zoll-Schmidt-Cassegrain-Teleskop ($f/10$) des Typs Meade 2080B, sowie einer CCD-Kamera vom Typ ST-6. Den zur Messung verwendeten Aufbau zeigt Abb. 1. Zunächst richteten wir den Montierungskopf grob auf



▲ Abb. 3: Der von uns ermittelte Kurvenverlauf zeigt 3.5 Perioden des Schneckenfehlers.

den Himmelspol aus. Anschließend zentrierten wir einen Stern, der möglichst nahe am Himmelsäquator steht, mit dem Teleskop und registrierten fortlaufend seine Verschiebung auf dem Chip der CCD-Kamera. Die Achsen des CCD-Chips mussten dabei parallel zu den Bewegungsachsen der Montierung ausgerichtet sein.

Abhängig von der Ausrüstung des Beobachters bieten sich zwei verschiedene Vorgehensweisen für das Messverfahren an:

1. Der Beobachter nimmt zeitlich äquidistant auszulesende CCD-Bilder eines Sterns auf und speichert sie fortlaufend ab. Anschließend sind die Pixelpositionen lediglich in Richtung der Rektaszensionsbewegung Bild für Bild abzulesen und in ein Excel-Blatt manuell zu übertragen. Die Rektaszensionswerte lassen sich nun in Abhängigkeit vom Aufnahmezeitpunkt der CCD-Belichtungen graphisch darstellen.

2. Manche kommerziellen Softwarepakete zum Betrieb von CCD-Kameras, wie zum Beispiel MaximDL-CCD erlauben im Betriebszustand »Startracking« eine automatisch erstellte Aufzeichnung der Pixelkoordinaten des ausgewählten Sternes in tabellarischem Format. Hierbei muss allerdings die Verbindung zwischen Computer und Motorsteuerung unterbrochen sein, sodass die tatsächlichen Bewegungen der Stundenachse unkorrigiert erfasst werden. Auch hier sind – wie

unter 1. beschrieben – nur die Werte der Rektaszensionsrichtung in ein Excel-Blatt zu übertragen. Dieses Verfahren zeichnet sich durch eine vergleichsweise hohe Geschwindigkeit aus, da große Datenmengen automatisiert in Excel übertragbar sind. Wiederum ist das Ergebnis eine Darstellung der Rektaszensionswerte als Funktion der Zeit.

Die Umrechnung der Pixeldimension in den entsprechenden Winkel erfolgt in guter Näherung durch die Faustformel:

$$\text{Winkel ["}] = 0.2 \times \frac{\text{Pixellänge [\mu\text{m}]}]{\text{Fokallänge [m]}}$$

Ein entsprechendes Diagramm der Rektaszensionswerte in Bogensekunden, aufgetragen gegen die verstrichene Zeit, zeigt Abb. 3.

In unserem Messaufbau betrug die Brennweite zwei Meter und die Pixellänge 27 Mikrometer. Die Messungen ergaben eine reproduzierbare periodische Pendelung des Messwerts von ± 2 Pixeln um die Mittellinie. Dieser Wert entspricht einem periodischen Schneckenfehler von ± 5.4 Bogensekunden und stimmt erstaunlich gut mit dem von uns errechneten Wert für unkorrelierte Einzelfehler von 5.75 Bogensekunden überein. Dabei haben wir übrige Fehlerquellen wie den Höenschlag und die Zentrierfehler der Schnecke nicht berücksichtigt. Bezüglich der maximal vorkommenden Änderungsgeschwindigkeit ergibt sich aus den Messungen eine Steilheit von $0.1/s$. Auch dieses Ergebnis unterstützt die Vermutung, dass die drei betrachteten Fehler unkorreliert auftreten.

Fazit

Offensichtlich stellt die Betrachtung von nur drei Fehlerquellen (Rundlauffehler des Schneckenrades und der Schnecke sowie Steigungsfehler der Schnecke) eine akzeptable Abschätzung des periodischen Gesamtfehlers dar, sofern berücksichtigt wird, dass diese drei Fehler unkorreliert auftreten. Dabei ist zu beachten, dass der Steigungsfehler der Schnecke deutlich kleiner ist als die beiden anderen betrachteten Fehler und somit eine nur geringe Rolle bei unseren Betrachtungen spielt. Damit reichen die in der Regel von entsprechenden Herstellern angegebenen Werte zur Unrundheit des Schneckenrads für eine Analyse aus. □



Thomas Eversberg ist Physiker und erforschte in Bochum und Montréal die Winde massereicher Sterne. Heute

arbeitet er als Raumfahrtmanager beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) und ist Mitglied der VdS-Fachgruppe »Spektroskopie«.



Norbert Reinecke ist Physiker und hat sich in Hannover mit optischer Spektroskopie,

zeitaufgelöster Laser- und NMR-Spektroskopie beschäftigt. Heute arbeitet er als Referatsleiter im Bundesministerium der Verteidigung und ist ebenfalls Mitglied der VdS-Fachgruppe »Spektroskopie«.



Klaus Vollmann ist Physiker und hat sich in Wuppertal mit dem zeitlichen Verhalten von Infrarotdetektoren

und der Modellierung der oberen Erdatmosphäre beschäftigt. Heute arbeitet er als Financial Engineer und Risiko-Controller in der Finanzwirtschaft und ist ebenfalls Mitglied der VdS-Fachgruppe »Spektroskopie«.