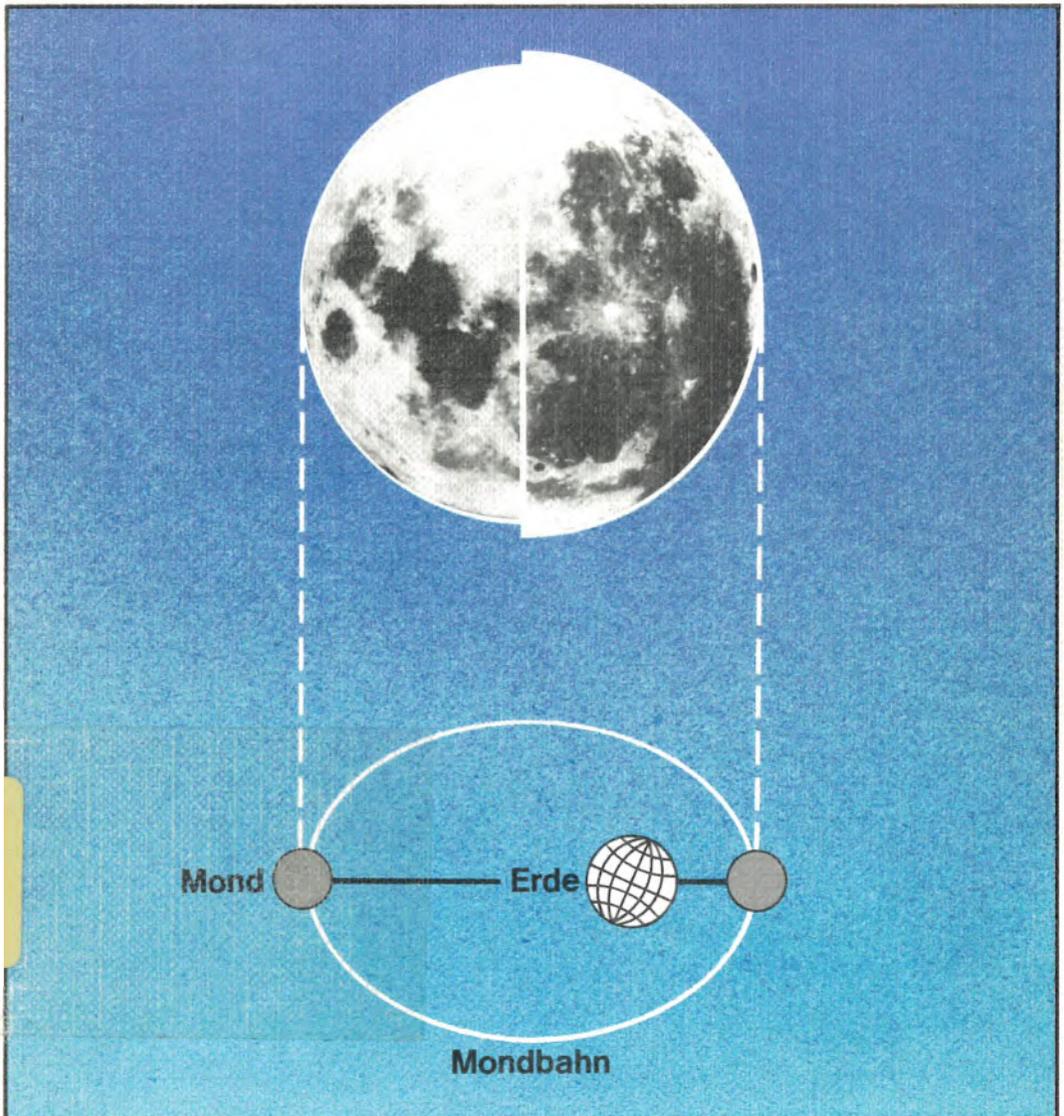


Schlosser/Schmidt-Kaler

ASTRONOMISCHE

MUSTERVERSUCHE

Sekundarstufe II



Hirschgraben

Wolfhard Schlosser · Theodor Schmidt-Kaler

ASTRONOMISCHE MUSTERVERSUCHE

für die Sekundarstufe II

Eine Handreichung für den Lehrer
zur praktischen Behandlung von Astronomie,
Astrophysik und Weltraumforschung
im Physik- und Mathematikunterricht

Hirschgraben-Verlag · Frankfurt am Main

ISBN 3454 249309

Vorwort

Nach Jahrzehnten der Ruhe ist auf dem Gebiet der Schulastronomie in den letzten Jahren eine erfreuliche Zunahme des Interesses zu verzeichnen. Gleichzeitig wurden die Kontakte zwischen Schule und Universität verstärkt. An mehreren Sternwarten und Astronomischen Instituten wurden Fortbildungskurse namentlich für Gymnasiallehrer eingerichtet. Lehrer erfuhren dabei neue Einsichten in den Aufbau und die Geschichte des Kosmos, der sich – wie Albrecht Unsöld treffend sagt – jeder Generation in stets neuem Gewande darstellt. Astronomen wiederum bekamen Einblick in den Schulalltag, in dem die Lehrer all den unausgereiften Reformen zum Trotz das sich ständig erweiternde naturwissenschaftliche Weltbild einer nachfolgenden Generation zu vermitteln versuchen. Aus dieser fruchtbaren Zusammenarbeit erwuchs eine Fülle von Lehrmaterial – von der Dia-Sammlung bis zum Schulbuch – in welchem der stofflichen wie der didaktischen Komponente gleiches Gewicht zugewiesen wurde.

Das vorliegende Buch möchte sich in diese Entwicklung einordnen. Sein Ziel ist es, die Verwendung astronomischen und weltraumkundlichen Lehrstoffes im Physik- und Mathematikunterricht zu erleichtern. Im Zentrum steht dabei die praktische Beschäftigung mit der Astronomie, die sonst allgemein zu kurz kommt. Dem Kriterium der schulischen Durchführbarkeit sind alle anderen Kriterien untergeordnet. So ist dieses Buch insonderheit kein Lehrbuch der Astronomie im herkömmlichen Sinne. Weder wird der Stoff systematisch dargeboten, noch ist er vollständig. Die parallele Verwendung eines Lehrbuches* ist anzuraten.

Mit einem Pfeil (↑) wird auf Stichworte im Register der Bücher „dtv-Atlas zur Astronomie“ von Herrmann oder „Astronomie I/II“ von Gondolatsch, Groschopf und Zimmermann verwiesen (siehe Literaturanhang). Diese Begriffe werden im vorliegenden Buch nicht weiter erläutert.

Die astronomischen Musterversuche können nicht nur im Physikunterricht eingesetzt werden, sondern auch in der **Mathematik** und in der **Geographie**. In ihnen spiegelt sich die eigentümliche Entwicklung der Astronomie, die sich im Verlauf ihrer Geschichte an immer wieder andere Wissenschaften anlehnte oder sie befruchtete, um diese dann wieder zu verlassen. So dürften für die Mehrzahl der Leser Astronomie und Astrophysik praktisch gleichbedeutend sein, und in der Tat ist ja die Astronomie des zwanzigsten Jahrhunderts im wesentlichen durch die Physik geprägt. Diese sehr enge Bindung zwischen Physik und Astronomie ist jedoch gerade erst hundert Jahre alt und löste eine mindestens zweitausend Jahre währende Verbindung von Mathematik und Astronomie ab, die nicht minder innig war. Im Zeitalter der Entdeckungen und bis tief ins neunzehnte Jahrhundert war der Zusammenhang mit Nautik, Geographie und Geodäsie äußerst lebendig. Aber auch bevor es eine Mathematik in unserem Sinne gab, haben astronomische Erscheinungen die Menschen stark beschäftigt und hinterließen im steinzeitlichen Totenritus, in Sternreligionen und Astrologie deutliche Spuren. Man darf gespannt sein, ob diese geschichtliche Dynamik der Astronomie wieder zum Durchbruch kommt und wohin dann der Weg führt.

Bei der Ausarbeitung der Musterversuche wurde darauf geachtet, daß die Witterungsverhältnisse in Mitteleuropa die Beobachtungsmöglichkeiten stark beschneiden. Auch dürften Beobachtungen außerhalb der Unterrichtszeit nicht immer leicht zu verwirklichen sein. Grundsätzlich ist daher die Hälfte der Musterversuche

* Beispielsweise „Astronomie I/II“ von Gondolatsch, Groschopf und Zimmermann oder „Einführung in die Astronomie“ von Giese (siehe Literaturanhang).

wetterunabhängig. Ein Viertel ist bei klarem Wetter tagsüber durchführbar. Den Rest bestreiten echte Dämmerungs- und Nachtversuche.

Zur Durchführung der Musterversuche bedarf es keines umfangreichen Instrumentariums. Obwohl die Hälfte ganz ohne Teleskop auskommt, ist doch die Anschaffung eines der handlichen Kompaktteleskope (beispielsweise eines Celestron) zu empfehlen. Im übrigen reicht zur Durchführung der meisten Musterversuche eine normal bestückte Physiksammlung.

Die Entwicklung der Musterversuche wurde durch die tatkräftige Unterstützung vieler Kollegen aus Schule und Forschung erheblich gefördert, denen der Stoff des hier vorgelegten Buches bekannt gemacht und von ihnen durch ihre Kritik mitgestaltet wurde.

Herrn Oberschulrat F. Langensiepen danken wir herzlich für langjährige Zusammenarbeit, insbesondere für die Einrichtung der Studienwochen am Astronomischen Institut der Ruhr-Universität, die letztlich zu diesem Buche führten.

Für die sorgfältige Ausführung der Zeichnungen danken wir Herrn H. Brauer, desgleichen Herrn W. Hünecke für seine gewissenhaft durchgeführten photographischen Arbeiten.

Unser besonderer Dank aber gilt der Stiftung Volkswagenwerk für die finanzielle Unterstützung bei der Entwicklung der Musterversuche und vor allem natürlich unserem Partner in diesem Projekt, Herrn Prof. R.-H. Giese.

Bochum, im April 1981

Die Verfasser

Inhaltsverzeichnis

0.	Die Astronomischen Musterversuche und ihr Einsatz im Schulunterricht	7
1.	Der Erdradius nach Eratosthenes und Posidonius	14
2.	Entfernung des Mondes	19
3.	Die Höhe eines Mondberges	23
4.	Entfernung der Venus	27
5.	Die Astronomische Einheit	34
6.	Die Entfernung des Saturn	38
7.	Entfernung eines sonnenähnlichen Fixsternes	43
8.	Das Olberssche Paradoxon	47
9.	Regelmäßigkeit der Finsternisse / Frühe astronomische Beobachtungstechniken	55
10.	Berechnung der Stellung der Jupitermonde	64
11.	Die Lichtgeschwindigkeit aus der Verfinsterung der Jupitermonde	69
12.	Das Erste Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn	73
13.	Das Zweite Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn	80
14.	Das Dritte Keplersche Gesetz am Beispiel der Jupitermonde	83
15.	Die mittleren Dichten von Sonne und Jupiter im Vergleich zur Erde	86
16.	Astronomische Beobachtungen mit bloßem Auge	91
16.1	Camera obscura in der Natur	92
16.2	Himmelsblau und Skalenhöhe der Atmosphäre	93
16.3	Lichtausbreitung im Nebel	93
16.4	Beobachtungen der Gestirne mit dem bloßen Auge	95
16.5	Die Dämmerungserscheinungen	96
16.6	Die Extinktion der Atmosphäre	98
16.7	Das Licht des Nachthimmels	100
16.8	Das Funkeln der Sterne	102
16.9	Punkt- und Flächenhelligkeiten	102
16.10	Polarisiertes Licht	105
17.	Fernglas und Fernrohr	107
17.1	Versuche zur Lichtstärke (Punktlichtquellen)	111
17.2	Versuche zur Lichtstärke (Flächenstrahler)	112
17.3	Versuche zum Auflösungsvermögen	112
18.	Die Heisenbergsche Unschärferelation und das Auflösungsvermögen optischer Instrumente	114
19.	Granulationsmuster im Laserlicht und statistische Abbildung	117
20.	Die Oberflächentemperatur der Sonne	124
21.	Astrophotographie	127
22.	Photometrie	129
22.1	Sternradien	132
22.2	Oberflächentemperaturen kosmischer Objekte	134
22.3	Entfernungen kosmischer Objekte	137
22.4	Laborversuch: Ein Halbleiterphotometer	138
22.5	Laborversuch: Simulation von Lichtkurven	139
23.	Die Randverdunklung der Sonne	143
24.	Protuberanzen in der Sonnenkorona	150
25.	Spektralanalyse	154
25.1	Sternspektren	158
25.2	Spektroskopie irdischer Lichtquellen	161

25.3	Nachweis von Natrium in der Sonne	162
25.4	Objektivprismen-Spektrograph	162
25.5	Gitterspektrograph	164
26.	Der Dopplereffekt	166
26.1	Bestätigung des Dopplergesetzes im Mikrowellenbereich	167
26.2	Anwendung des Dopplergesetzes auf ein astronomisches Objekt (Nova)	170
27.	Das Magnetfeld der Erde und die Ionosphäre	172
27.1	Bestimmung der magnetischen Deklination	173
27.2	Stärke der Horizontalkomponente	175
27.3	Die stündliche Änderung der Deklination	176
27.4	Die Magnetosphäre der Erde	178
28.	Empfang und Analyse von Wettersatellitensignalen	180
28.1	Der Bahnradius des Satelliten	184
28.2	Rekonstruktion eines Satellitenbildes	186
29.	Die Berechnung geozentrischer Planetenörter	188
30.	Statistische Auswertung von Versuchsergebnissen	199
30.1	Die Gaußverteilung	203
30.2	Die Poissonverteilung	206
31.	Empfehlungen für die Errichtung einer Schulsternwarte	212
32.	Zusammenstellung einiger wichtiger Bücher und Hilfsmittel für die Astronomie	216
33.	Register	220

Abbildungsnachweis: 1.6.2 rechts, 2.6.5* M. Weigele, Donaueschingen; 4.6.4 (Insert) P. Koczet, Bochum; 5.6.1 H. Spinrad, Berkeley; 9.6.2, 9.6.3 Dover Publications, New York, N. Y.; 10.6.2 Insel-Verlag, Frankfurt/Main; 12.11.1 U. S. Govt. Printing Office, Washington, D. C.; 17.1.1 G. Roth, München; 19.5.15, 19.5.16, 19.5.17 Kitt Peak National Observatory, Tucson; 22.1.5* A. Unsöld, Kiel; 22.2.4* K. I. Kellermann, Bonn; 22.2.5* Univ. of Arizona Press, Tucson; 22.2.6* Observatoire de Genève, Genf; 22.2.7* D. Reidel Publ. Comp., Dordrecht; 22.2.8* A. Unsöld, Kiel; 22.2.9* A. D. Code, Madison; 22.2.10* Pergamon-Press, Oxford; 22.2.11* R. W. Russell, Ithaca, N. Y.; 22.2.12* D. Reidel Publ. Comp., Dordrecht; 22.3.7*, 22.3.8*, 22.3.9*, 25.0.5.5*, 25.0.5.6 A. Unsöld, Kiel; 25.4.2 L. Völkel, Essen; 27.4.6 K. Schindler, J. Birn, Bochum.

Mit * gekennzeichnete Abbildungen sind vereinfacht beziehungsweise umgezeichnet. Das Urheberrecht aller anderen Abbildungen liegt bei den Autoren der Musterversuche.

Zeichnungen: H. Brauer, W. Hüneck, Bochum (nach Vorlagen der Autoren).

0. Die astronomischen Musterversuche und ihr Einsatz im Schulunterricht

0.1 Aufbau der Musterversuche

Die 30 astronomischen Musterversuche sind zur Erleichterung ihrer Durchführung nach einem festen Plan aufgebaut. Tabelle 0.8 ordnet die Musterversuche nach ihrer Zugehörigkeit zu einem übergeordneten astronomischen Themenkreis in fünf Gruppen.

Sodann werden jeweils zu jedem Musterversuch aufgeführt:

- der mathematische Schwierigkeitsgrad
- die schulpraktischen Voraussetzungen
- der geeignete Zeitpunkt zur Durchführung
- die ungefähr erforderliche Anzahl der Schulstunden.

0.2 Mathematischer Schwierigkeitsgrad

Er wird charakterisiert durch die Buchstaben A, B und C. Es bedeuten:

A: Kenntnis der vier Grundrechenarten, Dreisatz, Potenzschreibweise

B: Definition der trigonometrischen Funktionen sowie ihre grundlegenden Verknüpfungen (z. B. Additionstheoreme)

C: Grundzüge der Differential- und Integralrechnung.

Ein zugefügtes (S I) kennzeichnet Musterversuche, die unter Umständen auch bereits für die Sekundarstufe I geeignet sind. Die dann notwendigen Vereinfachungen sind in einem Nachtrag am Ende des entsprechenden Musterversuches aufgeführt.

0.3 Höchstfehlerabschätzung

In der jedem Versuch nachgestellten Höchstfehlerabschätzung wird jedoch gelegentlich der angegebene Schwierigkeitsgrad überschritten, da hier das Verhältnis

$$\frac{\text{Änderung des Ergebnisses } \Delta y}{\text{Änderung der Eingabegröße } \Delta x}$$

durch Differentiation der verbindenden Funktion $y = f(x)$ gewonnen wird, worin x die Eingabegröße und y das Ergebnis bedeuten. Will man die Anhebung des Schwierigkeitsgrades zur Ermittlung des Höchstfehlers vermeiden, so kann man stattdessen die beiden Größen

$$x \pm \text{maximal zu erwartendes } \Delta x$$

(Eingabegröße plus bzw. minus maximal zu erwartender Unsicherheit) in $f(x)$ einsetzen und damit ebenfalls die Unsicherheit des Ergebnisses ableiten.

0.4 Schulpraktischen Voraussetzungen

Sie werden wie folgt klassifiziert:

0: keine Geräte erforderlich

I: mit den Bestandteilen einer normal bestückten Physiksammlung durchführbar

II: ein kleines Fernrohr erforderlich (unter Umständen mit Kamera-Ansatz)

III: spezielle Geräte notwendig, die beispielsweise in einer Arbeitsgemeinschaft erstellt werden.

Grundsätzlich kann jeder Musterversuch anhand der beigefügten Diagramme und Abbildungen auch ohne Gewinnung eigenen Ausgangsmaterials durchgeführt werden. Da dieses Buch jedoch zur Durchführung eigener Experimente anregen will, sollten die Abbildungen eher als Beispiele für optimal erstellte Versuchsergebnisse dienen.

0.5 Zeitpunkt der Durchführung

Er wird mit Tag, Dämmerung, Nacht oder beliebig (z. B. Klassenzimmerversuch) angegeben.

0.6 Anzahl der Schulstunden

Sie ist der entsprechenden Spalte unmittelbar zu entnehmen. Falls die Zahl als Summe angegeben ist, so bedeutet der erste Summand die Zeit zur Gewinnung des Ausgangsmaterials, der zweite die Zeit zur Auswertung im Klassenzimmer. Ein Strich steht für die Unmöglichkeit einer Zeitangabe.

Die Tabelle 0.9 vermittelt eine Vorstellung von der Abdeckung der Teilgebiete der Physik durch die astronomischen Musterversuche.

0.7 Der Aufbau der Musterversuche

Jeder Musterversuch beginnt mit der Angabe der notwendigen **Vorkenntnisse**, die im Mathematik- oder Physikunterricht bereitgestellt werden müssen. Die zur Durchführung erforderlichen Arbeitsgeräte oder sonstigen Hilfsmittel werden in den **schulpraktischen Voraussetzungen** detailliert aufgeführt. Die ungefähre Länge des Musterversuches sowie die zweckmäßige Unterteilung gehen aus der **empfohlenen Stundenaufteilung** hervor. In der **Einführung** wird der übergeordnete Rahmen des Musterversuches deutlich. Soweit notwendig werden auch die in der Astronomie gebräuchlichen Fachausdrücke und Größenbezeichnungen gebracht. Im Regelfall wird allerdings den üblichen mathematischen und physikalischen Bezeichnungen der Vorzug gegeben. Die Einführung geht auch kurz auf die geschichtliche Entwicklung der mit dem Musterversuch zusammenhängenden Fragestellung ein. Die **Grundlagen des Musterversuches** ergänzen die erwarteten Vorkenntnisse um die speziell für den vorliegenden Versuch notwendigen Kenntnisse.

Die näheren Einzelheiten zur Erstellung und Verarbeitung des Ausgangsmaterials werden in der **Durchführung des Musterversuchs** aufgeführt. In diesem Abschnitt werden auch Variationsmöglichkeiten deutlich, wie ja überhaupt das Präfix „Muster“ der Musterversuche auf die breite Variationsmöglichkeit im Unterricht hinweisen soll.

Eine Vorstellung der Güte der Messung ermöglicht schließlich die **Höchstfehlerabschätzung**.

Einige Musterversuche sind für **Arbeitsgemeinschaften** interessierter Schüler geeignet. In diesen Fällen ist am Schluß des Musterversuchs darauf hingewiesen.

Ist der Musterversuch grundsätzlich auch im Rahmen der Sekundarstufe I durchführbar, so sind die dann notwendigen Vereinfachungen des mathematischen Apparates in einem **Zusatz für die Sekundarstufe I** zusammengestellt.

0.8 Die astronomischen Musterversuche und ihre Durchführung

Musterversuch	Mathematischer Schwierigkeitsgrad (SI: für Sekundarstufe 1 geeignet.)	Schulprakt. Voraussetzungen	Zeitpunkt der Durchführung	Anzahl der Unterrichtsstunden
I. Entfernungen im Weltall / Hierarchie der kosmischen Objekte				
1. Der Erdradius nach Eratosthenes und Posidonius	A (SI)	I	Nacht	1 + 1
2. Entfernung des Mondes	B	II	Tag	1 + 1
3. Die Höhe eines Mondberges	B (SI)	II	Dämmerung	1
4. Entfernung der Venus	B (SI)	II	Tag	1 + 1
5. Die Astronomische Einheit	B	0	beliebig	2
6. Die Entfernung des Saturn	B (SI)	0	beliebig	1
7. Entfernung eines sonnenähnlichen Fixsternes	A (SI)	II	Tag Nacht	1 + 1
8. Das Olberssche Paradoxon	C	0	beliebig	2
II. Kinematik und Dynamik im Universum				
9. Regelmäßigkeit der Finsternisse / Frühe astronomische Beobachtungstechniken	A (SI)	0	beliebig	2
10. Berechnung der Stellung der Jupitermonde	B	II	beliebig	1 + 1
11. Die Lichtgeschwindigkeit aus der Verfinsterung der Jupitermonde	B	0	beliebig	2
12. Das Erste Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn	B	II	Dämmerung Nacht	2 + 2
13. Das Zweite Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn	C	0	Dämmerung Nacht	1 + 1
14. Das Dritte Keplersche Gesetz am Beispiel der Jupitermonde	A	0	beliebig	1
15. Die mittleren Dichten von Sonne und Jupiter im Vergleich zur Erde	B	II	Tag Dämmerung Nacht	3 + 1
III. Strahlungsphänomene und Wellenoptik				
16. Astronomische Beobachtungen mit bloßem Auge	B,C (teils SI)	0	Tag Dämmerung Nacht	–
17. Fernglas und Fernrohr	A	I	Tag Dämmerung Nacht	3 + 1
18. Die Heisenbergsche Unschärferelation und das Auflösungsvermögen optischer Instrumente	B	I	beliebig	1
19. Granulationsmuster im Laserlicht und statistische Abbildung	A	I	beliebig	1 + 1

Musterversuch	Mathematischer Schwierigkeitsgrad (SI: für Sekundarstufe I geeignet.)	Schulprakt. Voraussetzungen	Zeitpunkt der Durchführung	Anzahl der Unterrichtsstunden
IV. Strahlende Materie				
20. Die Oberflächentemperatur der Sonne	A	II	Tag	1 + 1
21. Astrophotographie	A (SI)	II	Tag Dämmerung Nacht	–
22. Photometrie Teilversuch 1–3	A	0	beliebig	3 + 1
Teilversuch 4–5	B	III		–
23. Die Randverdunklung der Sonne	C	II	Tag	1 + 1
24. Protuberanzen in der Sonnenkorona	B	III	Tag	1 + 1
25. Spektralanalyse	B	II, III	Tag Nacht	3 + 5
26. Der Dopplereffekt	B	II	beliebig	2
V. Weltraumforschung				
27. Das Magnetfeld der Erde und die Ionosphäre	B	II	beliebig	3 + 2
28. Analyse von Wettersatellitensignalen	B	III	Tag	4
29. Die Berechnung geozentrischer Planetenörter	B	0	beliebig	2
30. Statistische Auswertung von Versuchsergebnissen	B, C	0, II	beliebig Tag	3 + 1

0.9 Die Teilgebiete der Physik und ihre Abdeckung durch die Musterversuche

	Mechanik					
	Kine- matik	Newton- sche Axiome	Impuls	Energie	Gravi- tation	Kreis- beweg- ung
1. Der Erdradius nach Eratosthenes und Posidonius	×	—	—	—	—	×
2. Entfernung des Mondes	×	—	—	—	—	×
3. Die Höhe eines Mondberges	—	—	—	—	—	—
4. Entfernung der Venus	—	—	—	—	—	×
5. Die Astronomische Einheit	—	—	—	—	×	—
6. Die Entfernung des Saturn	×	—	—	—	—	×
7. Entfernung eines sonnenähnlichen Fixsternes	—	—	—	×	—	—
8. Das Olberssche Paradoxon	—	—	—	×	—	—
9. Regelmäßigkeit der Finsternisse / Frühe astronomische Beobachtungstechniken	×	—	—	—	—	—
10. Berechnung der Stellung der Jupitermonde	×	—	—	—	—	×
11. Die Lichtgeschwindigkeit aus der Verfinsterung der Jupitermonde	×	—	—	—	—	×
12. Das erste Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn	×	×	—	—	×	—
13. Das Zweite Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn	×	×	×	—	×	—
14. Das Dritte Keplersche Gesetz am Beispiel der Jupitermonde	×	×	—	—	×	×
15. Die mittleren Dichten von Sonne und Jupiter im Vergleich zur Erde	×	×	—	—	×	×
16. Astronomische Beobachtungen mit bloßem Auge	—	—	—	—	—	—
17. Fernglas und Fernrohr	—	—	—	—	—	—
18. Die Heisenbergsche Unschärferelation und das Auflösungsvermögen optischer Instrumente	—	—	×	×	—	—
19. Granulationsmuster im Laserlicht und statistische Abbildung	—	—	—	—	—	—
20. Die Oberflächentemperatur der Sonne	—	—	—	×	—	—
21. Astrophotographie	—	—	—	×	—	—
22. Photometrie	—	—	—	×	—	—
23. Die Randverdunklung der Sonne	—	—	—	×	—	—
24. Protuberanzen in der Sonnenkorona	—	—	—	×	—	—
25. Spektralanalyse	—	—	—	×	—	—
26. Der Dopplereffekt	×	—	—	×	—	—
27. Das Magnetfeld der Erde und die Ionosphäre	—	—	—	×	—	—
28. Analyse von Wettersatellitensignalen	×	—	—	—	—	×
29. Die Berechnung geozentrischer Planetenörter	×	—	—	—	—	—
30. Statistische Auswertung von Versuchsergebnissen	—	—	—	—	—	—

Schwingungen / Wellen					Elektrische und Magnetische Felder			Atomistische Betrachtung / Moderne Physik		
Harmo-nische Schwing.	Wellen-typen	Inter-ferenz	Refle-xion	Polari-sation	Magnet-felder	Induk-tions-gesetz	Elektro-magnet. Schwing.	Quanten-natur d. Lichtes	Atom-modell	Relati-vitäts-theorie
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	×	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	×	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	×	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	×	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	×	—	—	×
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
×	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
×	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	×	×	×	×	—	—	×	—	—	—
—	—	×	×	—	—	—	×	—	—	—
—	—	×	—	—	—	—	×	×	—	—
—	—	×	×	—	—	—	×	—	—	—
—	—	—	×	—	—	—	×	—	—	—
—	—	—	×	—	—	—	×	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	×	—	×	—
—	—	—	—	—	—	—	×	—	—	—
—	—	×	—	—	×	—	×	—	—	—
—	—	×	×	—	—	—	×	—	×	—
—	—	×	×	—	—	—	×	—	—	—
×	—	—	—	—	×	×	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	×	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	×	—	—

1. Musterversuch „Erdradius nach Eratosthenes und Posidonius“

1.1 Vorkenntnisse

Die Form des Erdkörpers ist in guter Näherung eine Kugel. Hängt die Dichteverteilung in der Erde nur vom Abstand zum Erdmittelpunkt ab, so zeigt der Schwerkraftvektor (die Lotrichtung) stets zum Erdmittelpunkt. Mit einer Wasserwaage kann eine Kamera in Lotrichtung ausgerichtet werden. Bei nord-südlicher Versetzung der Kamera macht sich die Änderung der Lotrichtung (\uparrow Polhöhe) als Versetzung der Sternspuren auf den Aufnahmen bemerkbar. Notwendig sind ferner Grundkenntnisse der Kreisgeometrie.

1.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine Voraussetzungen bei Heranziehung der Abb. 1.6.2. Bei Erstellung eigener Aufnahmen ist die Zusammenarbeit zweier Schulen erforderlich. Pro 100 km Abstand entlang des \uparrow Meridians beträgt die Verschiebung der Sternspuren bei $f = 135$ mm Objektivbrennweite etwa 2 mm.

1.3 Empfohlene Stundenaufteilung

1 Schulstunde zur Besprechung und Auswertung; die Aufnahme gelingt ebenfalls in einer Stunde.

1.4 Einführung

Die Ausmaße der Erdkugel und damit der Erdradius bestimmen wie kaum eine andere astronomische Größe Handel und Wandel der Menschen. Die astronomische Ortsbestimmung legt die Koordinaten eines Ortes zwar in geographischer Länge λ und geographischer Breite φ (ohne Heranziehung des Erdradius) fest; die Distanz zweier Orte kann aus diesen Koordinaten aber nur bei Kenntnis des Erdradius ermittelt werden. Im täglichen Leben ist diese Zahl die entscheidende Größe. Sie bestimmte die Reisezeit der Segelschiffe vergangener Jahrhunderte genauso wie heute die Treibstoffmenge, die ein Düsenflugzeug für einen Interkontinentalflug tanken muß.

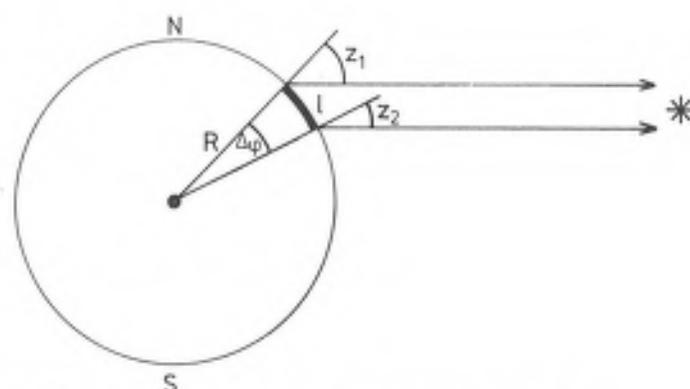
Es ist kulturgeschichtlich bemerkenswert, daß die Kugelgestalt der Erde bereits in der Antike bekannt war; diese Kenntnis dann aber verloren ging. Im Mittelalter galt die Erde für die überwiegende Mehrzahl der Menschen als Scheibe. Die ersten Versuche zur Bestimmung der Größe der Erde wurden bereits vor über 2000 Jahren durchgeführt. Bekannt geworden sind vor allem die Verfahren des Eratosthenes (283–200 v. Chr.) und des Posidonius (140–50 v. Chr.), die zum ersten Mal den Erdradius in der richtigen Größenordnung angaben.

Das Verfahren des Eratosthenes (und Posidonius) zur Bestimmung des Erdradius wird durch Abb. 1.4.3 verdeutlicht. Bewegt man sich entlang des Meridians über eine Strecke l , so wird die entsprechende Änderung der Polhöhe $\Delta\varphi$ durch die Änderung der Zenitdistanz $|z_1 - z_2|$ des kulminierenden Gestirns angezeigt. Wie man sich anhand der Geometrie eines Kreises leicht klar macht, ist

$$1.4.1 \quad \frac{\Delta\varphi}{360^\circ} = \frac{l}{2\pi R}$$

und damit der Erdradius

$$1.4.2 \quad R = \frac{360^\circ \cdot l}{2\pi \Delta\varphi}$$



1.4.3 Die Gradmessung des Eratosthenes/Posidonius.

1.4.4 Aus der Antike sind die folgenden beiden Messungen des Erdradius überliefert:

Autor	Stationen	Methode	$\Delta\varphi$ bzw. $ z_1 - z_2 $	l^*	R^*
Eratosthenes	Alexandria/ Syene (Assuan)	Kulmination der Sonne zur Zeit der Sommer- sonnenwende	$7,2^\circ$	890	7100
Posidonius	Rhodos/ Alexandria	Kulmination des Fix- sternes Canopus	$7,5^\circ$	600	4600
heute	—	—	—	—	6378 (am Äquator)

1.5 Grundlagen des Musterversuches

Für Schulzwecke eignet sich die Sonne nicht besonders, da sie bei einer beabsichtigten Messung an der einen Station vielleicht scheint, während es bei der zweiten regnet. Holt man die Messung am nächsten Tag nach, so hat sich die \uparrow Deklination der Sonne merklich geändert und verfälscht so die Messung. Es ist daher sinnvoller, ähnlich wie Posidonius mit Fixsternen zu arbeiten, da deren Deklinationen (für unsere Zwecke) unveränderlich sind und die Messungen an verschiedenen Tagen gemacht werden können.

Richtet man gemäß Abb. 1.6.1 die Kamera mit einer guten Wasserwaage zum Zenit aus, so kann man bei längerer Belichtungszeit die Spuren zenitnaher Sterne registrieren. Der Zenitpunkt liegt dann in der Mitte des Bildfeldes, denn man kann bei dem Präzisionsinstrument einer guten Kleinbildkamera davon ausgehen, daß die optische Achse des Kameraobjektives senkrecht zum Objektivrand steht und durch die Mitte des Bildfeldes geht. Den Abbildungsmaßstab (Grad am Himmel pro Millimeter auf dem Negativ) ermittelt man am einfachsten aus der Brennweite des Objektivs über die Tangensfunktion gemäß Abb. 1.9.1.

* l und R in Kilometern. Die in der Antike gebräuchliche Stadien ist in ihrer Länge etwas umstritten.

Versetzt man die Kamera einige hundert Kilometer entlang des Meridians und richtet wieder nach Abb. 1.6.1 zum Zenit aus, so verschiebt sich das System der Sternspuren gemäß der Änderung der geographischen Breite $\Delta\varphi$. Besonders einfach wird die Auswertung, wenn man das gleiche Sternfeld registriert. Hierbei ist zu beachten, daß man pro Tag Differenz zwischen den beiden Aufnahmen die zweite Aufnahme 4 Minuten früher belichten sollte, wenn beide Aufnahmen vom gleichen Meridian aus gemacht werden. Sind die beiden Aufnahmestandorte zusätzlich in west-östlicher Richtung versetzt, so muß der östlichere Beobachter (zusätzlich zu einer möglichen Zeitdifferenz durch verschiedene Aufnahmetage) pro Grad Ost-West-Versetzung 4 Minuten eher beginnen. Denn in einem Jahr von 365 Tagen durchläuft der Fixsternhimmel einmal den Zenit infolge der Bahnbewegung der Erde, in 24 Stunden ebenso einmal wegen der Rotation der Erde. Für den um die Längendifferenz $\Delta\lambda$ östlicheren Beobachter geht der Stern also um $\Delta\lambda \cdot 24 \text{ h} / 360^\circ$ eher durch den Zenit.

Bei den so gewonnenen Aufnahmen legt man zuerst die Bildmitten fest (aus dem stets schwach mitabgebildeten Himmelsschleier, der das Bildfeld erkennen läßt). Dann schiebt man die Aufnahmen so übereinander, daß die Sternstriche der beiden Aufnahmen einander überdecken und die beiden Bildmittelpunkte auf der Gradskala liegen. Damit ist $\Delta\varphi = |z_1 - z_2|$ zunächst in Millimetern und mit dem Abbildungsmaßstab in Grad festgelegt. Den Erdradius R kann man dann aus Gleichung 1.4.2 ermitteln, wenn l eingesetzt wird.

1.6 Durchführung des Musterversuches

Die beiden Aufnahmen der Abb. 1.6.2 zeigen zwei Sternspuraufnahmen des gleichen Himmelsausschnittes (Auriga-Gegend). Sie wurden mit einer Kamera aufgenommen, die gemäß Abb. 1.6.1 ausgerichtet war. Die Aufnahmedaten sind:

Film: 17 DIN, $f = 135 \text{ mm}$, $f/2,8$, Belichtungszeit: 10 min.

Linke Aufnahme: Bochum 5.3.78 19⁵⁰-20⁰⁰ MEZ

Rechte Aufnahme: Donaueschingen 4.2.78 21³⁹-21⁴⁹ MEZ

Schiebt man Transparentkopien (oder Pausen) dieser beiden Aufnahmen wie oben geschildert übereinander, so zeigt der eingezeichnete Maßstab eine Zenit- (= Breiten-) Differenz von

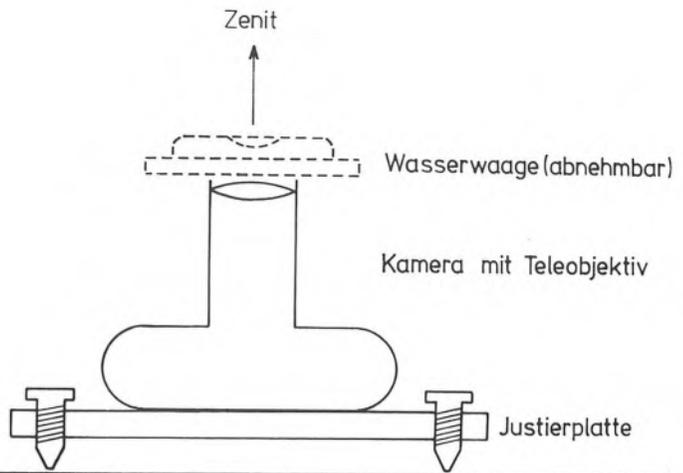
$$\Delta\varphi = |z_1 - z_2| = 3,2^\circ.$$

Die Meridianentfernung zwischen den beiden Aufnahmestandpunkten entnimmt man einem Atlas zu

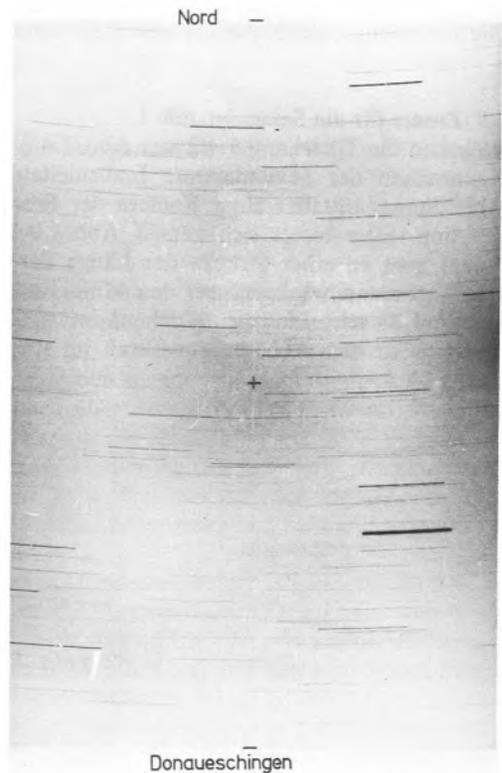
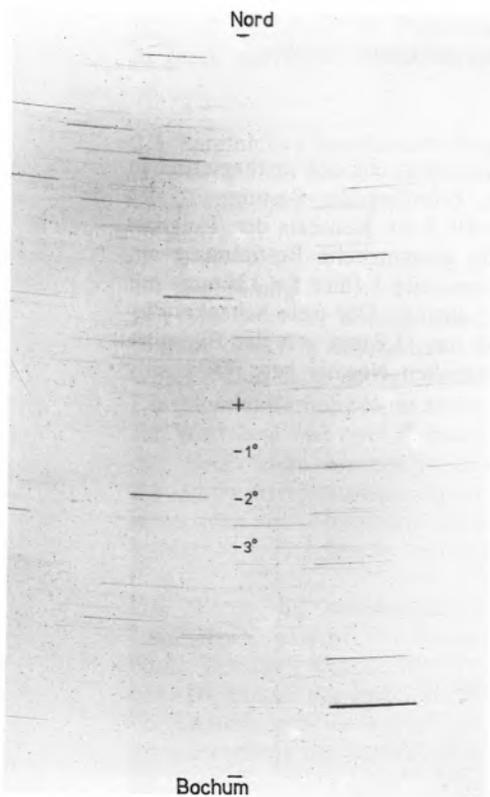
$$l = 380 \text{ km}$$

Damit liefert Gleichung 1.4.2 den Erdradius zu

$$R = 6800 \text{ km} = 6,8 \cdot 10^6 \text{ m}$$



1.6.1 Ausrichtung einer Kamera zum Zenit.



1.6.2 Sternspuraufnahmen einer mit der Wasserwaage zum Zenit ausgerichteten Kamera von Bochum und Donaueschingen aus (Negativkopie). Film: 17 DIN, $f = 135 \text{ mm}$, $f/2,8$, Belichtungszeit 10 min.

1.7 Höchstfehlerabschätzung

Die vorliegenden Aufnahmen der Abb. 1.6.2 wurden mit zwei verschiedenen Kameras aufgenommen. Trotz formal gleicher Brennweite ($f = 135 \text{ mm}$) ist die tatsächliche Brennweite der Objektive leicht verschieden, wie die mitabgebildete Filmperforation verrät. Nach den Erfahrungen der Autoren muß mit etwa 10 Bogenminuten möglicher Versetzung der Bildfeldmitten als Summe der Fehler beider Kameras gerechnet werden. Da 10 Bogenminuten 16,7% eines Grades sind, so wird die Genauigkeit der Messung des Erdradius durch

$$1.7.1 \quad \frac{\Delta R}{R} = \frac{16,7\%}{\text{Grad Breitendifferenz}}$$

bestimmt. Mit $\Delta\varphi = 3,2^\circ$ wird

$$1.7.2 \quad \frac{\Delta R}{R} = 5,2\%,$$

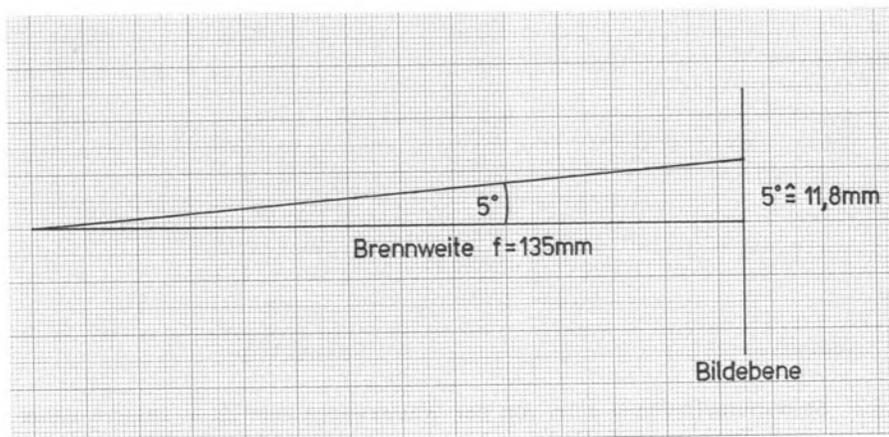
was durch die Messung auch etwa bestätigt wird. Bei Verwendung derselben Kamera für beide Aufnahmen würden die systematischen Fehler fortfallen und die Genauigkeit wäre höher. Ebenso verringert eine größere Meridiandistanz den Fehler (Urlaubsreise in den Süden).

1.8 Arbeitsgemeinschaft

Die Erstellung eigener Aufnahmen in Zusammenarbeit zweier Schulen.

1.9 Zusatz für die Sekundarstufe I

Während die Gleichung 1.4.2 aus Abb. 1.4.3 auch schon mit den mathematischen Kenntnissen der Sekundarstufe I abzuleiten ist, erfordert die Bestimmung des Abbildungsmaßstabes einer Kamera der Brennweite f die Kenntnis der Tangensfunktion. Hier bietet sich gemäß Abb. 1.9.1 die geometrische Bestimmung an, indem man an einer Strecke der Länge der Brennweite f (hier $f = 135 \text{ mm}$) mit einem genauen Winkelmesser den Winkel von 5° abträgt. Der freie Schenkel dieses Winkels schneidet die Bildebene im Abstand von 11,8 mm von der Bildmitte und legt so den Abbildungsmaßstab im ursprünglichen Negativ bzw. Diapositiv fest.



1.9.1 Zur zeichnerischen Ermittlung des Abbildungsmaßstabes.

2. Musterversuch „Entfernung des Mondes“

2.1 Vorkenntnisse

Entstehung einer \uparrow Sonnenfinsternis. Perspektivische Verschiebung eines Objekts (\uparrow Parallaxe) nach Maßgabe von Entfernung und Ortsveränderung des Beobachters. Grundkenntnisse der Geometrie des Kreises.

2.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine Voraussetzungen bei Heranziehung der Abb. 2.6.4 und 2.6.5. Bei Erstellung eigener Aufnahmen ist die Zusammenarbeit zweier Schulen erforderlich. Sind diese mindestens 100 km voneinander entfernt, so kann die parallaktische Verschiebung des Mondes und damit die Endlichkeit der Mondentfernung nachgewiesen werden. Bei größerem Abstand der Schulen (ab etwa 400 km) gelingt die Bestimmung der Mondentfernung mit erträglichem Fehler. Für die Aufnahmen wird ein kleines Teleskop mit Kameraansatz benötigt. Verfolgt man die perspektivische Verschiebung des Mondes vor der Sonnenscheibe (partielle Sonnenfinsternis), so muß das Objektiv durch geschwärzte Filme o. ä. abgedeckt werden, damit der Film (ca. 15 DIN) mit realistischen Belichtungszeiten belichtet werden kann. Vor der Aufnahme der Finsternisbilder empfiehlt sich die Ermittlung der Belichtungszeit anhand einer Aufnahmeserie auf gleichem Filmmaterial.

2.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Je eine Stunde für die Gewinnung des Ausgangsmaterials sowie für die Besprechung und Auswertung.

2.4 Einführung

Der Mond ist der einzige Himmelskörper, dessen Entfernung mit schulgemäßen Mitteln direkt in Kilometern bestimmt werden kann. Alle anderen kosmischen Objekte sind dafür zu weit entfernt.

Die Mondentfernung kann als erste Stufe der kosmischen Entfernungsskala gelten. Ihr Wert liegt fast zwei Zehnerpotenzen über dem Erdradius*. Damit wird klar, daß die Erde im Weltgeschehen keineswegs die dominierende Rolle spielen kann, die ihr die naive Anschauung zuweist. Zu einem ähnlichen Ergebnis kommt man, wenn man aus Mondentfernung und Winkeldurchmesser der Mondscheibe den wahren Monddurchmesser errechnet. Er ist nur unwesentlich kleiner als der Erdradius.

Die Werte von Mondentfernung und Monddurchmesser waren bereits in der Antike gut bekannt. Im Almagest des Ptolemäus (um 150 n. Chr., jedoch auf ältere Vorlagen zurückgehend) wird die Mondentfernung zu 59 Erdradien angegeben. Da damals der Erdradius innerhalb etwa 10–20% bekannt war, waren Monddurchmesser und -entfernung also ebenfalls verhältnismäßig gut bestimmt.

Ausgehend von der Mondentfernung versuchte bereits Aristarch (320–250 v. Chr.) die Sonnenentfernung zu bestimmen. Bei endlicher Sonnenentfernung muß nämlich der Halbmond zu einem Zeitpunkt eintreten, für den der Winkelabstand zwischen Sonne und Mond etwas kleiner als 90° ist. Die Abweichung vom Rechten Winkel ist recht klein (nur neun Bogenminuten) und so verwundert es nicht, daß

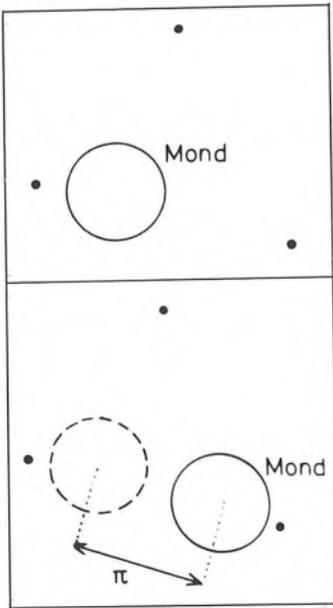
* siehe den Musterversuch 1. „Der Erdradius nach Eratosthenes und Posidonius“.

Aristarch einen beträchtlichen Fehler machte. Sein Wert für die Sonnenentfernung war mit 19 Mondweiten viel zu klein; wichtig blieb aber der daraus gezogene Schluß, daß die Sonne größer als die Erde war. Damit wurde ein weiterer wesentlicher Schritt in der Aufstellung der Hierarchie kosmischer Dimensionen gemacht.

2.5 Grundlagen des Musterversuches

Die Mondentfernung wird nach einem trigonometrischen Verfahren bestimmt. Verfahren dieser Art werden in der Astronomie gern angewandt, da sie rein geometrischer Natur sind und – verglichen mit anderen Möglichkeiten – praktisch ohne Voraussetzungen arbeiten. Der große Nachteil trigonometrischer Verfahren ist jedoch ihre meist zu geringe Reichweite.

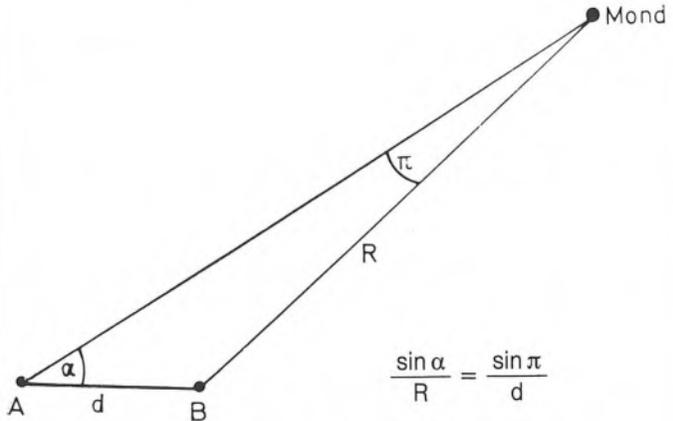
Das Prinzip all dieser trigonometrischen Verfahren ist in Abb. 2.5.2 am Beispiel des Mondes dargestellt. Von zwei Orten A und B mit bekanntem Abstand wurde der Mond zum gleichen Zeitpunkt photographiert. Auf den beiden Aufnahmen erscheint der Mond vor dem Hintergrund der Sterne (oder bei Sonnenfinsternissen vor der Sonnenscheibe) an verschiedenen Stellen. Die Entfernung der Fixsterne oder der Sonne ist – verglichen mit der Mondentfernung – so groß, daß sie als „unendlich“ vorausgesetzt werden kann. Die Winkeldifferenz sei π^* . Die Entfernung des Mondes folgt nach dem Sinussatz zu



2.5.2 Der Mond und seine Verschiebung unter den Sternen (bzw. gegenüber der Sonnenscheibe) bei Veränderung des Beobachtungsstandortes. Der an der Sphäre (Himmelskugel) beobachtete Verschiebungswinkel (parallaktischer Winkel) wird allgemein mit π bezeichnet.

$$2.5.1 \quad R = \frac{d \cdot \sin \alpha}{\sin \pi}$$

Darin ist α der Winkel zwischen d und R (Abb. 2.5.3)



$$\frac{\sin \alpha}{R} = \frac{\sin \pi}{d}$$

2.5.3 Zum Zusammenhang des Verschiebungswinkels π mit der Mondentfernung R , dem Abstand der Beobachter d sowie dem Winkel α .

* Historisch eingeführte Bezeichnung für diesen Winkel

Zur Durchführung des Musterversuches ist die Zusammenarbeit zweier Schulen erforderlich. Je größer die Entfernung d der beiden Schulen ist, desto größer wird der parallaktische Winkel π und damit die Genauigkeit. Bei der Planung dieses gemeinsamen Projektes kann man davon ausgehen, daß pro 110 km Distanz der Schulen (entspricht einem Grad) der parallaktische Winkel π um (maximal) eine Bogenminute wächst. Eine Bogenminute entspricht 3% des Monddurchmessers und ist bei Brennweiten um 1 m mit ca. $\frac{1}{2}$ mm gut ausmeßbar. Wenn also zwei Schulen über einhundert Kilometer Entfernung voneinander zusammenarbeiten, so kann die parallaktische Verschiebung nachgewiesen werden und die Mondentfernung – zumindest in der Größenordnung – bestimmt werden.

Von einiger Schwierigkeit erscheint zunächst die Bestimmung des Winkels α . Dieser Winkel schließt die Richtung der beiden Schulen mit der Richtung zum Mond ein und steht im allgemeinen schief zu jedem gebräuchlichen Koordinatensystem. Um die Rechnung mit sphärischen Koordinaten zu vermeiden, wird empfohlen, einen großen Tafelwinkelmesser auf einem Kugelkopfstativ freibeweglich zu befestigen und so zu adjustieren, daß seine Basis parallel zur Erdoberfläche zur zweiten Schule weist und die partiell verfinsterte Sonne in seiner Ebene liegt. Dann kann α direkt abgelesen werden. Der Azimut der anderen Schule kann jedem Atlas hinreichend genau entnommen werden. Ein Fehler von 1° – 2° bei dieser Bestimmung von α tut nichts zur Sache, da die Genauigkeit fast ausschließlich durch den Fehler der recht kleinen Parallaxe π bestimmt wird.

2.6 Durchführung des Musterversuches

Am 29. 4. 1976 fand eine (für Deutschland) partielle Sonnenfinsternis statt. Diese wurde zur Ableitung der Mondentfernung genutzt. Die Sonnenfinsternis wurde von Bochum und Donaueschingen aus photographisch verfolgt. Die Umrisse zweier so entstandener Aufnahmen sind als Abb. 2.6.4 und 2.6.5 für einen Klassenzimmersversuch geeignet.

Die beiden Aufnahmen werden durch folgende Daten charakterisiert:

2.6.1 Aufnahmezeit:	1976 April 29 11 ^h 35 ^m MEZ
Winkel α :	52,7°
Entfernung der beiden Aufnahmeorte:	398 km.

Der in Abb. 2.6.4 eingezeichnete Maßstab wurde aus der Fernrohrbrennweite ermittelt. Bringt man den Sonnenrand und die Sonnenflecken der beiden Aufnahmen zur Deckung* (schafft also den unveränderlichen Hintergrund), so kann man die Verschiebung der Mondmittelpunkte mittels einfacher Kreisgeometrie aus den beiden Mondrändern ableiten. Sie beträgt mit dem Maßstab der Abb. 2.6.4

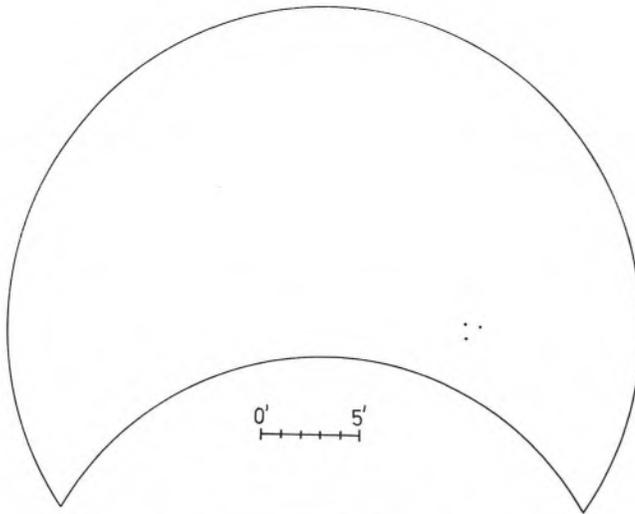
$$2.6.2 \quad \pi = 2,6 \text{ Bogenminuten.}$$

Mit 2.6.1 und 2.6.2 wird die Mondentfernung 2.5.1 zu

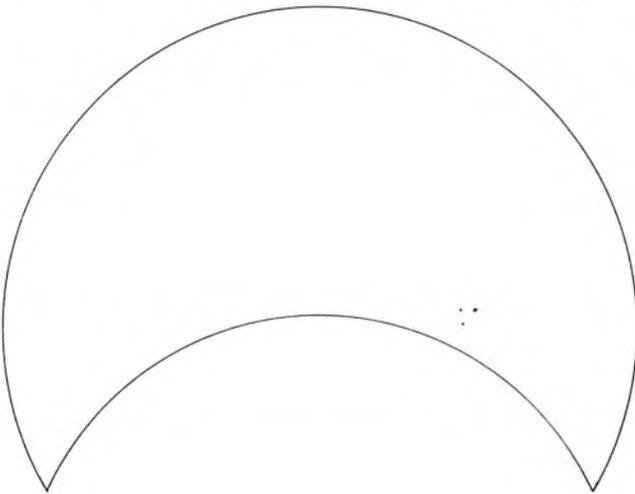
$$2.6.3 \quad R = \frac{398 \text{ km} \cdot \sin 52,7^\circ}{\sin 2,6'} = 419 \text{ 000 km.}$$

Die tatsächliche Mondentfernung betrug 406 000 km.

* am besten paust man eine der Abbildungen auf Transparentpapier und schiebt diese über das Original der anderen.



2.6.4 Die verfinsterte Sonne am 29. 4. 1976 um 11³⁵ Uhr MEZ von Bochum aus gesehen. Die Position der Sonnenflecke ist durch drei Punkte angedeutet. (Siehe auch 23.5.1 auf Seite 144.)



2.6.5 Die verfinsterte Sonne am 29. 4. 1976 um 11³⁵ Uhr MEZ von Donaueschingen aus gesehen. Die Position der Sonnenflecke ist durch drei Punkte angedeutet.

2.7 Höchstfehlerabschätzung

Der wesentliche Fehlerbeitrag kommt aus der Unsicherheit der Distanz der Mondmittelpunkte. Sie übersteigt sicher nicht $0,3'$, also rund 10%. Damit ist dies auch der Fehler der Parallaxe π , des fast linear dazu variierenden $\sin \pi$ und somit auch der Fehler in R.

2.8 Arbeitsgemeinschaft

Erstellung eigener Aufnahmen in Zusammenarbeit zweier Schulen. Den Zeitpunkt der nächsten geeigneten Sonnenfinsternis entnimmt man etwa dem „Himmelskalender“ von Kosmos oder den astronomischen Jahresvorschauen in den Zeitschriften. Anstatt der Auswertung von vergleichsweise selten stattfindenden Sonnenfinsternissen kann man in Anlehnung an Abb. 2.5.2 die Mondsichel vor hellen Fixsternen aufnehmen.

Dieser Musterversuch eignet sich besonders für Beobachtung und Rechnung in sphärischen Koordinatensystemen.

3. Musterversuch „Die Höhe eines Mondberges“

3.1 Vorkenntnisse

Grundkenntnisse der Kreisgeometrie.

3.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine bei Heranziehung der Abb. 3.6.6. Eigene Beobachtungen erfordern ein kleines Teleskop. Die günstigste \uparrow Mondphase ist das erste Viertel.

3.3 Empfohlene Stundenaufteilung

1 Schulstunde.

3.4 Einführung

Schon ein kleines Fernrohr zeigt viele Oberflächeneinzelheiten des Mondes, der dadurch zum dankbarsten Objekt für die Amateurastronomie wurde. Der Anblick der Mare, Wallebenen, Krater und Gebirge läßt auf die grundsätzliche Ähnlichkeit von irdischen und Mondlandschaften schließen. Ihr entspricht die Feststellung der Einheitlichkeit der Natur und ihrer Gesetze im gesamten Universum, obwohl natürlich die Materie im Kosmos oft unter ganz anderen, „exotischen“ Bedingungen als auf Erde und Mond auftritt.

Die Höhen der Mondberge entsprechen denen irdischer Berge. Auch das ist ein weiterer Hinweis für die Parallelität irdischer und lunarer Phänomene. Der höchste Gebirgszug auf dem Mond, das Leibnizgebirge, übertrifft den Himalaya allerdings noch um gut 1000 m.

Das älteste Verfahren zur Bestimmung der Höhe der Mondberge geht auf Galilei (1564–1642) zurück. Später bestimmte man die Berghöhen aus der Länge ihrer Schatten. Heute ist die Topographie des Mondes durch die Mondflüge (z. B. Lunar Orbiter) genauestens bekannt.

3.5 Grundlagen des Musterversuches

Es wird die Höhe eines Mondberges in der Mitte der Mondscheibe bestimmt. Damit werden Effekte der perspektivischen Verkürzungen vermieden, die Rechnungen mit den Formeln der sphärischen Trigonometrie erfordern würden.

Als Mondberg wählt man zweckmäßigerweise einen Kraterwall, der seinen Schatten in das Innere des Kraters fallen läßt. Das Bezugsniveau der Berghöhe ist damit das Kraterinnere*. Diese Wahl bietet sich an, weil in der Mitte der Mondscheibe eine größere Anzahl geeigneter Krater vorhanden ist, die um die Halbmondzeit herum (das zunehmende Mondviertel kulminiert günstig gegen 18 Uhr) einen ausgeprägten Schattenwurf zeigen.

Man wählt nun einen Krater aus, dessen Schatten bis zur Kratermitte reicht, der das Kraterinnere annähernd gleich teilt. Das Auge vermag eine solche Symmetrie besonders gut zu schätzen. Für diesen Fall gilt (Abb. 3.5.3 und 3.5.5)

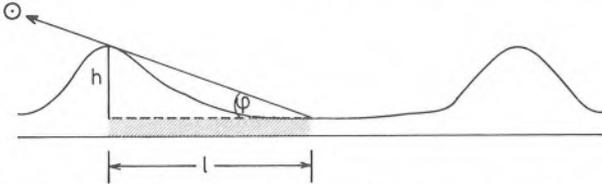
* Die Frage des „richtigen“ Bezugsniveaus zieht sich durch die gesamte diesbezügliche Literatur. Ein mondumspannendes Meer, welches ein unproblematisches Normalnull liefern würde, gibt es leider nicht.

$$3.5.1 \quad \sin \varphi = \frac{d}{R}$$

Hierin bedeuten:
 d Abstand Kratermitte-Terminator
 R Mondradius

$$3.5.2 \quad \tan \varphi = \frac{h}{l}$$

h gesuchte Kraterwallhöhe
 l Schattenlänge bzw. halber Kraterdurchmesser
 φ Einstrahlungswinkel der Sonne

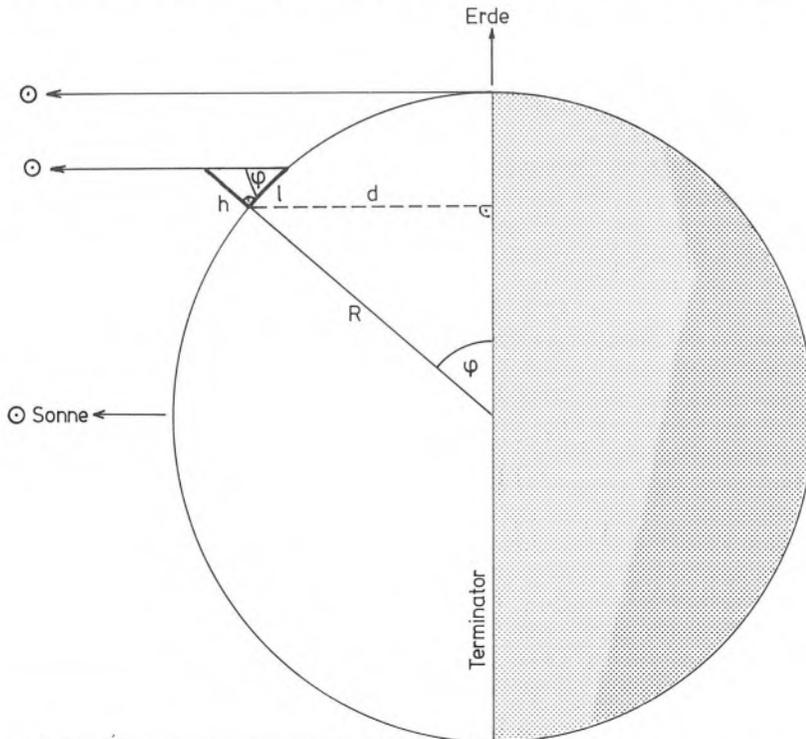


3.5.3 Zum Zusammenhang zwischen Sonneneinfall φ , Berghöhe h und Schattenlänge l.

Erfahrungsgemäß liegt φ bei 10° . Dadurch können im Rahmen der hier angestrebten Genauigkeit die trigonometrischen Funktionen gleichgesetzt werden und man erhält für die Berghöhe h

$$3.5.4 \quad h = \frac{l \cdot d}{R}$$

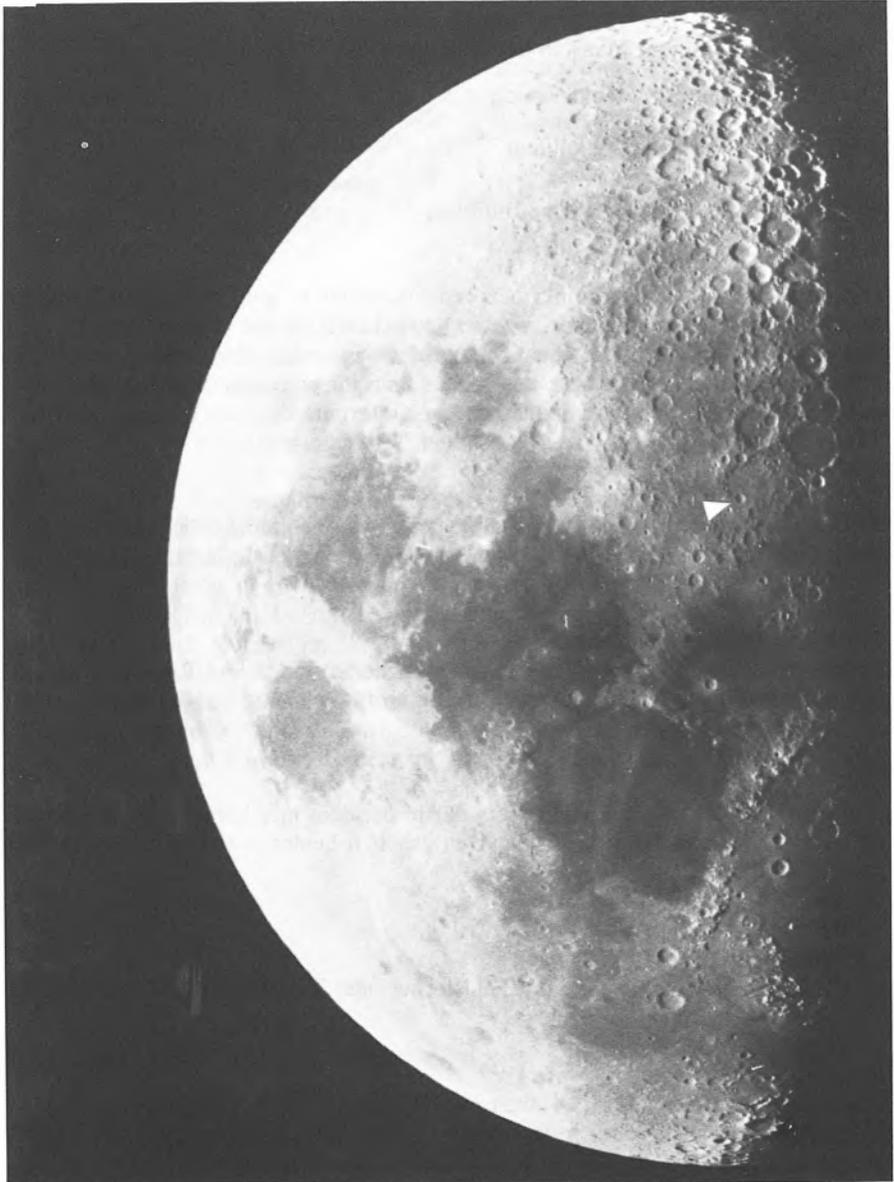
h ergibt sich also in Einheiten des Kraterradius. Setzt man l ins Verhältnis zum Durchmesser der Mondscheibe (3476 km) so erhält man H auch in Kilometern.



3.5.5 Blick auf einen der Lichtpole des Halbmondes und Definition von d und R (Näheres siehe Text).

3.6 Durchführung des Musterversuches

Man kann l , d und R entweder aus Durchlaufzeitmessungen bestimmen (analog zum Musterversuch 15. „Die mittleren Dichten von Sonne und Jupiter im Vergleich zur Erde“) oder aber durch Ausmessen einer Halbmondphotographie, welches sicher am bequemsten ist.



3.6.6 Mondaufnahme vom 6. 1. 1979, 17³⁰ MEZ mit einem 11 cm-Refraktor. Film 15 DIN, Belichtungszeit $\frac{1}{4}$ s, Brennweite 150 cm. Der halbgefüllte Krater ist durch einen weißen Pfeil gekennzeichnet.

Der in Abb. 3.6.6, S.25 bezeichnete Krater läßt seinen Schatten bis zur Kratermitte fallen. Dem Original der hier verkleinert wiedergegebenen Abb. 3.6.6 entnahm man

$$\begin{aligned} 3.6.1 \quad d &= 25 \text{ mm} \\ R &= 126 \text{ mm} \\ l &= 1,1 \text{ mm} \end{aligned}$$

Sowohl die strengen Formeln 3.5.1 und 3.5.2 wie auch die Näherungsformel 3.5.4 geben

$$3.6.2 \quad h = 0,22 \text{ mm im Maßstab der Aufnahme.}$$

Der Maßstab der Aufnahme ist

$$3.6.3 \quad \frac{1738 \text{ km}}{126 \text{ mm}} = 13,79 \text{ km/mm.}$$

Damit wird

$$3.6.4 \quad H = 3030 \text{ m in der Natur.}$$

Diese auf den Kratermittelpunkt bezogene Wallhöhe ist ganz typisch für Mondkrater, die (für Krater dieses Durchmessers) zwischen 2000 und 6000 m liegen.

Die Form des Kraters kann ebenfalls erschlossen werden. Bei einem Durchmesser von $2 \cdot l = 2,2 \text{ mm}$ im Maßstab der Aufnahme, entsprechend 30 km in der Natur, gilt für das Verhältnis von Durchmesser zu Kratertiefe

$$3.6.5 \quad \frac{\text{Kraterdurchmesser}}{\text{Kratertiefe}} = \frac{2,2 \text{ mm}}{0,22 \text{ mm}} = 10.$$

Krater sind also keineswegs jene halbkugelig ausgekehlten Löcher, als welche sie dem unbefangenen Beobachter erscheinen, sondern ziemlich flache Gebilde.

3.7 Höchstfehlerabschätzung

Für einen Krater nahe der Mitte der Mondscheibe sind d und R weitaus genauer zu bestimmen als sein Halbmesser l . Damit wird (Gleichung 3.5.4)

$$3.7.1 \quad \frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta l}{l}$$

Der Meßfehler des Kraterhalbmessers dürfte bei dem hier herangezogenen Krater der Abb. 3.6.1 etwa bei 10% liegen. Den gleichen Fehler erwarten wir daher auch für die Wallhöhe.

3.8 Arbeitsgemeinschaft

Erstellung eigener Aufnahmen mit Feldstecher oder Teleskop und Kameraansatz.

3.9 Zusatz für die Sekundarstufe I

Man kann die Gleichung 3.5.4 auch ohne 3.5.1 und 3.5.2 anhand der Abb. 3.5.5 ableiten. Nähert man nämlich den kleinen Bogen l durch eine Gerade der Länge l an, so sind die beiden durch d und R bzw. h und l gekennzeichneten Dreiecke durch die Gleichheit der Winkel φ und 90° einander ähnlich. Weiterhin hat im kleinen Dreieck die nicht beschriftete Seite wegen der Kleinheit von φ eine Länge von nahezu l , sodaß die Proportion 3.5.4 folgt.

4. Musterversuch „Entfernung der Venus“

4.1 Vorkenntnisse

Grundsätzlicher Aufbau des ↑ Sonnensystems. Kreisähnliche ↑ Bahnen der Planeten. ↑ Phasen der Planeten. Sinussatz im ebenen Dreieck.

4.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine bei Heranziehung der Abb. 4.6.4. Bei Durchführung eigener Beobachtungen (tagsüber!) ist ein kleines Fernrohr mit Teilkreisen erforderlich.

4.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Je eine Stunde für Vorbereitung und Durchführung des Versuchs.

4.4 Einführung

Die Entfernung der Venus wird im Grundmaß der ↑ Astronomischen Einheit (mittlere Entfernung Sonne – Erde: $1,496 \cdot 10^{11}$ m) bestimmt*. Eine Rückführung auf die Einheit des Meters gelingt mit schulgemäßen Mitteln nur bei Einsatz eines Spektrographen. Dies wird aber nur den wenigsten Schulen möglich sein. Auf der anderen Seite ist die Astronomische Einheit **das** Grundmaß der Astronomie. Man kann hierbei auf die historische Entwicklung der Astronomie verweisen, wo bis ins 18. Jahrhundert die Verhältnisse der Abstände der Planeten von der Sonne viel genauer bekannt waren als die Abstände selbst. Um nicht immer Verhältnisse angeben zu müssen, normiert man die mittlere Entfernung Erde – Sonne einfach zu 1 und bezeichnet diese Entfernung als die Astronomische Einheit. Erst später gelang es, diese Einheit an irdische Maßeinheiten (etwa das Meter) anzuschließen. Zu diesem Zweck wurden im 18. Jahrhundert mehrere Expeditionen ausgerüstet, die die ↑ Venusvorübergänge vor der Sonnenscheibe von verschiedenen Punkten der Erde aus beobachteten. So konnte (ähnlich wie beim Musterversuch 2. „Entfernung des Mondes“) durch ein trigonometrisches Verfahren die Entfernung Erde – Venus und damit auch die Entfernung Erde – Sonne bestimmt werden.

* siehe auch die Musterversuche 5. „Die Astronomische Einheit“, 6. „Die Entfernung des Saturn“ und 7. „Entfernung eines sonnenähnlichen Fixsterns“.

4.5 Grundlagen des Musterversuches

Die Venus wird – wie der Merkur – als innerer Planet bezeichnet, weil ihre Bahn innerhalb der Erdbahn liegt. Als Folge dieses geometrischen Sachverhaltes können sämtliche Phasen der Venus beobachtet werden, also Neu-, Halb- und Vollplanet. Nun besteht gemäß Abb. 4.5.5 zwischen der von der Erde aus beobachtbaren Winkeldistanz zur Sonne α , dem Phasenwinkel β der Venus, sowie ihrer Entfernung von der Sonne R die einfache Beziehung

$$4.5.1 \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{R}{\text{Entfernung Erde - Sonne}}$$

Drückt man R in Astronomischen Einheiten (AE) aus, so folgt die Gleichung

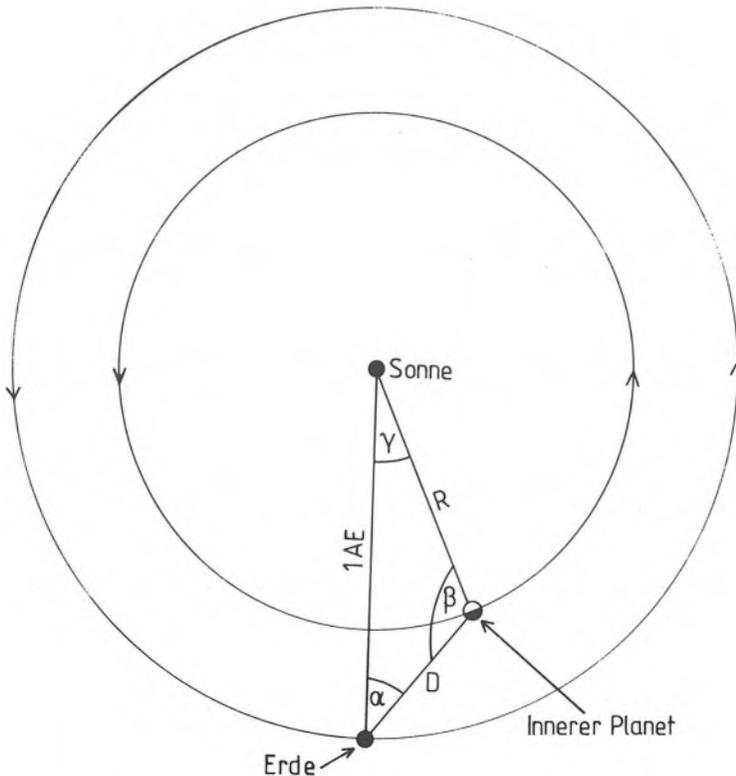
$$4.5.2 \quad R = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \text{ AE}$$

Man erhält also durch eine einzige Beobachtung der Phase der Venus und ihrer Winkeldistanz zur Sonne ihre Entfernung von der Sonne.

Entsprechend folgt für die Entfernung Venus–Erde D über den Hilfswinkel γ (Abb. 4.5.5).

$$4.5.3 \quad \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$4.5.4 \quad D = \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} \text{ AE} = \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \beta} \text{ AE}$$



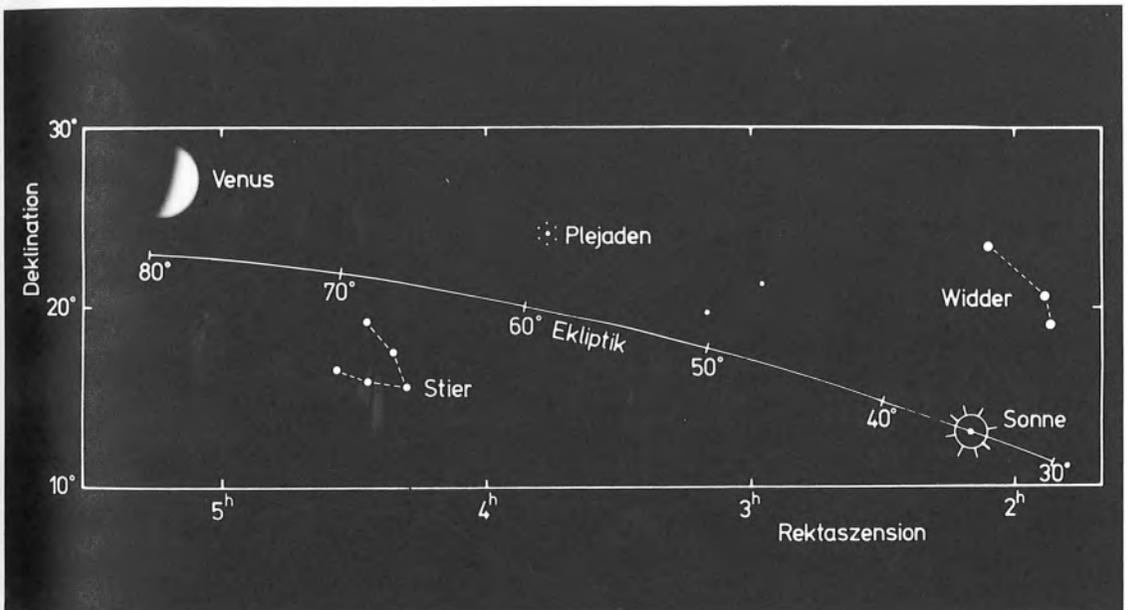
4.5.5 Zur Definition der im Musterversuch verwendeten Größen.

4.6 Durchführung des Musterversuches

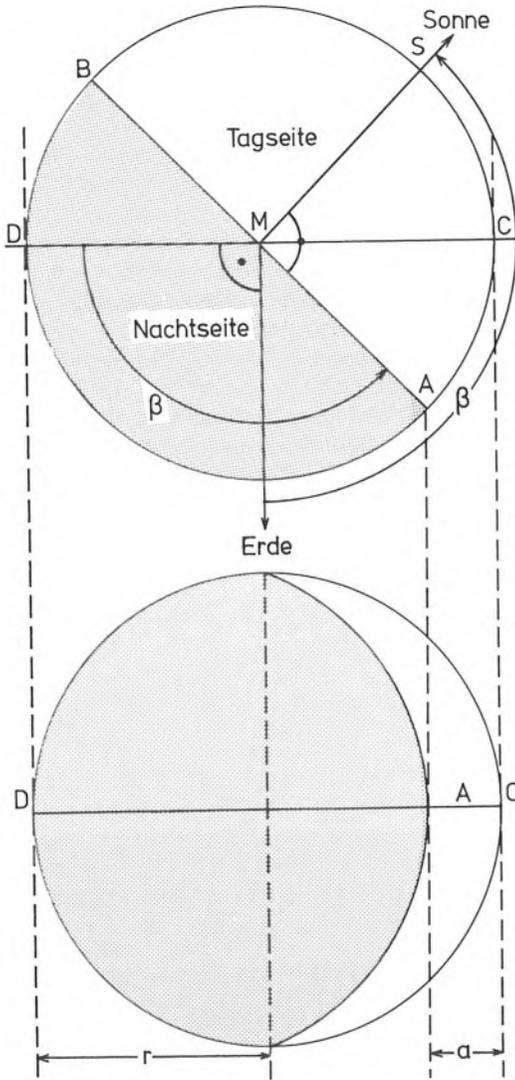
4.6.1 Bestimmung von α : Man richtet das Teleskop auf die Venus und liest \uparrow Rektaszension und \uparrow Deklination des Planeten ab. Um Rechnungen mit den Formeln der sphärischen Trigonometrie zu vermeiden, trage man den Ort des Planeten in eine Sternkarte oder besser in die Ablichtung einer Sternkarte ein, in der die \uparrow Ekliptik mit Gradunterteilung vorliegt (zum Beispiel Norton's Star Atlas). Dann richtet man das Fernrohr auf die Sonne, liest Rektaszension und Deklination ab und trägt die Position ebenfalls ein (Abb. 4.6.4). Sonne und Venus werden so nahe an der Ekliptik liegen, daß man für die Winkeldistanz α einfach die Differenz der ekliptikalen Längen nehmen kann. Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung von α besteht bei Verwendung eines Sextanten.

4.6.2 Bestimmung von β : Der Winkel β gibt zunächst den von der Venus aus sichtbaren Winkelabstand zwischen Sonne und Erde an. Nach Abb. 4.6.5 ist β zugleich auch der Winkel, unter dem von der Erde aus die Nachtseite der Venus erscheint. Ist r der Venusradius (in beliebigen Einheiten) und beschreibt a den beleuchteten Teil in der Mitte zwischen den Polen (Endpunkten des \uparrow Terminators), so gilt für β

$$4.6.3 \quad \cos \beta = \frac{a - r}{r} .$$



4.6.4 Sonne und Venus am 24. April 1972. Die Durchmesser von Sonne und Venusphotographie sind gegenüber den Koordinaten stark vergrößert.



4.6.5 Zur Interpretation des Winkels β .

4.6.6 Insbesondere verifiziert man sofort

Neu-Venus $a = 0$ (untere \uparrow Konjunktion) $\beta = 180^\circ$

Halb-Venus $a = r$ (größte Elongation) $\beta = 90^\circ$

Voll-Venus $a = 2r$ (obere Konjunktion) $\beta = 0^\circ$

in Übereinstimmung mit Abb. 4.5.5

Man bestimmt β am besten direkt am Fernrohr durch Einschätzen der Sichelform in die Vorlagen der Abb. 4.6.12. Abb. 4.6.4 zeigt die Situation am 24. April 1972. Den Teilkreisen entnahm man einen Abstand Venus – Sonne von

4.6.7 $\alpha = 45^\circ$.

Der Phasenwinkel β wird gemäß Abb. 4.6.12 geschätzt zu

4.6.8 $\beta = 100^\circ$.

Damit ergibt sich für die Entfernung der Venus von der Sonne

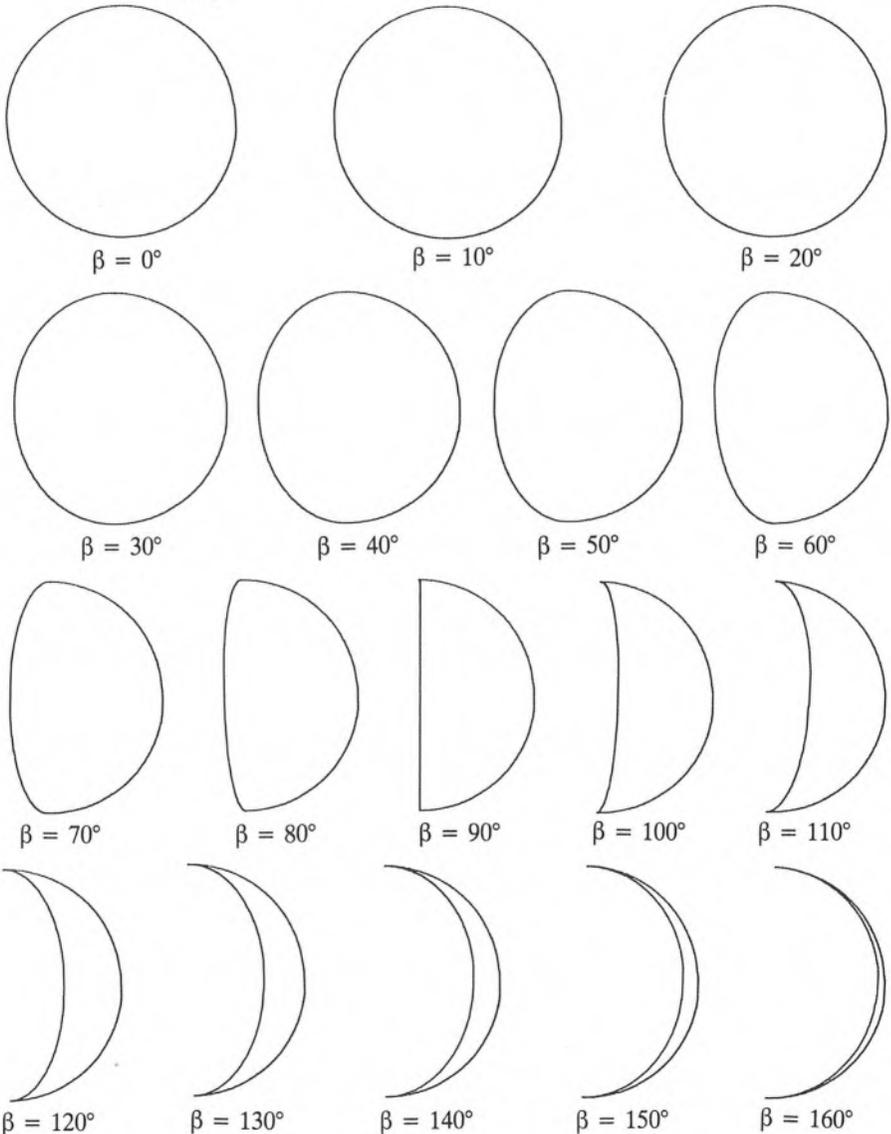
$$4.6.9 \quad R = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \text{ AE} = 0,72 \text{ AE}$$

und für die Entfernung Erde – Venus unter Verwendung von

$$4.6.10 \quad \gamma = 180^\circ - (45^\circ + 100^\circ) = 35^\circ$$

der Wert

$$4.6.11 \quad D = \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = 0,58 \text{ AE.}$$



4.6.12 Umriss zum Einschätzen der Venusphase am Teleskop. Die Umriss wurden unter Zugrundelegung der Gleichung 4.6.3 berechnet.

4.7 Höchstfehlerabschätzung

Ganz sicher ist der Winkel α erheblich schärfer zu bestimmen als der Phasenwinkel β . Der Fehler von α wird 1° sicher nicht überschreiten. Der Phasenwinkel β dürfte nur auf 5° – 10° genau zu schätzen sein. Nehmen wir einen Fehler in β von

$$4.7.1 \quad \Delta\beta = 7,5 = 0,13 \text{ rad}$$

an, so können wir aus (4.5.2) einen Fehler ΔR in R ableiten zu

$$4.7.2 \quad \frac{\Delta R}{\Delta\beta} \approx - \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta}{\sin^2 \beta} = - R \cdot \operatorname{ctg} \beta \frac{AE}{\text{rad}}$$

Damit wird unter Berücksichtigung von 4.7.1

$$4.7.3 \quad |\Delta R| \approx 0,13 \cdot R \cdot |\operatorname{ctg} \beta| AE$$

und für den hier bestimmten Wert β

$$4.7.4 \quad |\Delta R| \approx 0,02 AE$$

Die Bestimmung von R wird also am besten in der Nähe der größten Elongation gelingen, da dort $\beta = 90^\circ$; d. h. $\operatorname{ctg} \beta = 0$ ist. Die größte Elongation erlaubt aber auch die beste Beobachtung der Venus!

In ähnlicher Weise läßt sich aus 4.5.4 der Fehler von D ermitteln. Es wird zunächst nach Anwendung des Additionstheorems auf die rechte Seite von 4.5.4

$$4.7.5 \quad D = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\sin \beta} AE$$

und mit 4.5.2

$$4.7.6 \quad D = R \cdot \cos \beta + \cos \alpha AE .$$

Daraus folgt für eine Änderung von D mit β

$$4.7.7 \quad \frac{\Delta D}{\Delta\beta} \approx \frac{\Delta R}{\Delta\beta} \cdot \cos \beta - R \cdot \sin \beta \frac{AE}{\text{rad}} .$$

Mit $\frac{\Delta R}{\Delta\beta}$ aus 4.7.2 erhält man

$$4.7.8 \quad \frac{\Delta D}{\Delta\beta} \approx - R \cdot (\operatorname{ctg} \beta \cos \beta + \sin \beta) \frac{AE}{\text{rad}}$$

oder

$$4.7.9 \quad \frac{\Delta D}{\Delta\beta} \approx - \frac{R}{\sin \beta} \frac{AE}{\text{rad}} .$$

Mit einem angenommenen Fehler in β von $7,5$ wie in 4.7.1 erhält man abschließend

$$4.7.10 \quad |\Delta D| \approx 0,13 \cdot R \cdot \left| \frac{1}{\sin \beta} \right| AE .$$

Damit erweist sich die größte Elongation ($\beta = 90^\circ$) wiederum als günstigste Beobachtungszeit; zu den Konjunktionen hin ($\sin \beta \rightarrow 0$) werden die Bestimmungen ungenauer. Im vorliegenden Fall ($\beta = 100^\circ$) muß mit einem Fehler in D von

$$4.7.11 \quad |\Delta D| \approx 0,10 AE$$

gerechnet werden.

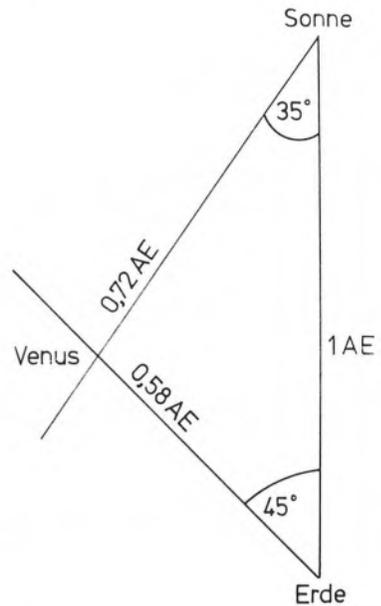
Der Fehler in β ist übrigens nicht nur ein Beobachtungsfehler, sondern besitzt einen großen systematischen Anteil, der durch das Streulicht in der Venusatmosphäre bewirkt wird (Schröter – Effekt).

4.8 Arbeitsgemeinschaft

Verfolgen von Venusbahn und -phase über ein halbes Jahr.

4.9 Zusatz für die Sekundarstufe I

Die Entfernungen R und D können unter Vermeidung der trigonometrischen Formeln 4.5.2 und 4.5.4 auch zeichnerisch bestimmt werden. Zunächst wird die Entfernung Erde – Sonne als Strecke von beispielsweise 10 cm Länge abgetragen. Danach wird die Richtung zur Venus in bezug auf die Sonne (α) vom mit „Erde“ bezeichneten Endpunkt der Strecke als Strahl abgetragen; desgleichen der Winkel γ vom zweiten Endpunkt der Strecke. Der Schnittpunkt der Strahlen kennzeichnet den Ort der Venus. Die Entfernung der Venus von Erde und Sonne kann dann in Einheiten der Strecke direkt abgelesen werden. Abb. 4.9.1 demonstriert das Verfahren für die in diesem Musterversuch ermittelten Winkel $\alpha = 45^\circ$ und $\gamma = 35^\circ$.



4.9.1 Zur zeichnerischen Ermittlung der Entfernungen der Venus von Erde und Sonne.

5. Musterversuch „Die Astronomische Einheit“

5.1 Vorkenntnisse

Die grundlegende \uparrow Dopplerbeziehung $\Delta\lambda/\lambda = v/c$. Kenntnisse der Kreisgeometrie.

5.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine.

5.3 Empfohlene Stundenaufteilung

2 Schulstunden.

5.4 Einführung

Die (mittlere) Entfernung zwischen Erde und Sonne wird als „Astronomische Einheit“ bezeichnet. Sie ist eine grundlegende Größe der Astronomie. Ihrer Bestimmung hat die astronomische Wissenschaft über zweitausend Jahre viel Mühe gewidmet. Über das Dritte \uparrow Keplersche Gesetz* können die Bahnradien, genauer: die großen Halbachsen a der Bahnellipsen der Planeten bekanntlich mit hoher Präzision relativ zueinander festgelegt werden. Will man aber die Bahnradien absolut (etwa in Metern) ermitteln, so muß man den Absolutwert für einen der Planeten kennen. Aus naheliegenden Gründen wählte man den Abstand Erde – Sonne.

In den vergangenen Jahrhunderten verfolgte man die Venusdurchgänge vor der Sonnenscheibe. Man rüstete Expeditionen aus, die den Durchgang von der Nord- und Südhalbkugel der Erde verfolgten. Vor dem Hintergrund der Sonnenscheibe konnte nun mit hoher Winkelgenauigkeit die Parallaxe der Venus ermittelt werden. Der Abstand der beiden Stationen war ebenfalls (in Metern) bekannt und so konnte ähnlich wie beim Musterversuch 2. „Entfernung des Mondes“ die Entfernung Venus – Erde in Metern bestimmt werden. Damit war auch die Astronomische Einheit festgelegt.

Heute ist durch Radarmessungen der Planeten die Astronomische Einheit auf rund 5 km genau bekannt und liegt bei

$$1 \text{ AE} = 1,49597870 \cdot 10^{11} \text{ m.}$$

5.5 Grundlagen des Musterversuches

Dieser Musterversuch beruht auf der Tatsache, daß das Dopplersche Prinzip** die tatsächliche Geschwindigkeit eines Äquatorpunktes einer rotierenden Kugel in m/s zu bestimmen gestattet; in Verbindung mit der beobachteten Rotationszeit ergibt sich der Durchmesser in m. Aus dem ebenfalls beobachtbaren Winkeldurchmesser folgt dann sofort die Entfernung der rotierenden Kugel in m.

Am einfachsten könnte also die Astronomische Einheit als mittlere Entfernung zur Sonne bestimmt werden, wenn die Sonne selbst als rotierende Kugel herangezogen

* siehe den Musterversuch 14. „Das Dritte Keplersche Gesetz am Beispiel der Jupitermonde“.

** Siehe den Musterversuch 26. „Der Dopplereffekt“.

werden könnte. Leider geht das nicht, da die Sonne eine viel zu geringe Rotationsgeschwindigkeit besitzt. Die großen Planeten sind in dieser Hinsicht erheblich günstiger.

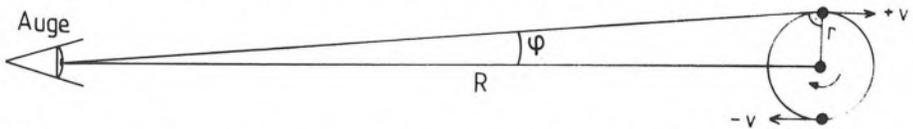
Steht die Rotationsachse eines Planeten senkrecht zur Gesichtslinie, so zeigt ein Äquatorpunkt am Rande der Planetenscheibe die Radialgeschwindigkeit $\pm v$, die mit dem Planetenradius r und der Rotationszeit t durch

$$5.5.1 \quad |v| = \frac{2\pi r}{t}$$

verbunden ist (Abb. 5.5.3). Die Dopplerverschiebung $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ des von der Planetenoberfläche reflektierten Sonnenlichtes geschieht gemäß

$$5.5.2 \quad \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda} = \frac{2|v|}{c} = \frac{4\pi r}{ct}$$

(mit der Lichtgeschwindigkeit c). Der Faktor 2 wird einsichtig, wenn man sich vorstellt, daß der Planetenrand mit kleinen Spiegeln besetzt sei. Die in Abb. 5.5.3 hinter dem Auge gedachte Sonne erhält in der Spiegelung die doppelte Geschwindigkeit $\pm 2v$ und entsprechend größer ist die Dopplerverschiebung.



5.5.3 Zur Ableitung der Astronomischen Einheit aus der Rotation des Saturn. Der Blick erfolgt auf die Rotationsachse des Planeten. Die Linien des Sonnenspektrums werden gemäß $\pm 2 \cdot v$ verschoben (Eigenlinien des Saturn natürlich nur gemäß $\pm v$). Näheres siehe Text.

Durch Messung der Rotationszeit t und der Dopplerverschiebung $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ erhält man also den Planetenäquatorialradius r , wenn man Gleichung 5.5.2 nach r auflöst.

$$5.5.4 \quad r = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda} \cdot \frac{c \cdot t}{4\pi}$$

Nun ist aber der Planetenradius r auch durch den Abstand des Planeten von der Erde R sowie seinen Winkelradius φ gegeben

$$5.5.5 \quad r = R \cdot \sin \varphi$$

Damit wird die Entfernung R (Planet – Erde) bestimmbar durch Gleichsetzung von 5.5.4 mit 5.5.5

$$5.5.6 \quad \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda} \cdot \frac{c \cdot t}{4\pi} = R \cdot \sin \varphi$$

oder

$$5.5.7 \quad R = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda} \cdot \frac{c \cdot t}{4\pi} \cdot \frac{1}{\sin \varphi}$$

Während Gleichung 5.5.7 die Entfernung des Planeten in Metern gibt, ist über das Dritte Keplersche Gesetz seine Entfernung in Astronomische Einheiten zu erhalten. Das Dritte Keplersche Gesetz verbindet die große Halbachse a mit der Umlaufzeit T um die Sonne gemäß

$$5.5.8 \quad \left(\frac{T}{1 \text{ Jahr}} \right)^2 = \left(\frac{a}{1 \text{ AE}} \right)^3$$

Bei Oppositionsstellung wird seine Entfernung von der Erde in Astronomischen Einheiten einfach

$$5.5.9 \quad R = a - 1 \text{ AE},$$

weil dann die Erde genau zwischen Planet und Sonne steht. Aus 5.5.7 und 5.5.9 kann schließlich die Astronomische Einheit in Metern ermittelt werden.

5.6 Durchführung des Musterversuches

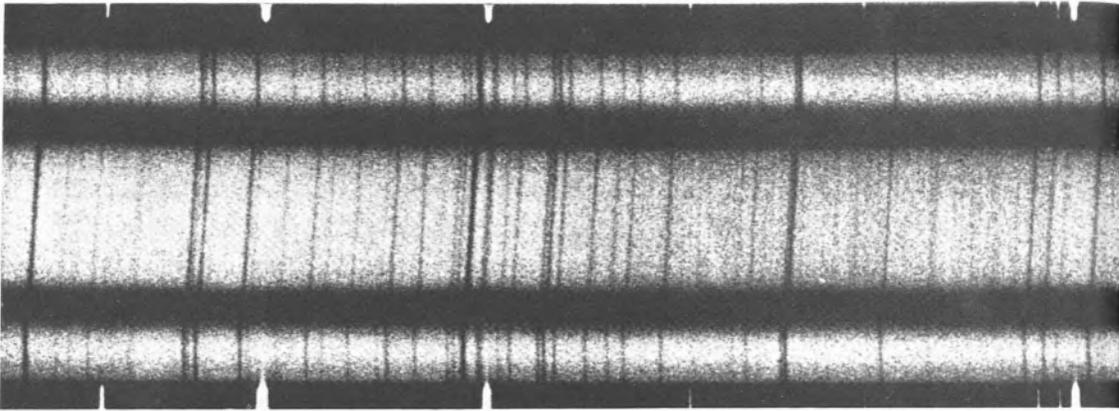
Der Planet Saturn bietet eine hohe Äquatorgeschwindigkeit v sowie günstige Projektionsverhältnisse. Das Spektrum seines Äquators (inklusive des weiter außen gelegenen Ringes) zeigt deutlich Rotationseffekte. Das der hier verkleinerten Abb. 5.6.1 zugrundeliegende Spektrum hat eine Dispersion von $0,39 \text{ \AA/mm}^*$. Die Neigung der Linien zwischen Mitte und Rand beträgt im Original $1,0 \text{ mm}$.

6128.45

6143.06

6163.59

6217.28



5.6.1 Das Spektrum des Saturn im roten Spektralbereich

In der Mitte erkennt man das Spektrum des eigentlichen Planeten. Dieser Teil wird im Rahmen dieses Musterversuches ausgewertet. Darüber und darunter bildet sich das Spektrum des Ringes ab. Man erkennt deutlich, daß sich die Neigung der Linien der Planetenkugel nicht im Ringspektrum fortsetzt. Auch ist die Neigung der \uparrow Fraunhoferschen Linien im Ring entgegengesetzt. Damit wird klar, daß der Ring weder die Rotation der Planetenkugel fortsetzt noch starr rotiert. Der Ring ist vielmehr aus einer Anzahl kleiner Körper zusammengesetzt, die unabhängig voneinander den Planeten umkreisen und ihre Bahngeschwindigkeit nach dem Dritten Keplerschen Gesetz einnehmen. Das ermöglicht eine Bestimmung der Masse des Planeten Saturn. Die Angabe der Wellenlängen geschieht hier – und damit auch in der Auswertung – in Angström ($1 \text{ \AA} = 0,1 \text{ nm}$).

Daraus folgt $\Delta\lambda = 0,39 \text{ \AA}$ oder

$$5.6.2 \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{0,39 \text{ \AA}}{6170 \text{ \AA}} = 6,32 \cdot 10^{-5}.$$

Die Beobachtung der Flecken und Strukturen auf der Oberfläche des Saturn ergibt eine Rotationszeit von

$$5.6.3 \quad t = 10 \text{ h } 14 \text{ m} = 36840 \text{ s}.$$

* Wegen der Beschriftung der Abb. 5.6.1 ausnahmsweise in der in der astronomischen Spektroskopie üblichen Einheit „Ängström“ ($1 \text{ \AA} = 0,1 \text{ nm}$).

Aus seiner Umlaufzeit um die Sonne von $T = 29,46$ Jahren folgt mit 5.5.8

$$5.6.4 \quad a = 9,54 \text{ AE}^*$$

Zur Opposition ist er folglich

$$5.6.5 \quad R = a - 1 \text{ AE} = 8,54 \text{ AE}$$

von der Erde entfernt. Dazu beobachtet man einen Winkelradius der Planetenscheibe von

$$5.6.6 \quad \varphi = 9,76'' = 4,73 \cdot 10^{-5} \text{ rad.}$$

Mit diesen Zahlen erhalten wir

$$\text{aus 5.5.4} \quad r = 5,56 \cdot 10^7 \text{ m (Äquatorialradius des Saturn)}$$

$$\text{aus 5.5.7} \quad R = 1,18 \cdot 10^{12} \text{ m (Oppositionsentfernung des Saturn)}$$

und

$$\text{aus 5.6.5} \quad 1 \text{ AE} = 1,38 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

5.7 Höchstfehlerabschätzung

Von den eingehenden Größen $|\Delta\lambda|/\lambda$, t , φ und T ist die aus dem Spektrum Abb. 5.6.1 abgeleitete Größe $\Delta\lambda/\lambda$ bei weitem die unsicherste. Man kann davon ausgehen, daß $\Delta\lambda$ aus dem Originalspektrum nur bis auf $\pm 0,1$ mm, also 10% des Wertes bestimmbar ist. Da $|\Delta\lambda|$ linear in Gleichung 5.5.7 eingeht, ist der Fehler in der Bestimmung von $\Delta\lambda$ (10%) zugleich der Höchstfehler der Bestimmung der Astronomischen Einheit. Wir ermitteln daher den Wert der Astronomischen Einheit zu

$$1 \text{ AE} = (1,38 \pm 0,14) \cdot 10^{11} \text{ m.}$$

* siehe auch den Musterversuch 6. „Die Entfernung des Saturn“.

6. Musterversuch „Die Entfernung des Saturn“

6.1 Vorkenntnisse

Der grundsätzliche Aufbau des *Sonnensystems*. Relativbewegungen. Die Definition des Sinus.

6.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine bei Heranziehung eines Himmelskalenders. Ein Feldstecher ist zur Verifikation der aktuellen Planetenposition bei klarem Wetter zu empfehlen. Sternkarte mit ekliptikalen Koordinaten (Norton's Star Atlas).

6.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Eine Schulstunde.

6.4 Einführung

Die scheinbare Bewegung der Planeten unter den Fixsternen kommt durch die Überlagerung der Bahnbewegungen von Erde und Planet zustande. In der Abb. 6.4.3 wird dies für die Bahnschleife eines äußeren Planeten dargestellt. Wenn man nun von der scheinbaren Bewegung die mittlere Bewegung des Planeten abzieht, so wird die Bahnschleife auf die parallaktische Bewegung reduziert (Abb. 6.4.4). Es gilt dann die aus der Fixsternastronomie bekannte Beziehung für die Parallaxe π^* :

$$6.4.1 \quad \sin \pi = \frac{R}{r},$$

wobei r die Entfernung Sonne – Planet und R die Entfernung Sonne – Erde darstellt.

Setzt man R willkürlich zu 1, drückt also die Entfernung in Astronomischen Einheiten aus, so erhält man die Planetenentfernung

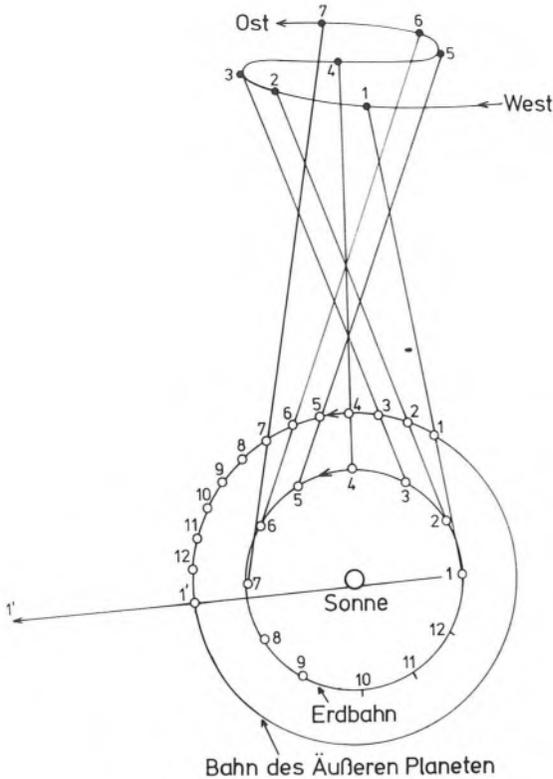
$$6.4.2 \quad r = \frac{1}{\sin \pi} \text{ AE.}$$

6.5 Grundlagen des Musterversuches

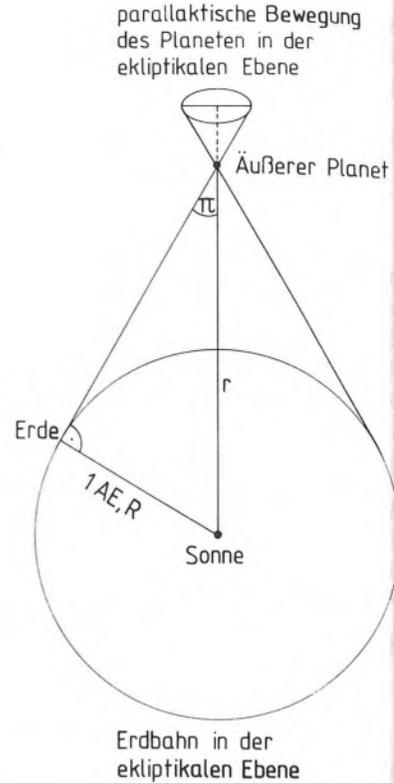
Man wähle zur Durchführung einen Planeten jenseits der Jupiterbahn. Ein Jahr lang wird anhand eines Himmelskalenders die Bahnschleife des Planeten (etwa für den 1. eines jeden Monats) in eine Sternkarte eingetragen. Hierbei sollte die Möglichkeit genutzt werden, bei klarem Wetter punktuell die Planetenposition nachzuprüfen.

Kern des Versuches ist die Subtraktion der jährlichen Eigenbewegung des Planeten, die sich ja in der veränderten Stellung des Planeten beispielsweise zum 1. Januar zweier aufeinanderfolgender Jahre manifestiert. Im folgenden werden die Abkürzungen eingeführt:

* Historisch eingeführte Bezeichnung für diesen Winkel.



6.4.3 Zur Entstehung der Schleifenbewegung eines Planeten an der Sphäre aus der Überlagerung der Kreisbewegungen von Erde und Planet.



6.4.4 Zur Entstehung der Parallaxe des Planeten nach Ausschaltung seiner mittleren Bewegung.

- 6.5.1 $\alpha_{1.1.76}$; $\alpha_{1.1.77}$ die \uparrow Rektaszensionen zu den aufgeführten Zeitpunkten
 $\delta_{1.1.76}$; $\delta_{1.1.77}$ die \uparrow Deklinationen zu den aufgeführten Zeitpunkten
 μ_α ; μ_δ die genäherten jährlichen \uparrow Eigenbewegungen in Rektaszension und Deklination
 α_m ; δ_m die Rektaszensionen und Deklinationen zu Monatsbeginn
 α'_m ; δ'_m die von der mittleren Eigenbewegung befreiten Rektaszensionen und Deklinationen zu Monatsbeginn.

Die ganze Zahl m ist sowohl Index wie Faktor. $m = 0$ entspricht dem 1. Januar, $m = 1$ dem 1. Februar usw.

Die genäherte jährliche Eigenbewegung des Planeten folgt zu (hier für die Jahre 1976, 1977)

$$6.5.2 \quad \begin{aligned} \mu_\alpha &= \alpha_{1.1.77} - \alpha_{1.1.76} \\ \mu_\delta &= \delta_{1.1.77} - \delta_{1.1.76} \end{aligned}$$

da ja die Erde am 1. Januar eines jeden Jahres die gleiche Stellung in ihrer Bahn einnimmt (Abb. 6.4.3).

Nun trägt man die Position des Planeten ein zweites Mal ein, subtrahiert aber die Eigenbewegung für jeden Monat*. Damit ergibt sich für die von der Eigenbewegung des Planeten befreiten Positionen:

$$6.5.3 \quad \alpha'_m = \alpha_m - m \cdot \frac{\mu_\alpha}{12}$$

$$\delta'_m = \delta_m - m \cdot \frac{\mu_\delta}{12}$$

Auf diese Weise wird die mittlere Bewegung des Planeten eliminiert; der Planet wird in seiner Bahnbewegung „angehalten“ und die Bahnschleife geht in eine Ellipse über. Diese Ellipse entspricht der \uparrow Parallaxenellipse bei der Entfernungsbestimmung der Fixsterne. Ihr große Halbachse ist gleich der Parallaxe π . Die kleine Halbachse gibt die Neigung der Planetenbahn gegen die Erdbahnebene (\uparrow Ekliptik), wird aber in diesem Musterversuch nicht weiter berücksichtigt.

6.6 Durchführung des Musterversuches

Es wird die Entfernung des Planeten Saturn aus seiner Bewegung im Jahre 1976 abgeleitet. Die Bahnschleife ist in Abb. 6.6.5 (oberer Teil) dargestellt.

Aus der Position des Saturn

$$6.6.1 \quad \begin{array}{l} \text{zum 1.1.76:} \quad \alpha_{1.1.76} = 8^h 13^m 22^s \quad \delta_{1.1.76} = +20^\circ 10' 26'' \\ \text{und 1.1.77:} \quad \alpha_{1.1.77} = 9^h 14^m 15^s \quad \delta_{1.1.77} = +16^\circ 55' 54'' \\ \text{folgt} \quad \mu_\alpha = 1^h 00^m 53^s \quad \mu_\delta = -3^\circ 14' 32''. \end{array}$$

Für die mittlere Bewegung pro Monat ergibt sich somit

$$6.6.2 \quad \frac{\mu_\alpha}{12} = 5^m 4^s; \quad \frac{\mu_\delta}{12} = -16' 13''.$$

Subtrahiert man diese mittlere Bewegung von der tatsächlichen Position an der Sphäre – schaltet also die eigene Bewegung des Planeten aus, so erhält man die parallaktische Ellipse (Abb. 6.6.5, unterer Teil). An der Skala der ekliptikalen Längen folgt der Durchmesser der Ellipse zu

$$6.6.3 \quad 2\pi = 11^\circ 74'.$$

Die Entfernung des Planeten Saturn von der Sonne folgt damit zu

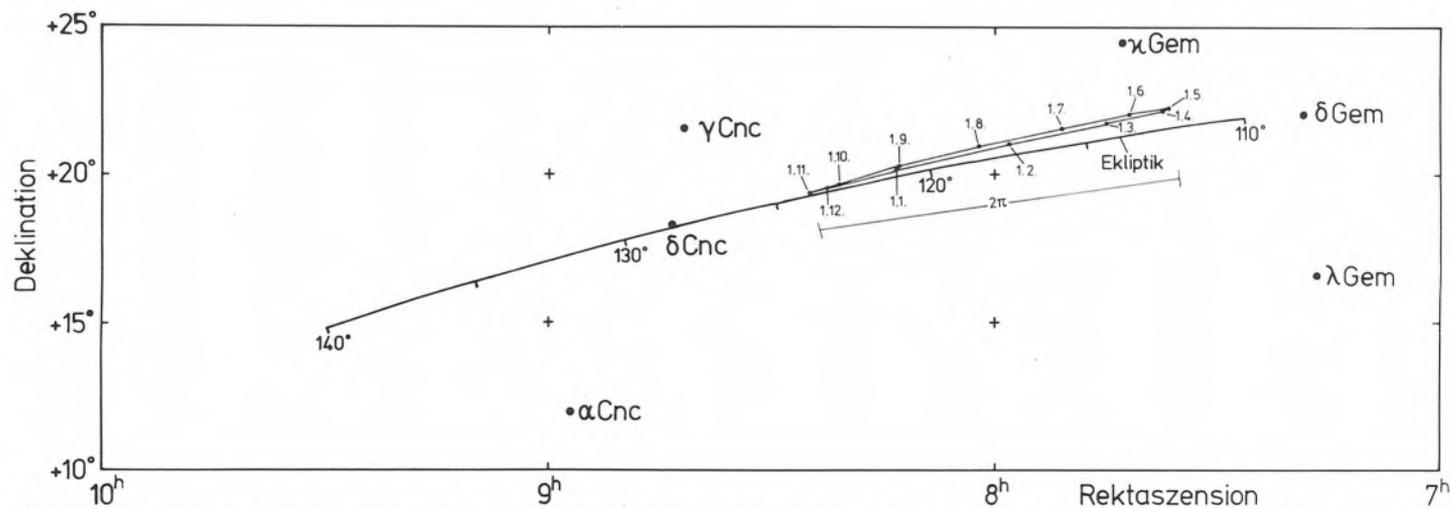
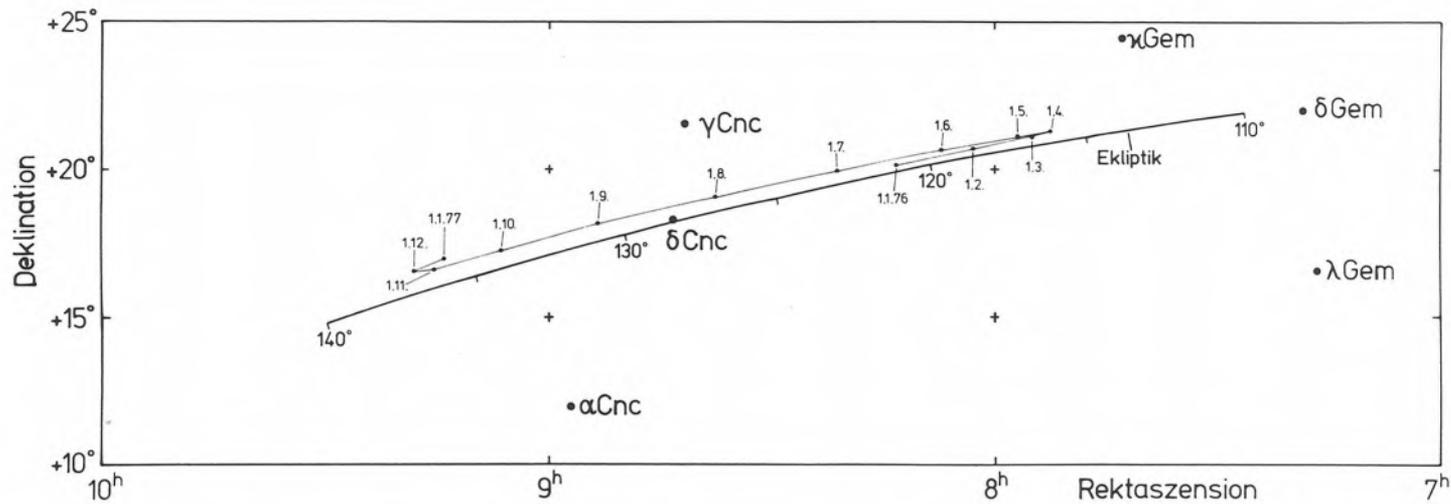
$$6.6.4 \quad r = \frac{1}{\sin 5^\circ 87'} \text{ AE} = 9,78 \text{ Astronomische Einheiten}$$

Dieser Wert stimmt gut mit dem wahren Wert von 9,54 Astronomischen Einheiten überein.

6.7 Höchstfehlerabschätzung

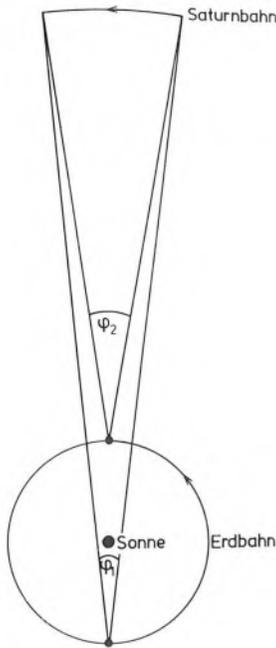
Der Begriff der „mittleren Bewegung“ des Planeten ist im vorliegenden Musterversuch recht unscharf gefaßt. Das wird deutlich, wenn man die zwei Extrema der Positionen zum 1. 1. zweier aufeinanderfolgender Jahre betrachtet (Abb. 6.7.1, S. 42). Man macht sich leicht klar, daß die mittlere Bewegung bei einer Planetenentfernung von 10 AE einen Fehler um $\pm 10\%$ aufweisen wird. Andererseits sind

* ein halbmonatiges Vorgehen würde die Genauigkeit zwar etwas steigern, erfordert aber doppelte Arbeit.

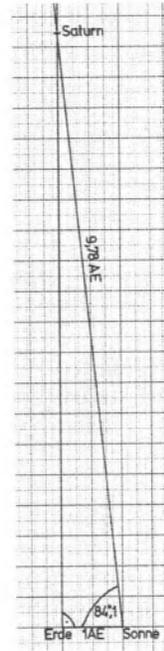


6.6.5 Bewegung des Saturn im Jahre 1976 an der Himmelskugel (oben) sowie nach Abzug der mittleren Bewegung (unten).

für die Bestimmung von π besonders die Umkehrpunkte von Bedeutung, in denen die von der Eigenbewegung befreiten Planetenpositionen dicht aneinander liegen. Daher wird der tatsächliche Fehler im Regelfall merklich darunter liegen.



6.7.1 Zur Unschärfe der Bestimmung der mittleren Bewegung. Die Bewegung des Saturn an der Sphäre während eines Jahres hängt davon ab, ob man ihn zum 1. 1. der aufeinanderfolgenden Jahre eher in Konjunktion (φ_1) oder Opposition (φ_2) beobachtet. Der Unterschied dieser beiden Winkel und damit der abgeleiteten Winkelgeschwindigkeiten wird umso geringer, je weiter ein Planet von der Sonne entfernt ist.



6.8.1 Zur zeichnerischen Ermittlung der Saturnentfernung

6.8 Zusatz für die Sekundarstufe I

Zur Vermeidung der trigonometrischen Funktion des Sinus in den Gleichungen 6.4.1, 6.4.2 und 6.6.4 empfiehlt sich eine geometrische Konstruktion in Anlehnung an Abb. 6.4.4. Abb. 6.8.1 zeigt die Konstruktion für den hier bestimmten Winkel $\pi = 5,9^\circ$. Zunächst trägt man als Strecke die Entfernung Erde – Sonne mit einer Länge von beispielsweise 2 cm ab. Dann errichtet man auf dem mit „Erde“ bezeichneten Endpunkt der Strecke das Lot und trägt auf dem anderen Endpunkt den Winkel von $90^\circ - \pi = 84,1^\circ$ ab. Der Schnittpunkt des freien Schenkels dieses Winkels kennzeichnet dann die Position des Saturn, dessen Abstand von der Sonne aus dem Maßstab von $\frac{1 \text{ AE}}{2 \text{ cm}}$ zu 9,7 Astronomischen Einheiten folgt.

7. Musterversuch „Entfernung eines sonnenähnlichen Fixsterns“

7.1 Vorkenntnisse

↑ Photometrie, das photometrische $1/r^2$ -Gesetz.

7.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine Voraussetzungen bei Heranziehung der Abb. 7.6.5. Bei eigener Erstellung des Ausgangsmaterials Kleinbildkamera (auf Fernrohr zur Nachführung). Absorptionsfolien wie Neutralfilter oder geschwärzte Filme zur Abschwächung des Sonnenlichtes. Belichtungsmesser zur Messung des Schwächungsfaktors der Filter.

7.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Die Erstellung des Aufnahmematerials gelingt bei gutem Wetter innerhalb einer Stunde. Vorbesprechung und Auswertung sind ebenfalls innerhalb einer Schulstunde durchführbar.

7.4 Einführung

Vor der Messung der ersten ↑ Fixsternparallaxe (Bessel 1838) bot der Vergleich der Fixsternhelligkeiten die einzige Möglichkeit zur Abschätzung der Fixsternentfernungen. Schon früh (seit Newton) wurde versucht, die Helligkeit der Sonne mit derjenigen der Fixsterne zu vergleichen. Ist nämlich I_{Sonne} die Intensität der Sonne am Ort der Erde (im Abstand einer ↑ Astronomischen Einheit) und I_{Stern} die Intensität des Fixsternes, so ist der Fixstern nach dem photometrischen Entfernungsgesetz

$$7.4.1 \quad \frac{I_{\text{Sonne}}}{I_{\text{Stern}}} = \frac{L_{\text{Sonne}}}{L_{\text{Stern}}/r^2}$$

$$7.4.2 \quad r = \sqrt{\frac{I_{\text{Sonne}}}{I_{\text{Stern}}}} \quad \text{Astronomische Einheiten}$$

von uns entfernt, falls er die gleiche Eigenhelligkeit wie die Sonne besitzt:

$$L_{\text{Sonne}} = L_{\text{Stern}}^*.$$

Später wurde zwar erkannt, daß die Fixsterne beträchtliche Unterschiede ihrer Eigenhelligkeiten aufweisen. Trotzdem bleibt die schon in alter Zeit getroffene Feststellung gültig, daß ein „gähnender Abgrund“ zwischen dem Sonnensystem und dem Fixsternraum klafft. So ist der uns nächste Fixstern α Centauri etwa 6000 mal weiter entfernt als Pluto, der äußerste Planet im Sonnensystem.

7.5 Grundlagen des Musterversuches

Es wird mit einer Kleinbildkamera die Sonne photographiert. Durch Vorschalten von Neutralfiltern, geschwärzten Planfilmen o. ä. wird die Helligkeit der Sonne auf Fixsternhelligkeit gebracht. Auf dem gleichen Film werden (ohne Abschwächung) Himmelsaufnahmen eines Fixsternfeldes gemacht. Die Kamera wird zu diesem Zweck so defokussiert, daß die Fixsterne zu Scheibchen werden und auf dem

* Der Astronom spricht dann von gleicher ↑ „absoluter Helligkeit“.

Filmbild den gleichen Durchmesser wie die Sonnenscheibe aufweisen. Bei Schwärzungsähnlichkeit von Sonne und Fixstern ist das Helligkeitsverhältnis der Gestirne gegeben durch den Schwächungsfaktor der Abschwächungsfilter (und eines eventuellen Belichtungsunterschiedes). Dieses Verhältnis ist aber gemäß Gleichung 7.4.2 das Quadrat der Entfernung des Fixsterns in Astronomischen Einheiten.

Die Abschwächung der Folien kann durch einen lichtelektrischen Belichtungsmesser bestimmt werden. Hierbei ist zu beachten, daß übliche Belichtungsmesser nur etwa 10 „Lichtwerte“ (etwa einen Faktor 1000) zu überbrücken gestatten. Da der Helligkeitsunterschied von Sonne und Fixstern von der Größenordnung 10^{12} ist, müssen etwa vier Folien mit einer Schwächung um je 10^3 hintereinandergelegt werden.

7.6 Durchführung des Musterversuches

Die Auswahl eines sonnenähnlichen Fixsternes (etwa gemäß Abb. 7.6.5, linker Teil) ist nur dann nötig, wenn man eine relativ hohe Genauigkeit anstrebt*. Um den „gähnenden Abgrund“ zwischen Sonnensystem und Fixsternraum zu demonstrieren, kann praktisch jeder am Himmel sichtbare Stern herangezogen werden.

Im rechten Teil der Abb. 7.6.5 ist das Sternfeld um BS 483 defokussiert abgebildet. Darüber drei Aufnahmen der Sonne mit verschiedenen Belichtungszeiten. Der sonnenähnliche Fixstern BS 483 liegt in seiner Helligkeit zwischen den Sonnenaufnahmen mit 10 und 15 Sekunden Belichtungszeit.

Wir stellen daher fest, daß der 976 Sekunden dauernden Belichtung des Fixsternes BS 483 eine 12,5 Sekunden dauernde der Sonne entspricht.

Die Aufnahmen der Sonne wurden durch einen Satz von vier Graufiltern gemacht. Mit einem Belichtungsmesser wurde der Schwächungsfaktor eines Filters zu 400 bestimmt.

Damit wird das Verhältnis der Intensitäten von Sonne und Stern zu

$$7.6.1 \quad \frac{I_{\text{Sonne}}}{I_{\text{Stern}}} = (400)^4 \cdot \frac{976 \text{ s}}{12,5 \text{ s}} = 2,0 \cdot 10^{12}$$

und die Entfernung des Fixsterns ergibt sich mit 7.4.2 zu

$$7.6.2 \quad r = \sqrt{2,0 \cdot 10^{12}} \text{ AE} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ AE} .$$

Für Fixsternentfernungen verwendet man die Einheit des Parsec (Parallaxensekunde). 1 Parsec, abgekürzt 1 pc, entspricht derjenigen Entfernung, aus der man den Erdbahnradius (also die Astronomische Einheit) auf eine Bogensekunde geschrumpft sieht. Folglich gilt

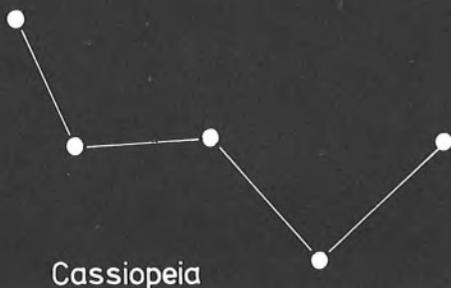
$$7.6.3 \quad 1 \text{ pc} = \frac{360 \cdot 3600}{2 \pi} \text{ AE} = 206 \ 265 \text{ AE} .$$

In diesem Maßsystem ergibt sich die Entfernung des sonnenähnlichen Fixsternes BS 483 zu

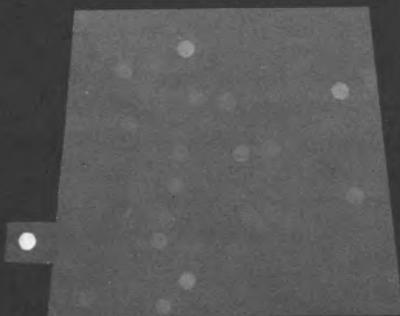
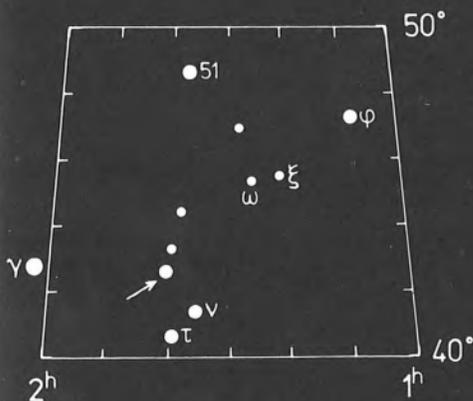
$$7.6.4 \quad r = 6,9 \text{ pc} .$$

Die tatsächliche Entfernung von BS 483 beträgt 11,6 pc.

* Bei stärkerer Himmelsaufhellung (Großstadtnähe) empfiehlt sich die Verwendung des benachbarten Sternes η Cassiopeiae (Tabelle 7.8.1), der wesentlich heller ist. Seine Entfernung beträgt 5,5 pc.



Drei Aufnahmen der Sonne mit 10, 15 und 20 Sek. Belichtungszeit
 Film: 15 DIN
 Objektiv: $f/2.8$; $f=50\text{mm}$
 eingestellt auf Unendlich



Sternfeld in der Andromeda
 mit dem sonnenähnlichen
 Stern BS 483 (Pfeil).
 (Koordinaten 1980.0)

Aufnahme des Sternfeldes
 um BS 483.
 Film: 15 DIN
 Objektiv: $f/2.8$; $f=50\text{mm}$
 eingestellt auf 1.97m
 Belichtungszeit: 976 Sekunden

7.6.5 Aufsuchkärtchen des sonnenähnlichen Sternes BS 483 (linker Teil) sowie die entsprechende Aufnahme mit den Sonnenaufnahmen (rechter Teil).

7.7 Höchstfehlerabschätzung

Der photoelektrische Belichtungsmesser mißt auf etwa $\pm \frac{1}{2}$ Blenden (Faktor $\sqrt{2}$) genau. Damit wird das Verhältnis der Intensitäten (bei 4 Folien) um den Faktor $(\sqrt{2})^4 = 4$ unbestimmt; die Entfernung gemäß Gleichung 7.4.2 also um den Faktor 2. Damit liegt die Entfernung von BS 483 zwischen 3,4 pc und 13,7 pc.

7.8 Arbeitsgemeinschaft

Wie erkennt man, daß ein Stern sonnenähnlich ist? Spektralaufnahmen heller Sterne, vergleiche den Musterversuch 25. „Spektralanalyse“, Teilversuch 5. Hierzu eignen sich folgende Sterne der \uparrow Leuchtkraftklasse V:

7.8.1

Spektraltyp	Name	Helligkeit	Koordinaten 1980.0	
			Rektaszension	Deklination
F 8	ν Andromedae	4,1 ^m	1 ^h 35 ^m 38 ^s	+ 41° 18'
G 0	η Cassiopeiae	3,5	0 47 53	+ 57 43
G 2	BS 483	4,9	1 40 35	+ 42 31
G 5	κ Ceti	4,8	3 18 19	+ 3 18
K 0	σ Draconis	4,7	19 32 23	+ 69 37

7.9 Zusatz für die Sekundarstufe I

Demonstration des photometrischen Grundgesetzes anhand der geradlinigen Ausbreitung des Lichtes; Vermeidung der Potenzschreibweise großer Zahlen.

8. Musterversuch „Das Olberssche Paradoxon“

8.1 Vorkenntnisse

Photometrisches $1/r^2$ -Gesetz, Integralrechnung.

8.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine.

8.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Eine Schulstunde für die Einführung und die Grundlagen; eine weitere für die Versuchsdurchführung.

8.4 Einführung

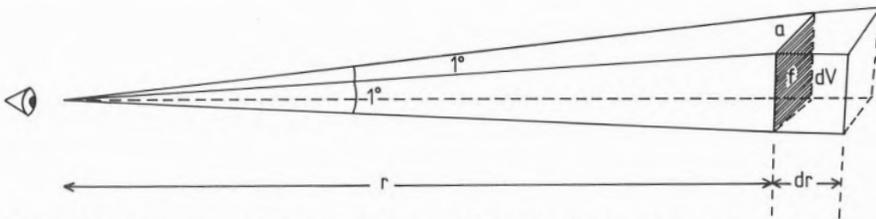
Warum wird es nachts dunkel? Diese nur scheinbar leicht zu beantwortende Frage („weil dann die Sonne untergegangen ist“) führt zu einer der grundlegenden Beobachtungstatsachen der Kosmologie, die auch heute von ihrer Bedeutsamkeit noch nichts verloren hat. Zur Verdeutlichung gehen wir von einem unendlich ausgedehnten und unendlich alten Universum aus, welches gleichförmig mit Sternen erfüllt sei. Seine Parameter (insbesondere die mittlere Dichte ρ_0) seien konstant. Ein derartiges Universum heißt „statisch“.

Der Bremer Arzt Heinrich W. Olbers machte nach ähnlichen Ideen von J. Kepler (1610), E. Halley (1720) und J. P. Loys de Chéseaux (1744) im Jahre 1826 darauf aufmerksam, daß ein solches Universum dem Beobachter im Gegensatz zur alltäglichen Erfahrung sehr hell erscheinen müßte. Folglich könnte der Sonnenuntergang auch keine Dunkelheit bringen. Die grundlegende Überlegung kann anhand der Abb. 8.5.1 nachvollzogen werden.

8.5 Grundlagen des Musterversuches

Abb. 8.5.1 zeigt einen pyramidenförmigen Raumbereich, der sich dem irdischen Beobachter als ein quadratisches Feld am Himmel von 1° Kantenlänge darbietet*. Welche Gesamthelligkeit I_{ges} aller im Raumbereich enthaltenen Sterne nimmt der Beobachter wahr? Ganz offensichtlich summieren sich die Helligkeiten der in den infinitesimalen Volumenelementen dV enthaltenen Sterne nach Maßgabe des photometrischen $1/r^2$ -Gesetzes. In einem Volumenelement dV ist die Kante des an die Sphäre projizierten Quadrats

* Es ist natürlich ebenfalls möglich, die ganze Himmelsfläche zum Ausgangspunkt der Überlegungen zu machen. Dann wird der Zahlenfaktor ab 8.5.3 einfach 4π .



8.5.1 Ein Himmelsareal der Ausdehnung $1^\circ \times 1^\circ$ ist die Projektion einer Pyramide mit quadratischem Querschnitt. Für eine gegebene Entfernung r ist die Querschnittsfläche $f = a^2$, worin $a = 2 \cdot r \cdot \tan(\frac{1}{2}^\circ)$ ist. Sternanzahl und -helligkeit sowie die mittlere Eindringtiefe des Sehstrahls werden durch Integration über die infinitesimalen Volumina $dV = f \cdot dr$ ermittelt.

$$8.5.2 \quad a = r \cdot 2 \cdot \tan(1/2^\circ) = 1,75 \cdot 10^{-2} \cdot r.$$

Damit wird die Basisfläche f

$$8.5.3 \quad f = a^2 = 3,05 \cdot 10^{-4} \cdot r^2.$$

Das Volumen dV hat daher den Wert

$$8.5.4 \quad dV = f \cdot dr = 3,05 \cdot 10^{-4} r^2 dr.$$

Die Anzahl dN der Sterne in dV ist proportional zur Sterndichte ϱ_0

$$8.5.5 \quad dN = \varrho_0 \cdot dV = 3,05 \cdot 10^{-4} \varrho_0 r^2 dr.$$

Jeder Stern habe eine konstante Eigenhelligkeit I_0 . Seine scheinbare Helligkeit I am Orte des Beobachters regelt sich nach dem photometrischen Grundgesetz. Ist r seine Entfernung vom Beobachter, so wird

$$8.5.6 \quad I = \frac{I_0}{r^2}.$$

Die dN Sterne der Gleichung 8.5.5 tragen daher am Orte des Beobachters mit

$$8.5.7 \quad dI = dN \cdot I$$

oder

$$8.5.8 \quad dI = 3,05 \cdot 10^{-4} \varrho_0 r^2 \frac{I_0}{r^2} dr$$

zur Gesamthelligkeit bei. Gleichung 8.5.8 läßt sich zu

$$8.5.9 \quad dI = 3,05 \cdot 10^{-4} I_0 \varrho_0 dr$$

vereinfachen. Wir entnehmen daraus, daß der Helligkeitsbeitrag jedes Volumenelementes gleich groß ist, und zwar unabhängig von der Entfernung r zum Beobachter. In einem unendlich ausgedehnten Weltall müßte die Gesamtintensität der Strahlung aller Sterne daher über alle Grenzen wachsen und nachts bliebe es über alle Maßen hell. Die Gesamtintensität aller Sterne bis zur Entfernung R wird nämlich

$$8.5.10 \quad I_{\text{ges}} = \int_{r=0}^{r=R} dI = \int_{r=0}^{r=R} 3,05 \cdot 10^{-4} \cdot I_0 \cdot \varrho_0 dr \\ = 3,05 \cdot 10^{-4} I_0 \varrho_0 R.$$

Für $R \rightarrow \infty$ divergiert Gleichung 8.5.10. Dies ist die schärfste Fassung des Olberschen Paradoxons.

Die Helligkeit wird auf einen endlichen – aber immer noch sehr hohen – Wert zurückgeführt, wenn wir die Sterne als das betrachten, was sie eigentlich sind: Kugeln, die sich als Scheibchen an die Sphäre projizieren. Dann dringt der Sehstrahl des Beobachters nicht mehr ins Unendliche, sondern bleibt in endlicher Entfernung an einer der Sternoberflächen hängen. Die Scheibchen überlappen sich und dem Beobachter stellt sich eine „geschlossene Sternenwand“ mit der Flächenhelligkeit der Sternoberflächen dar.

Da die Sonne als typischer Fixstern angesehen werden kann, würde also die gesamte Himmelsfläche so hell wie die Sonne leuchten. In praxi wäre dies kaum weniger gravierend als im Fall der punktförmigen Sterne. Die Sonne wäre nicht mehr sichtbar, da sie sich vor der gleich hellen Sternenwand nicht abheben würde. Folglich würde ihr Untergang auch keine Dunkelheit bringen. Die Erde würde verdampfen (oder hätte sich gar nicht erst verfestigen können), da sie unter dieser enormen Einstrahlung auf die Temperatur der Sonnenoberfläche von rund 6000 K aufgeheizt würde (siehe Musterversuch 20. „Die Oberflächentemperatur der Sonne“).

Wir wollen im folgenden unter R die mittlere Entfernung verstehen, aus der das Sternlicht im Falle endlicher Sternquerschnitte stammt. R kann auch als mittlere freie Weglänge des Sternlichtes interpretiert werden, da R die Entfernung zwischen Emission und Absorption (im menschlichen Auge) beschreibt. Ferner ist dem Wert für R die optische Tiefe $\tau = 1$ zugeordnet (siehe die Musterversuche 16. „Astronomische Beobachtungen mit bloßem Auge“, Teilversuch 3, sowie 23. „Die Randverdunklung der Sonne“).

Die Ableitung der Reichweite R verläuft in weiten Zügen ähnlich wie die von I_{ges} . Wir fragen uns zunächst, wie groß der Anteil der Scheibchenflächen der dN Sterne irgendeines Volumens dV ist (Abb. 8.5.1). Wenn der (lineare) Radius des Sternes r_0 beträgt, so ist die dem Beobachter dargebotene Scheibchenfläche einfach πr_0^2 . Die dN Sterne haben somit zusammen eine Scheibchenfläche von

$$8.5.11 \quad df = dN \cdot \pi r_0^2$$

oder mit Gleichung 8.5.5

$$8.5.12 \quad df = 3,05 \cdot 10^{-4} \rho_0 r^2 dr \cdot \pi r_0^2 \\ = 3,05 \cdot 10^{-4} \pi \rho_0 r_0^2 r^2 dr .$$

Wir führen nun eine Größe b ein, die die anteilmäßige Belegung der Fläche f mit Sternscheibchen angibt. b ist so definiert, daß

$b = 0$ vollständige Freiheit von Sternscheibchen

$b = 1$ vollständige Ausfüllung mit Sternscheibchen bedeuten. Damit wird

$$8.5.13 \quad df = db \cdot f .$$

Die Gleichungen 8.5.4 und 8.5.12 erlauben die Umformung

$$8.5.14 \quad db = \frac{3,05 \cdot 10^{-4} \pi \rho_0 r_0^2 r^2 dr}{3,05 \cdot 10^{-4} f} \\ = \pi \rho_0 r_0^2 dr .$$

Auch hier gilt also wieder, daß jedes Volumenelement dV (unabhängig von der Entfernung r) einen konstanten Beitrag zur Gesamtabdeckung leistet. Vollständige Abdeckung des $1^\circ \times 1^\circ$ großen Himmelsareales wird der Beobachter also dann feststellen, wenn das Weltall mindestens den Radius R mit

$$8.5.15 \quad \int_{r=0}^{r=R} db = 1$$

oder (unter Berücksichtigung von Gleichung 8.5.14)

$$8.5.16 \quad 1 = \int_{r=0}^{r=R} \pi \rho_0 r_0^2 dr = \pi \rho_0 r_0^2 \cdot R$$

beziehungsweise

$$8.5.17 \quad R = \frac{1}{\pi \rho_0 r_0^2}$$

aufweist.

Könnten ↑ Dunkelwolken das Paradoxon aufheben? Auf den ersten Blick, ja. Bilder der Milchstraße zeigen deutlich, daß Dunkelwolken sehr wirksam das Sternenlicht verschlucken und – zum Leidwesen des optischen Astronomen – die Sterne dahinter völlig unsichtbar werden lassen (Abb. 8.6.1). Auf lange Sicht können die Dunkelwolken jedoch nicht aus dem Dilemma herausführen. Hierzu ein Beispiel.

Wir schauen durch ein kleines Guckloch in einen gut durchgeheizten Kohleofen. Kohlestücke und Ofenwand bilden eine einheitlich leuchtende Fläche ähnlich der oben erwähnten Sternenwand. Nun werfen wir ein weiteres Stückchen Kohle in den Ofen. Für eine gewisse Zeit bleibt es unter der im Ofen herrschenden Temperatur. Damit bleibt es erkennbar, denn es ist (Plancksches Strahlungsgesetz!) dunkler als das restliche Ofeninnere.

Nach einer gewissen Zeit wird das hineingeworfene Kohlestückchen aber die Temperatur des Ofens annehmen. Damit wird es unsichtbar, und zwar nicht, weil es seine Undurchsichtigkeit verloren hätte, sondern weil es genau wie der Rest des Ofens strahlt. Der Ofen sieht aus wie früher. Das gleiche würde mit den Dunkelwolken geschehen.

Sie würden auf 6000 K aufgeheizt und strahlten dann wie der Stern-Hintergrund. Einen Ausweg aus dem Olbersschen Paradoxon bilden sie nicht.

Weitere Versuche zur Umgehung des Paradoxon gingen von einem hierarchischen Universum aus (R. Proctor, 1878; C. Charlier, 1921).

So wie die Sonne zur Milchstraße gehört und diese wiederum einer lokalen Galaxiengruppe zuzurechnen ist, so sollte ein immer weiter zu höheren Ordnungen gestaffelter Kosmos bei gleichzeitiger Abnahme der mittleren Dichte einen Ausweg bilden. In der Tat kann auf diese Weise die Divergenz der Gleichung 8.5.10 und ein endlicher Weltradius 8.5.17 vermieden werden. Dafür erkaufte man sich einen Widerspruch zu den Beobachtungen einer kosmischen Isotropie und stellt letztlich die Erde wiederum in den Mittelpunkt des Universums.

Ebenso kann die ↑ Rotverschiebung nicht zur Lichtschwächung herangezogen werden. Rechnungen haben gezeigt, daß dabei nur etwa ein Faktor 2 gewonnen werden kann.

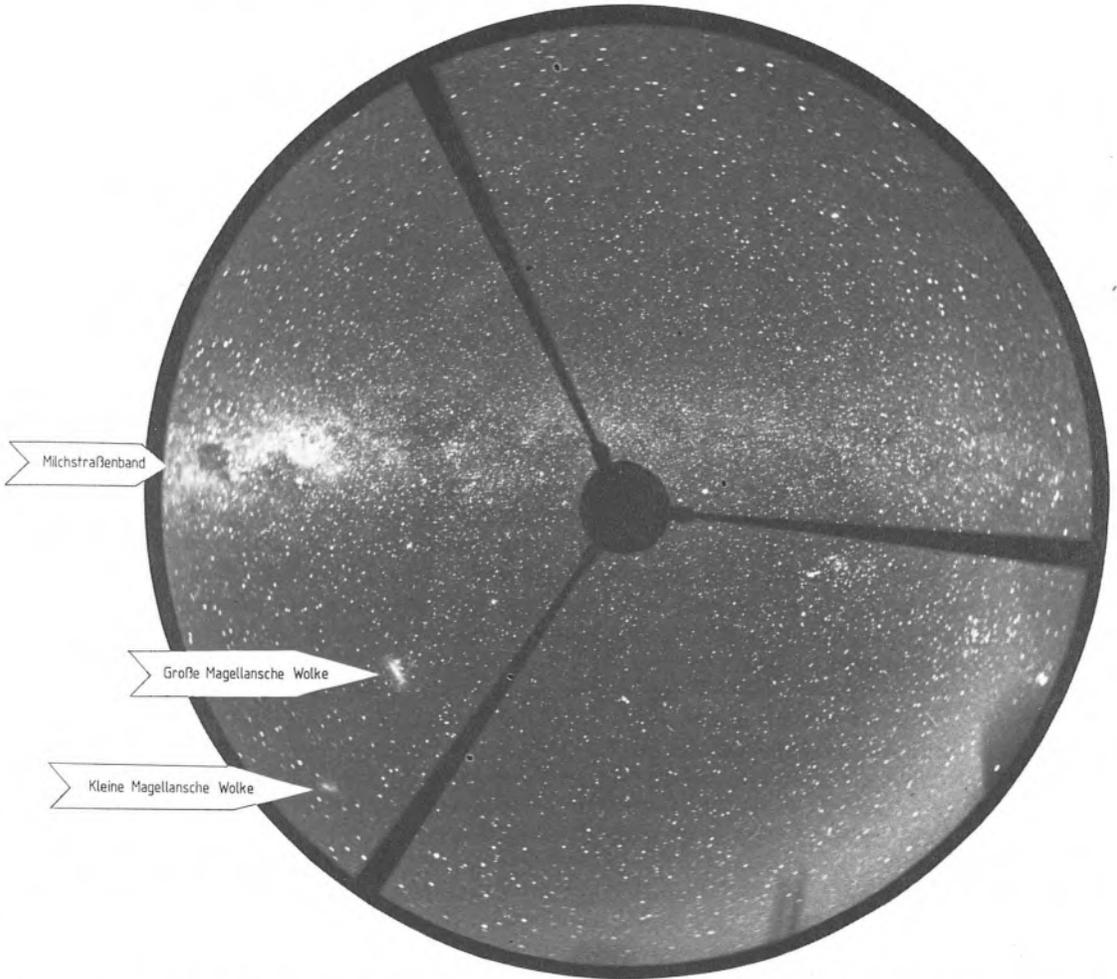
8.6 Durchführung des Musterversuches

Die Einführung zu diesem Musterversuch wie auch die Besprechung der Grundlagen folgte aus historischen Gründen dem Anwachsen der Sternhelligkeiten. Es zeigt sich jedoch, daß die Sterne für eine realistische Versuchsdurchführung weniger geeignet sind. Der Grund dafür liegt in der Tatsache, daß die mittlere Dichte ρ_0 im ganzen Universum nur etwa drei Sonnenmassen pro Kubikkiloparsec beträgt, während sie in unserer Umgebung wegen der hohen Sternichte im Milchstraßensystem neun Zehnerpotenzen darüber liegt (ca. 1 Sonnenmasse pro Kubikparsec). Es ist daher zweckmäßiger, gleich von Milchstraßensystemen (Galaxien) auszugehen, da diese trotz einer Tendenz zur Haufenbildung erheblich gleichmäßiger als Sterne verteilt sind, die sich ganz in Galaxien konzentrieren.

Wir formulieren daher die Frage anders und fragen nach der Entfernung R (Glei-

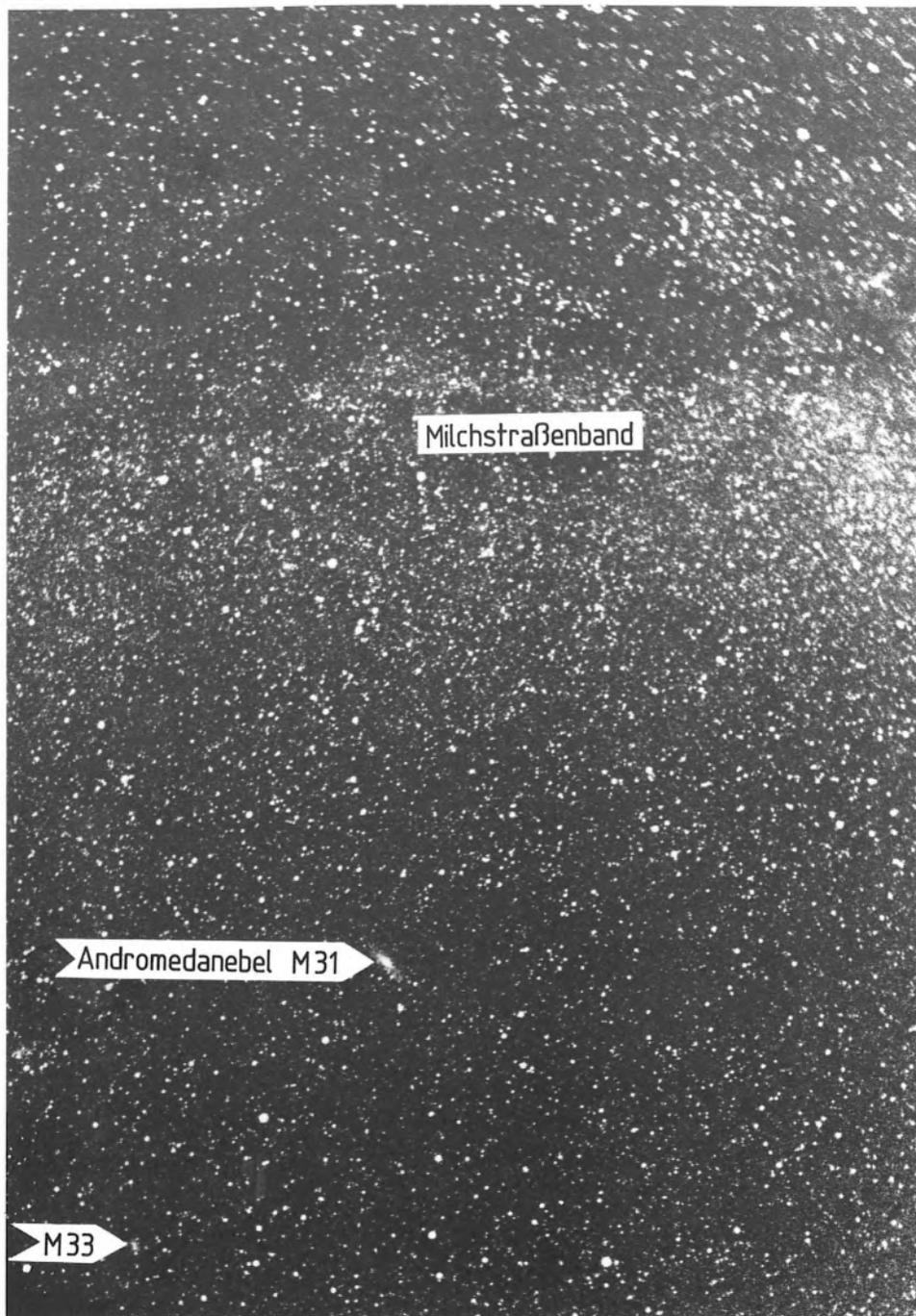
chung 8.5.17), bei der das Band der Milchstraße sich nicht mehr vom Hintergrund der etwa gleich flächenhellen Galaxien des Universums abheben würde.

Die Abb. 8.6.1 und 8.6.2 zeigen Weitwinkelaufnahmen des Nachthimmels mit dem Milchstraßenband*. Abb. 8.6.1 zeigt die beiden nächsten Galaxien (Große und Kleine Magellansche Wolke). Man erkennt die Ähnlichkeit ihrer Flächenhelligkeiten mit der des Milchstraßenbandes, die auch zu erwarten ist, da die Magellanschen Wolken ja ebenfalls Milchstraßensysteme sind. Zum anderen wird damit noch einmal der Satz von der Konstanz der Flächenhelligkeit demonstriert (siehe auch den Musterversuch 16. „Beobachtungen mit dem bloßen Auge“).



8.6.1 Weitwinkelaufnahme des Milchstraßenbandes von Auriga bis Centaurus. Die Aufnahme erfaßt fast den ganzen über dem Horizont befindlichen Himmel. Südlich des Milchstraßenbandes die beiden Magellanschen Wolken, die die nächstgelegenen extragalaktischen Systeme sind. Der Durchmesser des Bildfeldes beträgt 140°.

* Aus dem „Atlas der Milchstraße“ von W. Schlosser, Th. Schmidt-Kaler und W. Hünecke.



8.6.2 Das Milchstraßenband von Cepheus bis Cassiopeia mit den beiden hellsten nördlichen Galaxien M 31 (Andromedanebel) und M 33 (Dreiecksnebel). Diese Aufnahme demonstriert, wie gering die Raumerfüllung mit Galaxien ist und macht die nach Gigaparsec zählende mittlere freie Weglänge des Lichtes im Kosmos plausibel.

Abb. 8.6.2 zeigt die erheblich weiter entfernten (und damit kleineren) Galaxien M 31 und M 33. Insgesamt erweist eine Untersuchung derartiger Aufnahmen, daß es nur sieben Galaxien gibt, die bei einer Mindestgröße von $0,1^\circ$ etwa die gleiche Flächenhelligkeit wie unsere Milchstraße haben, denn kleinere Galaxien sind auf den Aufnahmen nicht mehr erkennbar (Tabelle 8.6.3).

8.6.3

Name der Galaxie	Koordinaten 1980		Ausdehnung der Galaxie (milchstraßenähnliche Helligkeit)	Entfernung (Mpc)
	α	δ		
Große Magellansche Wolke	$5^h23,8^m$	$-69^\circ06'$	$3^\circ \times 6^\circ$	0,052
Kleine Magellansche Wolke	$0^h51,1^m$	$-72^\circ50'$	$2^\circ \times 3^\circ$	0,063
Andromedanebel M 31	$0^h41,6^m$	$+41^\circ10'$	$0,5^\circ \times 2^\circ$	0,67
M 33	$1^h32,8^m$	$+30^\circ33'$	$0,2^\circ \times 0,3^\circ$	0,73
NGC 253	$0^h46,6^m$	$-25^\circ24'$	$0,1^\circ \times 0,3^\circ$	2,4
M 81	$9^h54,0^m$	$+69^\circ10'$	$0,1^\circ \times 0,2^\circ$	3,2
NGC 5128	$13^h24,1^m$	$-42^\circ54'$	$0,2^\circ \times 0,2^\circ$	4,4
Summe: 25,15 Quadratgrad				

Die vier Galaxien M 31, M 33, NGC 253 und M 81 können auch von unseren Breiten aus beobachtet werden. Es besteht keine Schwierigkeit, sie mit einer Kleinbildkamera und hochempfindlichem Film aufzunehmen. Die Belichtungszeit sollte rund eine Stunde betragen. Die Kamera wird mit Normalobjektiv ($f/2$, $f = 50$ mm) auf einem Teleskop nachgeführt. Wegen der langen Belichtungszeit muß die Aufnahme abseits der Aufhellung größerer Ansiedlungen durchgeführt werden. Photographiert man außerdem noch das Milchstraßenband, so kommt die Vergleichbarkeit der Flächenhelligkeiten gut heraus.

Wie weit reicht unsere Stichprobe ins Universum? Untersuchungen haben ergeben, daß die fernsten Galaxien der Tabelle 8.6.3, M 81 und NGC 5128, etwa $r = 4$ Mpc entfernt sind. Die Galaxien der Tabelle 8.6.3 nehmen am Himmel eine Fläche von 25,15 Quadratgrad ein. Da die gesamte Himmelsfläche 41 253 Quadratgrad beträgt*, ist der Füllungsgrad in Anlehnung an 8.5.13

$$8.6.4 \quad \Delta b = \frac{25,15}{41\,253} = 6,1 \cdot 10^{-4}.$$

Wie Gleichung 8.5.14 lehrt, gibt jedes Volumenelement unabhängig von seiner Entfernung den gleichen Anteil zur Gesamtabdeckung. Damit wächst Δb linear mit der Entfernung und es wird vollständige Abdeckung erreicht bei

$$8.6.5 \quad R = \frac{r}{\Delta b} = 6,6 \text{ Gpc.}$$

(1 Gpc = 1 Gigaparsec = 10^9 pc = $3,1 \cdot 10^{25}$ m).

Dies ist sicher eine untere Grenze für R , denn ein Blick auf die Tabelle 8.6.3 zeigt, daß die beiden Magellanschen Wolken den Füllungsgrad wesentlich bestimmen. Ohne diese beiden Systeme wird

$$8.6.6 \quad \Delta b = \frac{1,15}{41\,253} = 2,8 \cdot 10^{-5}$$

und

$$8.6.7 \quad R = \frac{r}{\Delta b} = 145 \text{ Gpc}.$$

* Dies ist der Raumwinkel 4π ausgedrückt in Quadratgrad $\left(\frac{\pi}{180}\right)^2$.

Zusammenfassend stellen wir fest, daß die deutliche Sichtbarkeit des Milchstraßenbandes nur dann gewährleistet ist, wenn unter Voraussetzung eines statischen Universums dessen Ausmaße weit unter 145 Gpc liegen.

In der Kosmologie wird diese Zahl allerdings anders interpretiert. Wegen der grundsätzlichen Möglichkeit eines offenen Universums (in dem dann eine charakteristische Länge nur die Größe beschreibt, auf der Abweichungen von der euklidischen Geometrie auftreten) ist nur die entsprechende Zeit

$$8.6.8 \quad T = \frac{R}{c}$$

von Bedeutung. Man erhält aus den beiden Füllungsfaktoren 8.6.4 und 8.6.6 die Zeiten

$$8.6.9 \quad T = 22 \text{ Milliarden Jahre.}$$

bzw.

$$8.6.10 \quad T = 470 \text{ Milliarden Jahre.}$$

Diese Zeiten geben die obere Grenze dafür, wie lange das Universum in der uns bekannten Form existiert. Entweder ist es vor weit weniger als T Jahren entstanden oder aber es ist älter und die Sterne begannen vor weniger als T Jahren zu leuchten. Beide Folgerungen sind im wesentlichen gleich: vor höchstens T Jahren muß das Universum ganz anders ausgesehen haben als heute.

Im Laufe der letzten 60 Jahre sind eine Fülle weiterer kosmologischer Beobachtungsbefunde entdeckt worden. Von besonderer Bedeutung ist die Rotverschiebung der fernen Galaxien, die durch die \uparrow Hubble-Konstante

$$8.6.11 \quad H = 50 \frac{\text{km/sec}}{\text{Mpc}}$$

beschrieben wird. Ihr Kehrwert beträgt

$$8.6.12 \quad 1/H \approx 15 \text{ Milliarden Jahre}$$

und diese Zeit gilt heute allgemein als das Alter des Universums, das seine Entstehungszeit und das Einsetzen des Leuchtens der Sterne gleichermaßen kennzeichnet.

8.7 Höchstfehlerabschätzung

Entfällt.

9. Musterversuch „Regelmäßigkeit der Finsternisse/Frühe astronomische Beobachtungstechniken“

9.1 Vorkenntnisse

Elementare Kenntnisse über Auf- und Untergang der Gestirne; Entstehung der ↑ Finsternisse.

9.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine.

9.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Je eine Schulstunde für die Vorbereitungen und für die Durchführung des Musterversuches.

9.4 Einführung

Eine der wichtigsten Aufgaben der Himmelskunde war seit jeher die Zeitbestimmung. Je weiter wir die Geschichte der Astronomie in die Vergangenheit zurückverfolgen, um so mehr gewinnt die Zeit- und die damit eng verbundene Ortsbestimmung an praktischer Bedeutung. Eine wissenschaftliche Astronomie als reine Grundlagenforschung, wie wir sie heute kennen, gibt es erst seit der griechischen Antike.

Die wichtigsten Zeitmaße – in der Antike wie heute – werden von der weitgehend unveränderlichen ↑ Erdrotation sowie der gesetzmäßigen Bewegung von Sonne und Mond abgeleitet. Die Erdrotation liefert die Tageslänge, der Mondlauf Woche und Monat und der Sonnenlauf das Jahr. Der Unveränderlichkeit astronomischer Phänomene und der Beständigkeit ihres zeitlichen Ablaufs über die Jahrtausende entspricht eine Konstanz der Beobachtungsverfahren, die immer wieder überrascht. So wurden im Irak noch im 20. nachchristlichen Jahrhundert die gleichen Techniken zur Bestimmung des neuen Mondes angewandt, mit denen im 19. Jahrhundert v. Chr. Steinzeitmenschen in Südengland die Sommersonnenwende festlegten.

Die über Jahrtausende unveränderten Beobachtungsverfahren beruhen auf der frühen Feststellung der Beobachter, daß

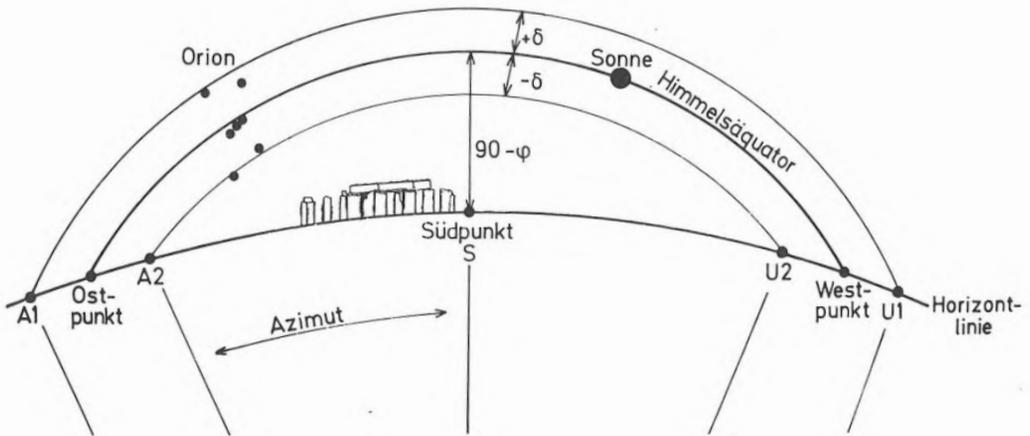
- a) Fixsterne stets an der gleichen Stelle des Himmels auf- und untergehen
- b) der Sonnen- und Mondlauf zusätzlich von der Jahreszeit abhängt.

Dieser so wichtige Zusammenhang wird durch Abb. 9.4.1, S. 56, erläutert. Sie zeigt den Blick auf einen Horizontausschnitt, der sich von Ost über Süd nach West erstreckt. Ost- und Westpunkt werden durch den ↑ Himmelsäquator verbunden. Dieser ist die wichtigste gedachte Linie am Himmel. Real wird er markiert durch den Lauf der Sonne zur *Frühlings-* und *Herbst-Tagundnachtgleiche* und die Gürtelsterne im Sternbild Orion. Der größte Abstand des Himmelsäquators vom Horizont wird über dem Südpunkt erreicht. Subtrahiert man diesen Wert vom Rechten Winkel (90°), so erhält man die geographische Breite des Beobachtungsstandortes (Musterversuch 1. „Erdradius“, Polhöhe gleich geographischer Breite).

Nun liegen die Gestirne (Sonne und Mond gehören natürlich auch dazu) im allgemeinen nicht auf dem Himmelsäquator, sondern kreisen um den Betrag ihrer \uparrow Deklination nördlich ($+\delta$) oder südlich ($-\delta$) vom Aufgangspunkt zum Untergangspunkt. Die Auf- und Untergangspunkte liegen symmetrisch zum Südpunkt und – wie Abb. 9.4.1 zeigt – um so weiter vom Ostpunkt und Westpunkt entfernt, je größer die Abweichung δ vom Himmelsäquator ist. Da bei den Fixsternen die Deklination unveränderlich ist, bei Sonne und Mond hingegen von der Jahreszeit (und einigen anderen Faktoren abhängt), gelten die oben unter a) und b) aufgeführten Feststellungen.

Es lag daher nahe, die \uparrow Horizontpunkte A und U durch unverrückbare Male, wie z. B. Steinsetzungen oder – bei Bauwerken – durch architektonische Linien zu kennzeichnen, um danach Jahr für Jahr die himmlischen Phänomene präzise voraussagen zu können. Bald stellte man außerdem fest, daß bestimmte, vorausberechenbare Stellungen von Sonne, Mond und Planeten Finsternisse und Konstellationen bedeuteten, die durch einfache zahlenmäßige Beziehungen untereinander verknüpft waren. So konnte man z. B. durch ein reines Abzählverfahren Finsternisse und Planetenkonstellationen voraussagen und die Anwendbarkeit von Steinsetzungen erheblich erweitern. Nach Ansicht vieler Wissenschaftler ist Stonehenge ein „Computer der Steinzeit“, der eben diesem Zweck gedient hat. (Der Ausdruck „Abakus der Steinzeit“ wäre übrigens zutreffender.)

Im folgenden soll gezeigt werden, daß mit der Steinsetzung von Stonehenge auch noch Finsternisse der Gegenwart berechnet werden können.



9.4.1 Die Abbildung vermittelt einige wichtige Kenntnisse über den täglichen Lauf der Gestirne und ihre Fixpunkte. Neben dem Horizont ist die wichtigste Bezugslinie der Himmelsäquator. Gestirne auf dem Himmelsäquator gehen im Ostpunkt auf, erreichen im Süden ihre größte Höhe $90^\circ - \varphi$ (φ = geographische Breite) und gehen im Westpunkt unter. Bei einer Abweichung δ vom Himmelsäquator verschieben sich die Auf- und Untergangspunkte A_1 , A_2 , U_1 , U_2 . Der Winkel zwischen A und S oder U und S heißt Azimut des auf- bzw. untergehenden Sterns. Er ist in einfacher Weise durch Steinsetzungen oder Baufluchtlinien fixierbar.

9.5 Grundlagen des Musterversuches

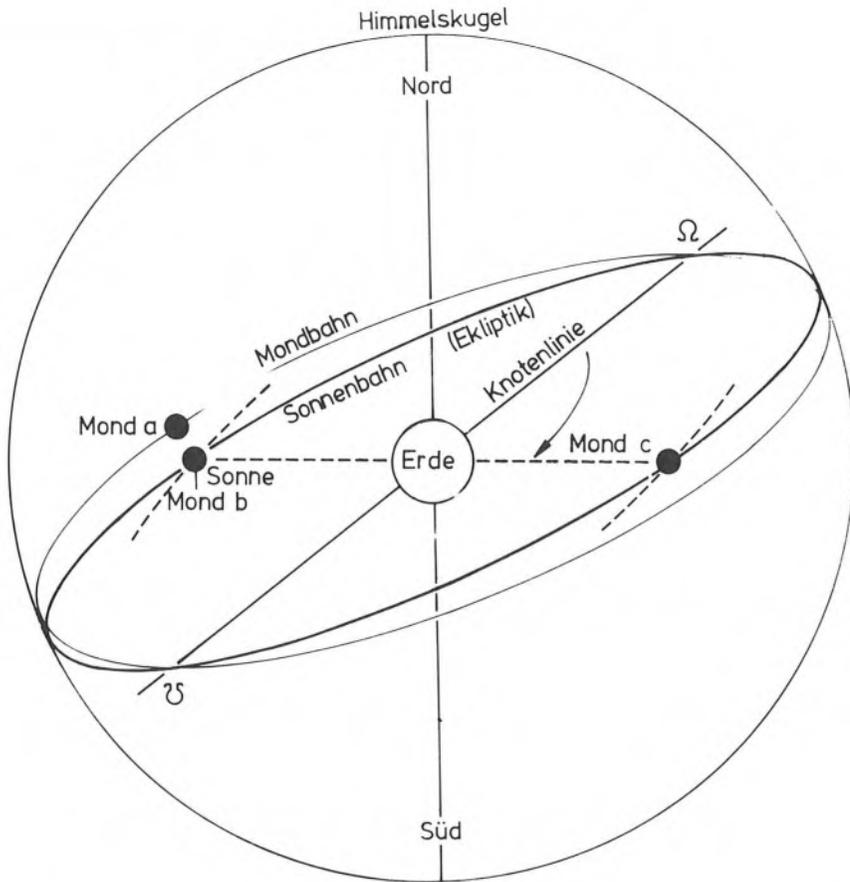
Die Steinsetzung von Stonehenge, dem berühmtesten Beispiel megalithischer Baukunst in Europa, befindet sich in der Nähe von Salisbury in Südengland. Die Anlage ist heute weitgehend restauriert. Das Bauwerk besteht – vereinfacht ausgedrückt – aus vier oder fünf konzentrischen Kreisen. Der äußere Ring, der sogenannte Aubreykreis, mißt 88 m im Durchmesser, der innerste, bestehend aus den Trilithen (Dreisteinen), nur etwa 10 m. Die Vorgeschichtler unterscheiden mehrere Bauperioden von Stonehenge. Ihrer Ansicht nach erstreckte sich die gesamte Bauzeit über zwei Jahrtausende, wobei die ältesten Spuren bis 3200 v. Chr. zurückgehen. Die erste Bauphase (Stonehenge I) hatte ihren zeitlichen Schwerpunkt um 2800 v. Chr. Sie ist insbesondere durch die Anlage der ringförmig angeordneten Aubrey-Löcher gekennzeichnet (siehe Abb. 9.6.1, auch für die folgenden Ausführungen). In der nächsten Bauphase um 2150 v. Chr. (Stonehenge II) wird der Fersenstein aufgerichtet. Ferner wird ein erster – später umgesetzter – Blausteinring hinzugefügt. Das vollständige Arrangement mit dem Sarsenkreis, dem endgültigen Blausteinring wie auch den zentralen Trilithen ist das Ergebnis von Stonehenge III (ab 2000 v. Chr.). Stonehenge wurde also von außen nach innen erbaut. Um 1100 v. Chr. schließlich wurde die in der Verlängerung des Fersensteins befindliche (Prozessions-?) Straße ausgestaltet und damit die Anlage komplettiert.

Die Bevölkerung der Umgebung hat Stonehenge aber noch lange danach als Heiligtum in Erinnerung behalten. Wie Luftaufnahmen gezeigt haben, ist das Gelände um Stonehenge bis 500 n. Chr. landwirtschaftlich nicht genutzt worden – fast 4000 Jahre nach seiner Gründung!

Nachdem schon im 18. Jahrhundert auf einen Bezug der Anlage zur \uparrow Sommersonnenwende hingewiesen wurde, zeigte der englische Astrophysiker Sir Norman Lockyer im Jahre 1906, daß die Sonne zur Sommersonnenwende (21. Juni) in Richtung der Verbindungslinie Mittelpunkt der Anlage – Fersenstein aufgeht. Dieses Schauspiel war lange Zeit Anziehungspunkt für viele Touristen. Heute allerdings ist das Innere der zyklischen Steinbauten für Besucher gesperrt.

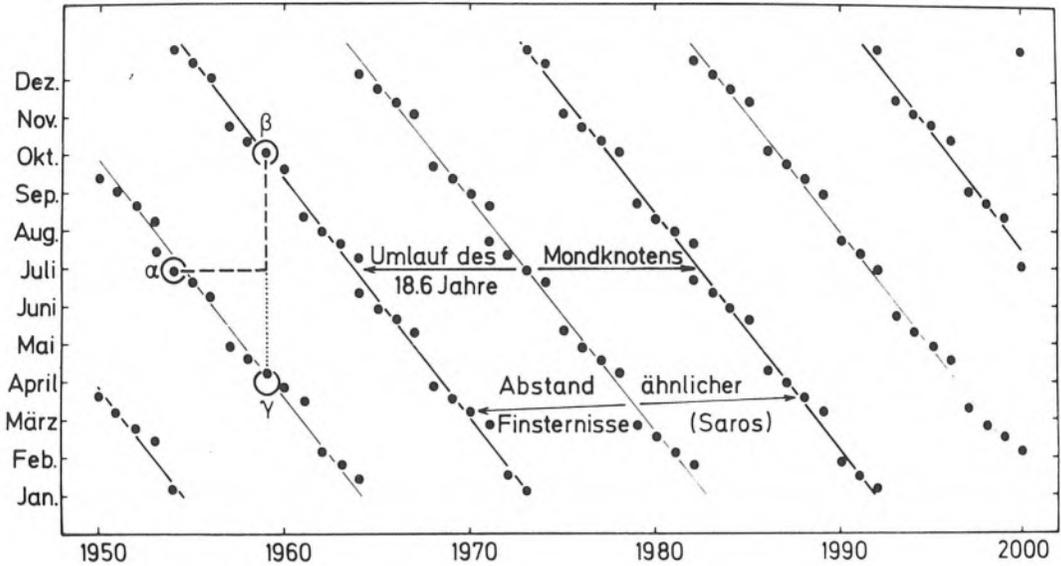
Die Ausrichtung eines megalithischen Bauwerks nach einer astronomisch bedingten Himmelsrichtung ist keineswegs ungewöhnlich. Hunderte von anderen – teilweise recht unscheinbaren – megalithischen Steinsetzungen auf dem Kontinent und den britischen Inseln sind ebenfalls nach den Auf- und Untergangssazimuten herausragender Sonnen- und Mondpositionen orientiert.

Was Stonehenge jedoch von der Mehrzahl der anderen Anlagen unterscheidet, ist seine grundsätzliche Eignung als Abakus für Finsternisrechnungen. Zwar ist ein klarer Beweis für diese Annahme nicht zu führen, denn prähistorische Kulturen haben uns keinerlei schriftliche Aufzeichnungen hinterlassen. Auf der anderen Seite sind die grundlegenden Bewegungen von Sonne und Mond so einfach (und waren dem Steinzeitmenschen bekannt), daß eine Ermittlung „finsternisgefährdeter Termine“ mit einfachen Mitteln möglich ist. Mitte der sechziger Jahre wurde zuerst von G. S. Hawkins darauf aufmerksam gemacht, daß Stonehenge neben seiner Funktion zur Beobachtung des Sonnenlaufs eine Einrichtung zur Feststellung der Mondbewegung gewesen sein könnte und sich damit auch zur Berechnung von Sonnen- und Mondfinsternissen eignet. Das Zustandekommen der Finsternisse und der entscheidende Einfluß der Lage des \uparrow Mondbahnknotens vermittelt Abb. 9.5.1, S. 58.



9.5.1 Umlauf der „Knotenbahn“ des Mondes. Die Skizze zeigt die scheinbare Sonnen- und Mondbahn an der Himmelskugel. Die Sonne vollendet ihren Umlauf in einem Jahr, der schnellere Mond in einem Monat. Die Sonne wird daher regelmäßig vom Mond überholt. In der Abbildung zieht der Mond (a) nördlich an der Sonne vorbei, eine Bedeckung der Sonnenscheibe (Sonnenfinsternis) tritt daher nicht ein. Die Schnittpunkte von Sonnen- und Mondbahn werden aufsteigender und absteigender Knoten genannt (Ω und ϖ), ihre Verbindung ist die Knotenlinie. Die Knotenlinie läuft entgegengesetzt zur Bewegung von Sonne und Mond in 18,6 Jahren um. Nach rund 4 Jahren hat sie die gestrichelte Position erreicht. (Teilstücke der Mondbahn sind an den betreffenden Stellen ebenfalls gestrichelt eingezeichnet). In dieser Lage wird die Sonne durch den vorbeiziehenden Mond (b) verdeckt (Sonnenfinsternis). Einen halben Monat später steht die Erde genau zwischen Sonne und Mond (c) und eine Mondfinsternis resultiert.

Die Abb. 9.5.2, S. 59, auf welcher der geregelte Ablauf der Finsternisse (vom österreichischen Astronomen Th. Oppolzer als „Kanon der Finsternisse“ bezeichnet) graphisch dargestellt ist, läßt das auf einen Blick erkennen. Das Schema enthält alle Sonnenfinsternisse für den Zeitraum von 1950 bis 2000. Es zeigt deutlich, daß Finsternisse nicht zu beliebigen Zeitpunkten zu erwarten sind, sondern daß sie in einem bestimmten Zyklus aufeinander folgen.



9.5.2 Die Termine der Sonnenfinsternisse von 1950 bis 2000. Finsternisse wiederholen sich in ähnlicher Weise im Abstand von 18 Jahren und 11 Tagen, dem Saroszyklus. Auch nach etwa 9 Jahren tritt bereits eine auffällige Wiederholung der Finsternisserien auf (dünne Linien). Der erste Schritt zur Berechnung der Finsternisse in der Versuchsdurchführung entspricht dem Schritt von α nach β .

Dieser Zyklus zeichnet sich durch klare Gesetzmäßigkeiten aus:

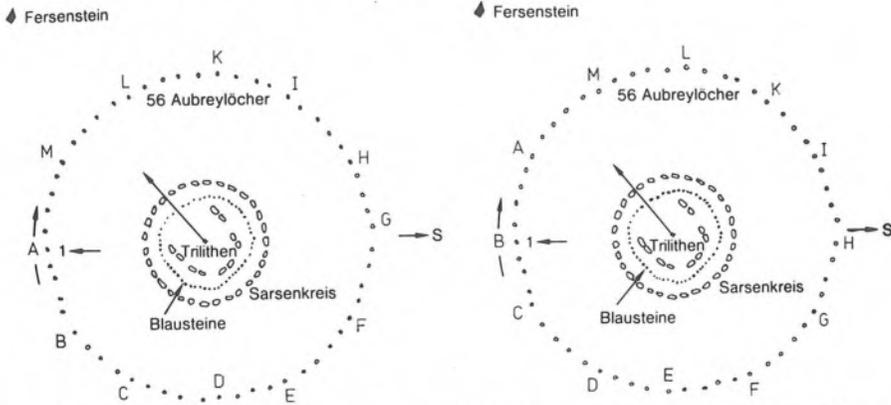
1. Finsternisse folgen einander im Abstand von einem halben Jahr (z. B. $\beta - \gamma$).
2. Nach rund 18 Jahren und 11 Tagen (\uparrow Saros-Zyklus) wiederholen sich Finsternisse unter ähnlichen Bedingungen.

3. Die Termine der Finsternisse verschieben sich von Jahr zu Jahr um 19 Tage. Finsternisse sind folglich vorhersagbar und kommen offensichtlich genauso regelmäßig und sicher wie der Sonnenaufgang oder -untergang. Eine Eigentümlichkeit der Finsternisse zeigt das Diagramm allerdings nicht. Daß eine Finsternis auftritt, ist eine Sache, ob sie vom Beobachter auch gesehen werden kann, eine andere. Bei Mondfinsternissen liegt der Fall noch recht einfach, da sie stets sichtbar sind, wenn der Mond über dem Horizont steht. Das ist jedes zweite Mal der Fall. Sonnenfinsternisse sind natürlich auch nur sichtbar, wenn die Sonne über dem Horizont steht, aber ihre Sichtbarkeit hängt zusätzlich vom geographischen Standort des Beobachters ab. Der Steinzeitmensch hatte daher nur die Möglichkeit „finsternisgefährdete“ Tage zu berechnen. Ob es an diesen aber tatsächlich zu einer (sichtbaren) Sonnenfinsternis kommen würde, das konnte er vorher nicht wissen.

Nach G. S. Hawkins ist die Länge des Umlaufes des Mondknotens von 18,61 Jahren ein möglicher Schlüssel zum Geheimnis von Stonehenge. Das Dreifache dieser Zahl, 55,83, entspricht annähernd der Anzahl der Aubreylöcher: 56. Stellt man nun vor jedes vierte oder fünfte Loch des Aubreykreises einen beweglichen Merkstein – es wären insgesamt 12 –, so hat man damit ein einfaches Hilfsmittel zur Ermittlung von Finsternissen, gewissermaßen einen kosmischen Abakus (siehe Abb. 9.6.1, S. 60).

9.6 Durchführung des Musterversuches

Die Schilderung der – oder besser: einer möglichen – Vorschrift zur Berechnung von Sonnen- und Mondfinsternissen mittels des „Stonehenge-Computers“ wird anschaulicher, wenn wir damit Finsternisse der Gegenwart berechnen. Nehmen wir als Beispiel die Sonnenfinsternis vom 30. Juni 1954, eine Finsternis nahe Sommerbeginn. Diese Finsternis war eine der beeindruckendsten Sonnenfinsternisse der letzten 50 Jahre in Deutschland. Ihr soll in unserem Beispiel eine Stellung der Merksteine gemäß Abb. 9.6.1 linke Seite entsprechen. Der Stein A steht dabei vor dem Aubreyloch Nr. 1. Nun rückt man jedes Jahr die Merksteine im Uhrzeigersinn um ein Loch weiter. Nach 5 Jahren steht dann Stein B vor Loch Nr. 1 (Abb. 9.6.1 rechte Seite). Wir vermerken daher $1954 + 5 = 1959$ als Jahr einer Finsternis.



9.6.1 Schematischer Grundriß von Stonehenge zur Erläuterung des Verfahrens der Finsternisbestimmung. Die linke Seite zeigt die Ausgangsstellung der Merksteine A–M (z. B. für den 30. Juni 1954). Das rechte Diagramm zeigt die um fünf Löcher versetzten Merksteine (Finsternisvoraussage für den 30. September 1959, Eintritt am 2. Oktober 1959). Einzelheiten im Text.

Der genaue Zeitpunkt innerhalb des Jahres ergibt sich durch die Regel, den Finsternistermin um jeweils drei Monate weiterzuschalten (Abb. 9.5.2). Damit erhalten wir den Herbstbeginn (30. September) 1959 als „finsternisgefährdeten Zeitpunkt“. Tatsächlich fand die nächste Finsternis am 2. Oktober dieses Jahres statt. Erneutes Weiterrücken bringt nach 4 Jahren (also 1963) Stein C vor Loch Nr. 1. Die Regel bezüglich der Jahreszeiten ergibt den 30. Dezember 1963. An diesem Tag kam es zu einer Mondfinsternis! Die Tabelle 9.6.4, S. 63, bringt eine Zusammenstellung der durch Stonehenge vorherberechneten Finsternisse und der tatsächlichen Finsternisse. Die maximale Abweichung beträgt 25 Tage, im Mittel liegen nur 11 Tage zwischen Vorhersage und Eintreffen der Finsternis.

Man kann diese Vorschrift nun in vielerlei Weise variieren. Zum Beispiel ist es möglich, statt der drei Monate voraus drei zurück zu gehen. Abb. 9.5.2 zeigt, daß man damit vom 30. Juni 1954 zum 30. März 1959 kommt und so im Rahmen der zu erwartenden Genauigkeit die Finsternis vom 10. April dieses Jahres erfaßt (Schritt von α nach γ).

Es bereitet keine Schwierigkeiten, noch weitere Vorschriften zu ersinnen, die auch die übrigen Finsternisse zu erfassen gestatten (Abb. 9.5.2, Tabellen 9.6.2 und 9.6.3).

Nr.	Greg. Kalender	Julian. Tag	Weltzeit
4886	1950 IV 2	2433 374	20 44
4887	1950 IX 26	2433 551	4 15
4888	1952 II 11	2434 054	0 40
4889	1952 VIII 5	2434 230	19 49
4890	1953 I 29	2434 407	23 50
4891	1953 VII 26	2434 585	12 19
4892	1954 I 19	2434 762	2 34
4893	1954 VII 16	2434 940	0 22
4894	1955 XI 29	2435 441	17 6
4895	1956 V 24	2435 618	15 31
4896	1956 XI 18	2435 796	6 47
4897	1957 V 13	2435 972	22 32
4898	1957 XI 7	2436 150	14 28
4899	1958 V 3	2436 327	12 11
4900	1959 III 24	2436 652	20 17
4901	1960 III 13	2437 007	8 ^b 30 ^m
4902	1960 IX 5	2437 183	11 23
4903	1961 III 2	2437 361	13 32
4904	1961 VIII 26	2437 538	3 8
4905	1963 VII 6	2438 217	22 0
4906	1963 XII 30	2438 394	11 7
4907	1964 VI 25	2438 572	1 7
4908	1964 XII 19	2438 749	2 35
4909	1965 VI 14	2438 926	1 51
4910	1967 IV 24	2439 605	12 7
4911	1967 X 18	2439 782	10 16
4912	1968 IV 13	2439 960	4 49
4913	1968 X 6	2440 136	11 41
4914	1970 II 21	2440 639	8 31
4915	1970 VIII 17	2440 816	3 25
4916	1971 II 10	2440 993	7 42
4917	1971 VIII 6	2441 170	19 44
4918	1972 I 30	2441 347	10 53
4919	1972 VII 26	2441 525	7 18
4920	1973 XII 10	2442 027	1 48
4921	1974 VI 4	2442 203	22 14
4922	1974 XI 29	2442 381	15 16

Nr.	Greg. Kalender	Julian. Tag	Weltzeit
4923	1975 V 25	2442 558	5 46
4924	1975 XI 18	2442 735	22 24
4925	1976 V 13	2442 912	19 50
4926	1977 IV 4	2443 238	4 21
4927	1978 III 24	2443 592	16 25
4928	1978 IX 16	2443 768	19 3
4929	1979 III 13	2443 946	21 10
4930	1979 IX 6	2444 123	10 54
4931	1981 VII 17	2444 803	4 48
4932	1982 I 9	2444 979	19 56
4933	1982 VII 6	2445 157	7 30
4934	1982 XII 30	2445 334	11 26
4935	1983 VI 25	2445 511	8 25
4936	1985 V 4	2446 190	19 57
4937	1985 X 28	2446 367	17 43
4938	1986 IV 24	2446 545	12 44
4939	1986 X 17	2446 721	19 19
4940	1987 X 7	2447 076	3 59
4941	1988 VIII 27	2447 401	11 6
4942	1989 II 20	2447 578	15 37
4943	1989 VIII 17	2447 756	3 4
4944	1990 II 9	2447 932	19 12
4945	1990 VIII 6	2448 110	14 7
4946	1991 XII 21	2448 612	10 34
4947	1992 VI 15	2448 789	4 57
4948	1992 XII 9	2448 966	23 43
4949	1993 VI 4	2449 143	13 0
4950	1993 XI 29	2449 321	6 26
4951	1994 V 25	2449 498	3 ^b 28 ^m
4952	1995 IV 15	2449 823	12 17
4953	1996 IV 4	2450 178	0 9
4954	1996 IX 27	2450 354	2 53
4955	1997 III 24	2450 532	4 41
4956	1997 IX 16	2450 708	18 47
4957	1999 VII 28	2451 388	11 36
4958	2000 I 21	2451 565	4 44
4959	2000 VII 16	2451 742	13 55

9.6.2 Mondfinsternisse 1950–2000

Nr.	T		
	Greg. Kalender	Julian. Tag	Welt-Zeit
7523	1950 III 18	2433 359	15 20'4
7524	1950 IX 12	2433 537	3 29'1
7525	1951 III 7	2433 713	20 51'6
7526	1951 IX 1	2433 891	12 50'0
7527	1952 II 25	2434 068	9 16'7
7528	1952 VIII 20	2434 245	15 21'5
7529	1953 II 14	2434 423	1 11'0
7530	1953 VII 11	2434 570	2 28'8
7531	1953 VIII 9	2434 599	16 10'3
7532	1954 I 5	2434 748	2 21'8
7533	1954 VI 30	2434 924	12 26'9
7534	1954 XI 25	2435 102	7 34'0
7535	1955 VI 20	2435 279	4 12'0
7536	1955 XII 14	2435 456	7 8'4
7537	1956 VI 8	2435 633	21 30'0
7538	1956 XII 2	2435 810	8 12'5
7539	1957 IV 29	2435 958	23 54'8
7540	1957 X 23	2436 135	4 43'8
7541	1958 IV 19	2436 313	3 24'0
7542	1958 X 12	2436 489	20 51'8
7543	1959 IV 8	2436 667	3 29'7
7544	1959 X 2	2436 844	12 31'5
7545	1960 III 27	2437 021	7 37'1
7546	1960 IX 20	2437 198	23 13'2
7547	1961 II 15	2437 346	8 11'0
7548	1961 VIII 11	2437 523	10 35'9
7549	1962 II 5	2437 701	0 11'1
7550	1962 VII 31	2437 877	12 24'5
7551	1963 I 25	2438 055	13 ^h 42 ^m 8
7552	1963 VII 20	2438 231	20 42'7
7553	1964 I 14	2438 409	20 44'7
7554	1964 VI 10	2438 557	4 23'1
7555	1964 VII 9	2438 586	11 30'5
7556	1964 XII 4	2438 734	1 18'6
7557	1965 V 30	2438 911	21 13'8
7558	1965 XI 23	2439 088	4 10'8
7559	1966 V 20	2439 266	9 42'9
7560	1966 XI 12	2439 442	14 26'6
7561	1967 V 9	2439 620	14 56'8
7562	1967 XI 2	2439 797	5 47'9
7563	1968 III 28	2439 944	22 48'4
7564	1968 IX 22	2440 122	11 9'2
7565	1969 III 18	2440 299	4 52'3
7566	1969 IX 11	2440 476	19 56'1
7567	1970 III 7	2440 653	17 43'2
7568	1970 VIII 31	2440 830	22 2'6
7569	1971 II 25	2441 008	9 49'1
7570	1971 VII 22	2441 155	9 15'1
7571	1971 VIII 20	2441 184	22 54'0
7572	1972 I 16	2441 333	10 53'3
7573	1972 VII 10	2441 509	19 39'5
7574	1973 I 4	2441 687	15 42'9
7575	1973 VI 30	2441 864	11 39'1
7576	1973 XII 24	2442 041	15 8'1
7577	1974 VI 20	2442 219	4 55'6
7578	1974 XII 13	2442 395	16 25'5
7579	1975 V 11	2442 544	7 5'7

Nr.	T		
	Greg. Kalender	Julian. Tag	Welt-Zeit
7580	1975 XI 3	2442 720	13 5'1
7581	1976 IV 29	2442 898	10 19'9
7582	1976 X 23	2443 075	5 10'0
7583	1977 IV 18	2443 252	10 36'8
7584	1977 X 12	2443 429	20 30'8
7585	1978 IV 7	2443 606	15 16'3
7586	1978 X 2	2443 784	6 40'8
7587	1979 II 26	2443 931	16 46'6
7588	1979 VIII 22	2444 108	17 10'9
7589	1980 II 16	2444 286	8 52'1
7590	1980 VIII 10	2444 462	19 10'6
7591	1981 II 4	2444 640	22 14'3
7592	1981 VII 31	2444 817	3 53'1
7593	1982 I 25	2444 995	4 56'9
7594	1982 VI 21	2445 142	11 52'9
7595	1982 VII 20	2445 171	18 56'4
7596	1982 XII 15	2445 319	9 18'6
7597	1983 VI 11	2445 497	4 38'2
7598	1983 XII 4	2445 673	12 26'4
7599	1984 V 30	2445 851	16 48'0
7600	1984 XI 22	2446 027	22 57'5
7601	1985 V 19	2446 205	21 ^h 42 ^m 2
7602	1985 XI 12	2446 382	14 20'1
7603	1986 IV 9	2446 530	6 8'5
7604	1986 X 3	2446 707	18 55'2
7605	1987 III 29	2446 884	12 45'5
7606	1987 IX 23	2447 062	3 8'8
7607	1988 III 18	2447 239	2 3'0
7608	1988 IX 11	2447 416	4 49'7
7609	1989 III 7	2447 593	18 19'4
7610	1989 VIII 31	2447 770	5 45'2
7611	1990 I 26	2447 918	19 21'1
7612	1990 VII 22	2448 095	2 54'1
7613	1991 I 15	2448 272	23 50'8
7614	1991 VII 11	2448 449	19 6'4
7615	1992 I 4	2448 626	23 10'5
7616	1992 VI 30	2448 804	12 18'6
7617	1992 XII 24	2448 981	0 43'3
7618	1993 V 21	2449 129	14 7'6
7619	1993 XI 13	2449 305	21 34'0
7620	1994 V 10	2449 483	17 7'4
7621	1994 XI 3	2449 660	13 35'6
7622	1995 IV 29	2449 837	17 36'2
7623	1995 X 24	2450 015	4 36'8
7624	1996 IV 17	2450 191	22 48'6
7625	1996 X 12	2450 369	14 15'2
7626	1997 III 9	2450 517	1 15'5
7627	1997 IX 1	2450 693	23 52'2
7628	1998 II 26	2450 871	17 27'0
7629	1998 VIII 22	2451 048	2 3'4
7630	1999 II 16	2451 226	6 39'7
7631	1999 VIII 11	2451 402	11 8'4
7632	2000 II 5	2451 580	13 3'9
7633	2000 VII 1	2451 727	19 20'8
7634	2000 VII 31	2451 757	2 24'7
7635	2000 XII 25	2451 904	17 22'3

9.6.3 Sonnenfinsternisse 1950–2000

9.6.4

mit Stonehenge vorherberechnet	tatsächlicher Termin	Abweichung zwischen Stonehenge und OPPERZER
30. 6. 54	SF 30. 6. 54	–
	MF 16. 7. 54	+ 16 Tage
30. 9. 59	SF 2. 10. 59	+ 3
30. 12. 63	MF 30. 12. 63	± 0
30. 3. 68	SF 28. 3. 68	– 2
	MF 13. 4. 68	+ 14
30. 6. 72	SF 10. 7. 72	+ 10
	MF 16. 9. 77	– 14
30. 9. 77	SF 12. 10. 77	+ 12
	SF 15. 12. 82	– 15
30. 12. 82	MF 30. 12. 82	± 0
	SF 9. 4. 86	+ 10
30. 3. 86	MF 24. 4. 86	+ 25
	MF 15. 6. 91	– 15
30. 6. 91	SF 11. 7. 91	+ 11
30. 9. 95	SF 24. 10. 95	+ 24
	SF 25. 12. 00	– 5
30. 12. 2000	MF 9. 1. 01	+ 10

SF : Sonnenfinsternis
MF: Mondfinsternis

9.7 Höchstfehlerabschätzung

Mit schulgemäßen Mitteln nicht möglich. Die Genauigkeit der Vorhersage kann aus Tabelle 9.6.4, Spalte 3 erschlossen werden.

9.8 Arbeitsgemeinschaft

Wie die „steinzeitlichen Computer“ arbeiten, ist bei R. Müller „Der Himmel über dem Menschen der Steinzeit“ (Springer-Verlag) ausführlich nachzulesen. Wie man mit einem modernen Taschenrechner Sonnen- und Mondfinsternisse mit recht hoher Genauigkeit berechnen kann, wird in P. Duffett-Smith „Practical Astronomy with your Calculator“ (Cambridge University Press, 1979) unter Vorführung praktischer Beispiele gezeigt.

9.9 Zusatz für die Sekundarstufe I

Keine Vereinfachungen erforderlich.

10. Musterversuch „Berechnung der Stellung der Jupitermonde“

10.1 Vorkenntnisse

Die Kreisbewegung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit und ihre Projektion als Sinusbogen. Das System der Jupitermonde. Unterschied zwischen \uparrow synodischer und \uparrow siderischer Umlaufzeit.

10.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine bei Heranziehung der Abb. 10.5.6 und 10.5.7. Für direkte Beobachtungen der Jupitermonde ist bereits ein kleines Fernrohr geeignet.

10.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Je eine Stunde für Beobachtung und Auswertung.

10.4 Einführung

Die Astronomie kann viele kosmische Erscheinungen Jahrtausende vor- und rückrechnen. In den meisten Fällen ist die Rechnung durch die gegenseitige gravitative Beeinflussung der Himmelskörper recht kompliziert. Bei den Jupitermonden ergibt sich ein einfacheres Bild, da praktisch nur der 10^4 mal massereichere Jupiter das Spiel der Monde bestimmt. Deswegen läßt sich ohne besondere Schwierigkeiten die Stellung der Monde über Jahrtausende hinweg berechnen.

Ein weiterer Vorteil liegt in der Form und Lage der Satellitenbahnen. Die vier Galileischen Monde bewegen sich auf Bahnen, deren Kreisähnlichkeit und Koplanarität (d. h. Lage innerhalb einer Ebene) im Sonnensystem sonst nicht mehr erreicht werden. Die Erde befindet sich ebenfalls nahe der Bahnebene und so zeigen sich die Umläufe der Jupitermonde unter einfachsten Projektionsverhältnissen als Sinusbögen.

10.5 Grundlagen des Musterversuches

Zur Berechnung der Position eines der Jupitermonde geht man am zweckmäßigsten von dem Zeitpunkt t_0 aus, zu welchem sich dieser gemäß Beobachtung, Himmelskalender oder Abb. 10.5.6 hinter dem Planeten befindet. Man normiert diese Winkelposition zu

$$10.5.1 \quad \varphi = 0^\circ.$$

Für jeden Zeitpunkt t gilt nun für die Bahnposition

$$10.5.2 \quad \varphi(t) = 360^\circ \cdot (t - t_0) / t_{\text{syn}}.$$

Die synodische Umlaufzeit t_{syn} des Mondes wird der Tabelle 10.6.1 entnommen. Die synodische Umlaufzeit t_{syn} ist mit der siderischen Umlaufzeit t_{sid} über die Umlaufzeit des Planeten Jupiter um die Sonne $t_{\text{Jup}} = 4332,587$ Tage durch

$$10.5.3 \quad \frac{1}{t_{\text{sid}}} - \frac{1}{t_{\text{syn}}} = \frac{1}{t_{\text{Jup}}}$$

verbunden.

Da wir den Mond fast genau in seiner Bahnebene sehen (und seine Entfernung von uns groß verglichen mit dem Bahnradius ist), so gilt für die projizierte Entfernung (Auslenkung) vom Planeten r

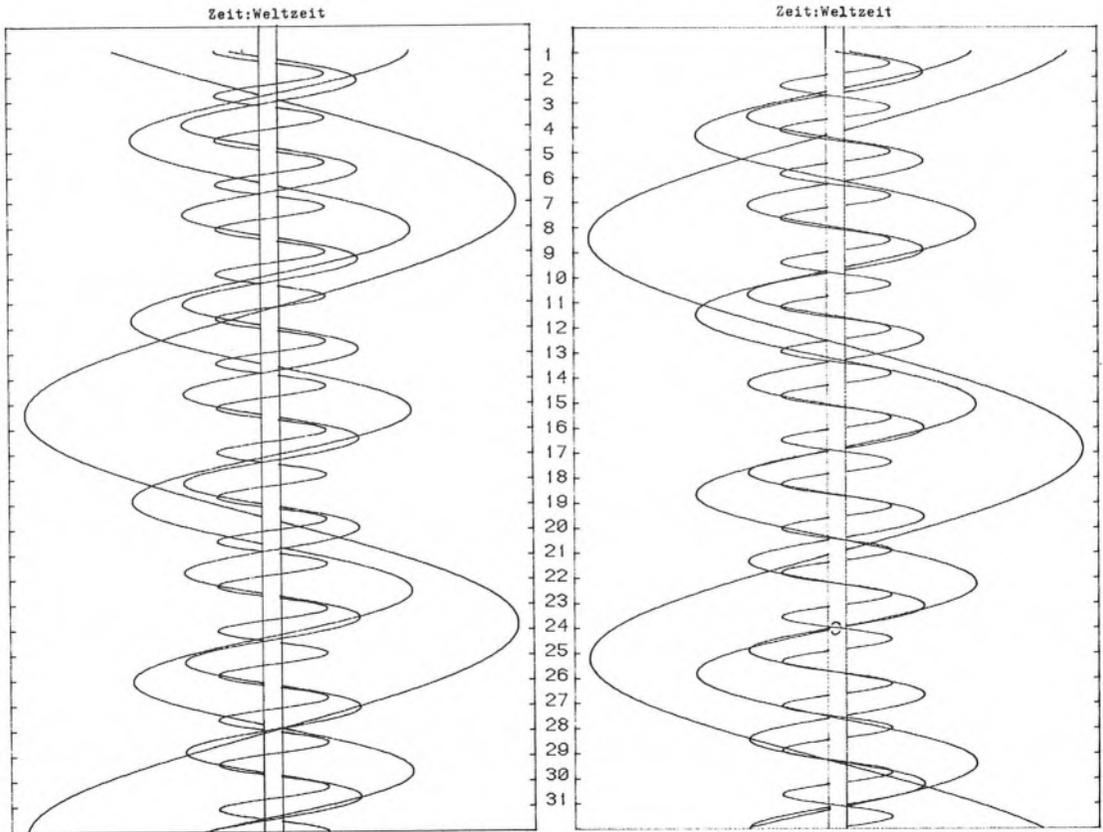
$$10.5.4 \quad r(t) = R \cdot \sin \varphi(t)$$

oder (mit 10.5.2)

$$10.5.5 \quad r(t) = R \cdot \sin(360^\circ \cdot [t-t_0]/t_{\text{syn}}).$$

Hierin bedeutet R die maximale Auslenkung. R und r können je nach der tatsächlichen Versuchsdurchführung in unterschiedlichen Einheiten auftreten:

- in m bzw. km bei Kenntnis der absoluten Jupiterentfernung,
- in Bogenminuten bei Winkelmessungen,
- in Zeitsekunden bei Durchlaufmessungen,
- in mm bei Verwendung der Abb. 10.5.6 und 10.5.7



10.5.6 Die Stellung der hellsten Jupitermonde im Januar 1976.

10.5.7 Die Stellung der hellsten Jupitermonde im Januar 1610.

Zur Ermittlung der Position lege man ein Lineal an die gewünschte Tagesmarkierung. Die Position der Monde ergibt sich dann durch die Schnittpunkte der Kurven mit dem Lineal; der Durchmesser der Planetenscheibe durch die Schnittpunkte der senkrechten Geraden.

10.6 Durchführung des Musterversuches

Bei der Höchstfehlerabschätzung wird ausgeführt, daß der Stellung der Erde zum Jupiter eine gewisse Bedeutung zukommt, wenn man die Stellung der Monde III und IV mit größtmöglicher Genauigkeit festlegen möchte. Nun wird man Schulbeobachtungen der Jupitermonde sicher im Regelfall einige Monate nach der Opposition des Jupiter durchführen, wenn dieser nämlich zeitlich günstig am Abendhimmel steht. Abb. 10.5.6 entspricht dieser Annahme, da der Jupiter im Januar 1976 seine Opposition etwa drei Monate hinter sich hatte. Deswegen kann Abb. 10.5.6 zur Ableitung der t_0 (Gleichungen 10.5.1–5) und damit zur Berechnung der Stellung der Jupitermonde optimal genutzt werden*.

Von besonderem Reiz ist natürlich die Rückrechnung auf den Januar 1610, als die Jupitermonde durch Galilei zum ersten Male systematisch verfolgt wurden. Mit der Abb. 10.5.6 als Grundlage für die Bestimmung der t_0 ist nur noch die Kenntnis der zeitlichen Differenz zum Jahre 1610 erforderlich. Es gilt $n. Jan. 1976 - n. Jan. 1610 = 366 \cdot 365 \text{ Tage} + 88 \text{ Schalttage} = 133\,678 \text{ Tage}$.

Abb. 10.5.6 zeigt die aus Abb. 10.5.6 unter Zugrundelegung der synodischen Umlaufzeiten der Tabelle 10.6.1 ermittelten Positionen. Gegenüber der Abb. 10.5.6, die für ein umkehrendes Fernrohr gilt, wurde Abb. 10.5.7 für das aufrecht abbildende Galileische Fernrohr gezeichnet (Sinusbögen gegenüber der Abb. 10.5.6 spiegelverkehrt). Damit wird ein direkter Vergleich mit dem Entdeckungsbericht des Galilei im „Nuncius sidereus“ möglich (Abb. 10.6.2). Dabei ist zu beachten, daß im „Nuncius sidereus“ alle Zeitangaben ab Sonnenuntergang in Padua (15^{40} Weltzeit) gerechnet sind.

Eine Vorstellung der Größe der himmelsmechanischen Effekte, die über die Annahme einfacher Kreisbewegung (sowie den in der Höchstfehlerabschätzung besprochenen Aspekt effekt) hinausgehen, liefert der Vergleich der Abb. 10.5.7 mit dem Entdeckungsbericht Abb. 10.6.2. Zieht man die eindeutigen Aussagen des Nuncius sidereus heran (und das sind natürlich Symmetrieaussagen und keine Winkelwerte), so ergibt sich eine mittlere Abweichung zwischen Abb. 10.5.7 und 10.6.2 von nur 0,7 Stunden, also innerhalb der Zeichengenauigkeit wie auch der Aussageschärfe des Entdeckungsberichtes (auf etwa eine Stunde genau).

Einem Fehler von einer Stunde entspricht aber der Bruchteil $3,1 \cdot 10^{-7}$ des Zeitraumes zwischen 1610 und 1976. Wir schließen daraus, daß die Annahme idealer Kreisbahnen mit konstanter Winkelgeschwindigkeit das System der Jupitermonde bis auf einige 10^{-7} genau beschreibt – entsprechend einer Quarzuhr, die pro Tag nur etwa eine hundertstel Sekunde falsch geht.

10.6.1 Daten der Jupitermonde I–IV

Name	Abstand vom Jupiter (km)	Durchmesser (km)	Oppositionshelligkeit (Größen-Klassen)	Umlaufzeit in Tagen	
				siderisch	synodisch
I Io	422 000	3640	5,0	1,76913779	1,76986049
II Europa	671 000	3000	5,3	3,55118104	3,55409417
III Ganymed	1 070 000	5270	4,6	7,15455296	7,16638722
IV Callisto	1 883 000	5000	5,7	16,6890184	16,75355227

* Für Rechnungen im zwanzigsten Jahrhundert verwendet man zweckmäßigerweise das Julianische Datum. Die dazu notwendige Tabelle findet sich im Anhang zum Musterversuch 12. „Das Erste Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn“.

Am 14. war wolkgiges Wetter.

Am 15., um die dritte Nachtstunde befanden sich die vier Sterne in der nächstfolgend skizzierten Stellung zum Jupiter:

O. ○ * * * * * * W.

alle westlich und auf einer nur annähernd geraden Linie angeordnet; denn der dritte, vom Jupiter ab gezählt, erhob sich ein wenig nach Norden. Der dem Jupiter nächste war der kleinste von allen, die übrigen erschienen ihrer Reihenfolge nach immer größer. Die Abstände zwischen dem Jupiter und den drei anschließenden Sternen waren alle gleich und betragen zwei Minuten; der westlichste dagegen war von dem ihm zunächst stehenden vier Minuten entfernt. Die Sterne waren sehr hell und funkelten überhaupt nicht, und so erschienen sie immer, sowohl vorher als nachher. Um die siebente Stunde waren nur noch drei Sterne da, die zusammen mit dem Jupiter folgenden Anblick boten:

O. ○ * * * * * W.

sie standen haargenau in einer Geraden. Der dem Jupiter nächste war sehr klein und drei Minuten von ihm entfernt. Von diesem Stern war der zweite eine Minute entfernt und der dritte vom zweiten $4' 30''$. Nach einer weiteren Stunde standen sich die beiden mittleren Sternchen noch näher: sie waren nämlich nur noch knapp $30''$ voneinander entfernt.

Am 16., um die erste Nachtstunde sah ich drei Sterne in folgender Anordnung:

O. * ○ * * * * * W.

zwei hielten den Jupiter in ihrer Mitte und waren beiderseits $0' 40''$ von ihm entfernt. Der dritte stand westlich vom Jupiter in einer Entfernung von $8'$. Die näher am Jupiter stehenden erschienen zwar nicht größer, aber heller als der weiter entfernte.

Am 17., $0,30$ Stunden nach Sonnenuntergang war folgende Konstellation:

O. * ○ * * * * * W.

nur ein Stern stand östlich vom Jupiter in einer Entfernung von $3'$; westlich ebenfalls einer, $11'$ vom Jupiter entfernt. Der östliche erschien doppelt so groß wie der westliche, und mehr als diese beiden waren nicht vorhanden. Nach vier Stunden jedoch, also ungefähr um die fünfte Stunde, begann auf der Ostseite ein dritter Stern aufzutauchen, der vorher, wie ich vermute, mit dem früheren verbunden gewesen war. Die Stellung war folgende:

O. * * ○ * * * * * W.

der mittlere Stern, äußerst nahe am östlichen stehend, war von diesem nur $20''$ entfernt und wich von der geraden Linie, die man durch die äußeren Sterne und den Jupiter ziehen konnte, ein wenig nach Süden ab.

Am 18., $0,20$ Stunden nach Sonnenuntergang bot sich folgender Anblick:

O. * ○ * * * * * W.

der östliche Stern war größer als der westliche und $8'$ vom Jupiter entfernt; der westliche war $10'$ vom Jupiter entfernt.

Am 19., um die zweite Nachtstunde standen die Sterne in folgender Anordnung:

O. * ○ * * * * * W.

drei Sterne lagen haargenau auf einer geraden Linie mit dem Jupiter: einer östlich, vom Jupiter $6'$ entfernt; zwischen dem Jupiter und dem ersten westlich anschließenden lag ein Abstand von $5'$; dieser wiederum war von dem weiter westlichen $4'$ entfernt. Zu diesem Zeitpunkt war ich unsicher, ob nicht zwischen dem östlichen Stern und dem Jupiter noch ein Sternchen stand, allerdings äußerst dicht am Jupiter, so daß es ihn fast berührte. Um die fünfte Stunde jedoch sah ich es deutlich: es nahm jetzt genau die Mitte zwischen dem Jupiter und dem östlichen Stern ein, so daß sich folgende Konstellation ergab:

O. * * ○ * * * * * W.

Außerdem war der zuletzt entdeckte Stern sehr klein; um die sechste Stunde kam er jedoch den übrigen an Größe ungefähr gleich.

Am 20., $1,15$ Stunden sah man eine ähnliche Konstellation:

O. * ○ * * * * * W.

es waren drei Sternchen da von solcher Kleinheit, daß man sie kaum wahrnehmen konnte. Vom Jupiter und voneinander waren sie nicht weiter als eine Minute entfernt. Ich war mir nicht sicher, ob im Westen zwei oder drei Sternchen standen. Gegen die sechste Stunde waren sie folgendermaßen angeordnet:

O. * ○ * * * * * W.

das östliche war vom Jupiter doppelt so weit entfernt wie vorher, nämlich $2'$; das mittlere westliche war vom Jupiter $0' 40''$ entfernt, vom weiter westlichen $0' 20''$. Schließlich, um die siebte Stunde sah man im Westen drei Sternchen:

O. * ○ * * * * * W.

das dem Jupiter am nächsten stehende war von ihm $0' 20''$ entfernt; zwischen diesem und dem westlichsten lag ein Abstand von $40''$; zwischen diesen beiden aber sah man ein weiteres Sternchen, das ein wenig nach Süden abwich und von dem weiter westlichen nicht mehr als zehn Sekunden entfernt war.

Am 21., $0,30$ Stunden standen im Osten drei Sternchen in gleichen Entfernungen voneinander und vom Jupiter:

O. * * * ○ * * * * * W.

die Abstände betragen nach meiner Schätzung $50''$. Auch im Westen stand ein Stern, der vom Jupiter $4'$ entfernt war. Der im Osten dem Jupiter am nächsten stehende war der kleinste von allen; die übrigen waren etwas größer und miteinander annähernd gleich groß.

Am 22., 2 Stunden war die Anordnung der Sterne ähnlich:

O. * ○ * * * * * W.

von dem östlichen Stern zum Jupiter war eine Entfernung von $5'$, vom Jupiter zum westlichsten $7'$. Die beiden mittleren Sterne im Westen waren voneinander $0' 40''$ entfernt; der dem Jupiter nähere war von diesem $1'$ entfernt. Die mittleren Sternchen waren kleiner als die äußeren, und alle lagen auf einer geraden Linie entlang der Tierkreislinie, nur daß das mittlere der drei westlichen ein wenig nach Süden abwich. Um die sechste Nachtstunde jedoch sah man sie in folgender Konstellation:

O. * ○ * * * * * W.

das östliche war sehr klein und vom Jupiter, wie vorher, $5'$ entfernt. Die drei westlichen aber standen in gleicher Entfernung sowohl vom Jupiter als voneinander, und zwar betragen die einzelnen Abstände annähernd $1' 20''$. Der dem Jupiter am nächsten stehende Stern erschien kleiner als die anschließenden beiden anderen, und alle schienen genau in einer Geraden angeordnet zu sein.

Am 23., $0,40$ Stunden nach Sonnenuntergang war die Anordnung der Sterne etwa folgender Art:

O. * * * ○ * * * * * W.

drei Sterne standen mit dem Jupiter auf einer geraden Linie entlang der Tierkreislinie, so wie sie immer standen. Zwei standen östlich, einer westlich. Der östlichste war von dem anschließenden $7'$ entfernt, dieser vom Jupiter $2' 40''$, der Jupiter vom westlichen $3' 20''$, und alle waren in der Größe ungefähr gleich. Um die fünfte Stunde jedoch waren die beiden Sterne, die vorher dem Jupiter am nächsten gestanden hatten, nicht mehr zu sehen, weil sie sich, wie ich glaube, hinter dem Jupiter verbargen. Es ergab sich folgender Anblick:

O. * ○ * * * * * W.

10.6.2 Entdeckungsbericht im Nuncius sidereus des Galilei (ed. H. Blumenberg). Die Zeitangaben rechnen ab Sonnenuntergang (15^{40} Weltzeit).

10.7 Höchstfehlerabschätzung

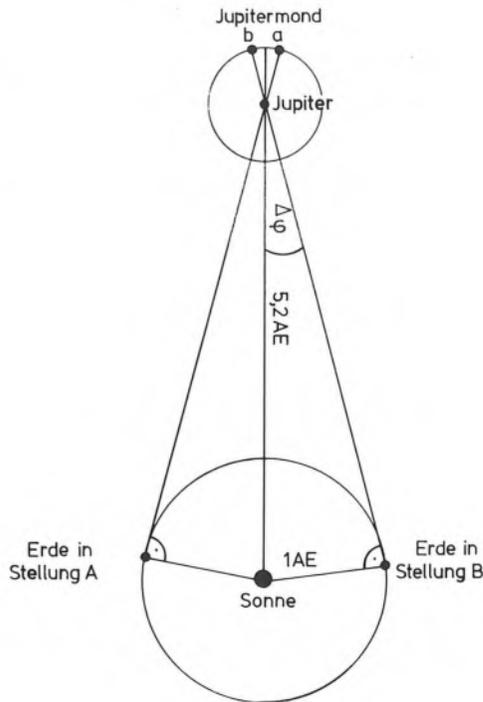
Abb. 10.7.3 veranschaulicht den Hauptfehler unserer Berechnung der Stellung der Jupitermonde. Die gleichmäßig umlaufenden Jupitermonde werden nämlich vom Beobachter „von verschiedenen Seiten“ gesehen und entsprechend verschiebt sich der Nullpunkt des Winkels φ . Diese Nullpunktverschiebung ergibt sich gemäß Abb. 10.7.3 zu

$$10.7.1 \quad \Delta\varphi = \pm \arcsin \frac{1 \text{ AE}}{5,2 \text{ AE}} = \pm 11,1^\circ.$$

Der maximale Fehler kann also bis $2 \cdot |\Delta\varphi| = 22,2^\circ$ anwachsen. Setzt man dies ins Verhältnis zum Bahnumfang (360°) und zur Umlaufzeit (Tabelle 10.6.1), so kommt man für die vier Monde zu folgenden Zeitfehlern ΔT :

10.7.2	Mond I (Io)	$\Delta T = \pm 0,05$ Tage
	Mond II (Europa)	$\Delta T = \pm 0,11$ Tage
	Mond III (Ganymed)	$\Delta T = \pm 0,22$ Tage
	Mond IV (Callisto)	$\Delta T = \pm 0,52$ Tage

Die Werte von 10.7.2 zeigen somit, daß die Monde I und II im Rahmen der üblichen Zeichengenauigkeit unproblematisch sind. Beim Mond III und besonders bei IV sollte man bei der Wahl der t_0 Zeitpunkte heranziehen, die bezüglich der Jupiteropposition ähnlich liegen wie der Beobachtungszeitpunkt.



10.7.3 Zum Einfluß der Erdposition auf die beobachtete Stellung der Jupitermonde.

10.8 Arbeitsgemeinschaft

Bestimmung der synodischen Umlaufzeiten der vier hellsten Jupitermonde mit Hilfe von Feldstecher und Uhr.

Steht die Erde beispielsweise in A, so befindet sich der Jupitermond in Stellung a genau hinter dem Planetenkörper. Von B aus gesehen befände er sich neben dem Planeten, da hier eine Stellung gemäß b einer Bedeckung entspräche. Der durch diesen „Aspektteffekt“ hineingetragene Fehler kann im Bahnwinkel φ maximal $2 \cdot \arcsin (1 \text{ AE} / 5,2 \text{ AE}) = 22,2^\circ$ ausmachen (Zeichnung nicht maßstäblich).

11. Musterversuch

„Die Lichtgeschwindigkeit aus der Verfinsterung der Jupitermonde“

11.1 Vorkenntnisse

Kreisbewegung, Kosinussatz.

11.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine bei Verwendung der Tabelle 11.6.1; bei unabhängiger Ermittlung der Werte sind Himmelskalender bzw. Jahrbücher notwendig.

11.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Zwei Schulstunden bei Diskussion der Tabelle 11.6.1; erheblich länger bei Erstellung einer neuen Tabelle.

11.4 Einführung

Die Frage nach der Endlichkeit der *Ausbreitungsgeschwindigkeit* des Lichtes wurde zum ersten Male von Francis Bacon (1561–1626) aufgeworfen, der in seinem Hauptwerk „*Novum organum scientiarum*“ (1620) die Vermutung äußert, daß die „funkelnden Sterne“, die wir jetzt am Himmel sehen, gar nicht mehr vorhanden sind. Galileo Galilei (1564–1642) versuchte die erste Messung. Er befahl zwei Laternenträgern in einiger Entfernung voneinander die eigene Laterne abzudecken, wenn die jeweils andere verdunkelt wurde. Der dahinterliegende Gedanke war durchaus richtig; die Reaktionszeit des Menschen hätte aber im Mikrosekundenbereich liegen müssen.

Die erste Bestimmung (der Größenordnung) der Lichtgeschwindigkeit gelang Ole Rømer (1644–1710) aus der \uparrow Verfinsterung der Jupitermonde, vorgetragen vor der französischen Akademie der Wissenschaften am 22. November 1675. Der Fehler war jedoch beträchtlich. Rømer maß 227 000 km/sec, Cassini (1625–1712) etwas später sogar nur 177 000 km/sec.

Man erkennt die Schwierigkeiten Rømers und seiner Nachfolger, wenn man die Verfinsterung der Jupitermonde realiter auswertet. Im Physikunterricht setzt man ja immer schlagartige Verfinsterungen des Mondes durch einen nadelscharfen Jupiterkernschatten voraus, die zudem über den vollen Durchmesser der Erdbahn verfolgt werden können. In praxi ist keine dieser Voraussetzungen gegeben. Weder verschwindet oder erscheint der Mond sofort, noch kann der volle Erdbahndurchmesser ausgenutzt werden, weil dann der Jupiter am hellen Tageshimmel neben der Sonne steht.

Ein besonderes Problem stellt der Jupiterschatten dar. Ginge der Mond jedesmal durch die Mitte des Jupiterschattens, so würden reproduzierbare Verhältnisse auftreten. Dies ist jedoch nicht der Fall. Achsnahe Durchgänge treten nur zu Zeiten auf, wo der Jupiter nahe einem seiner Bahnknoten steht (bei den ekliptikalen Längen $\lambda = 100^\circ$ bzw. 280°). Verfinsterungen nördlich oder südlich der Achse treten aber um Minuten später ein und enden entsprechend eher. Damit wird das Ergebnis stark verfälscht.

11.5/11.6 Grundlagen und Durchführung des Musterversuches

Um die Lichtgeschwindigkeit aus der Verfinsterung der Jupitermonde mit nicht zu großem Fehler zu erhalten, sollten die Finsternisse über einen vollen Bahnlauf des Jupiter (ca. 12 Jahre) verfolgt werden. Nur dann mitteln sich die systematischen Effekte wenigstens teilweise heraus.

Im folgenden werden die Verfinsterungen des innersten Mondes Jo ausgewertet (Tabelle 11.6.1). Die Zeiten können beispielsweise dem „Himmelsjahr“ von Kosmos entnommen werden. Zunächst wird aus zwei oppositionsnahen Verfinsterungen aufeinanderfolgender Oppositionen (Spalte 2) die „effektive Umlaufzeit“ T_{eff} von Jo berechnet. T_{eff} (Spalte 3) ist einfach diejenige in der Nähe der synodischen Umlaufzeit von 1,76986 Tagen gelegene Zeitdauer, die in das Intervall der beiden aufeinanderfolgenden Oppositionsverfinsterungen ohne Rest hineinpaßt*. Da während der Opposition die Entfernung Jupiter–Erde einen minimalen (und nahezu festen) Wert hat, entspricht T_{eff} im Mittel der wahren synodischen Umlaufzeit (man prüfe dies durch Mittelung der Werte in Spalte 3 nach). Die merkliche Streuung der einzelnen Werte von T_{eff} um den Mittelwert weist jedoch auf die oben angesprochenen Einflüsse hin, die hierdurch weitgehend aufgefangen werden.

11.6.1 Berechnung der Lichtgeschwindigkeit aus der Verfinsterung des Jupitermondes Jo.

Zeitpunkt der Opposition	Letzter Verfinsterungszeitpunkt vor Opposition V	T_{eff} (Tage)	Erste Verfinsterung nach Konjunktion		Zeitdiff. δT	Distanzvergröß. $\delta \Delta$ (km)	Effektive Lichtgeschw. c_{eff} (km/s)	
			tatsächlich	berechnet $V + n \cdot T_{\text{eff}}$				
20. 6.60	13. 6.60	23 ^h 23 ^m	1,769856	8. 3.61 5 ^h 31 ^m	5 ^h 21 ^m	10 m	2,43 · 10 ⁸	405 000
25. 7.61	18. 7.61	23 ^h 5 ^m	1,769903	21. 5.62 3 ^h 49 ^m	3 ^h 43 ^m	6 m	1,62 · 10 ⁸	450 000
31. 8.62	30. 8.62	0 ^h 57 ^m	1,769937	18. 6.63 1 ^h 59 ^m	1 ^h 54 ^m	5 m	1,82 · 10 ⁸	608 000
8.10.63	5.10.63	19 ^h 34 ^m	1,769933	29. 6.64 1 ^h 56 ^m	1 ^h 48 ^m	8 m	2,36 · 10 ⁸	491 000
13.11.64	8.11.64	19 ^h 41 ^m	1,769887	3. 8.65 1 ^h 58 ^m	1 ^h 48 ^m	10 m	2,39 · 10 ⁸	399 000
18.12.65	13.12.65	19 ^h 36 ^m	1,769856	22. 8.66 3 ^h 31 ^m	3 ^h 16 ^m	15 m	2,56 · 10 ⁸	285 000
20. 1.67	17. 1.67	19 ^h 18 ^m	1,769824	10. 9.67 4 ^h 53 ^m	4 ^h 34 ^m	19 m	2,82 · 10 ⁸	247 000
20. 2.68	20. 2.68	0 ^h 21 ^m	1,769807	14.10.68 4 ^h 24 ^m	4 ^h 3 ^m	21 m	2,78 · 10 ⁸	220 000
22. 3.69	18. 3.69	21 ^h 53 ^m	1,769802	2.11.69 5 ^h 34 ^m	5 ^h 12 ^m	22 m	2,53 · 10 ⁸	192 000
21. 4.70	21. 4.70	2 ^h 49 ^m	1,769810	14.12.70 6 ^h 51 ^m	6 ^h 32 ^m	19 m	2,78 · 10 ⁸	244 000
23. 5.71	19. 5.71	0 ^h 22 ^m	1,769832	10. 2.72 6 ^h 29 ^m	6 ^h 14 ^m	15 m	2,39 · 10 ⁸	266 000
24. 6.72	21. 6.72	23 ^h 56 ^m						
							harmonisches Mittel:	305 000
							arithmetisches Mittel:	346 000

Mit T_{eff} und der vorangegangenen Oppositionsverfinsterung V können nun Verfinsterungszeitpunkte T_n

$$11.6.2 \quad T_n = V + n \cdot T_{\text{eff}} ; n: \text{natürliche Zahl}$$

berechnet werden. Anzumerken ist dabei, daß die Finsterniseintritte eines jupiternahen Mondes nur im Zeitraum zwischen einer Konjunktion und der nachfolgenden Opposition zu beobachten sind, da anderenfalls die Verfinsterung hinter dem die Sicht versperrenden Planetenkörper stattfindet. Dies kommt in den Zeitpunkten der Tabelle 11.6.1 auch deutlich zum Ausdruck.

Gleichung 11.6.2 erlaubt insbesondere die Berechnung des ersten Schatteneintrittes nach einer Konjunktion (Spalte 5) und ermöglicht den Vergleich mit dem tatsächlich zu beobachtenden Verfinsterungsbeginn (Spalte 4). Der Laufzeiteffekt des Lichtes zeigt sich in der Verspätung der tatsächlichen gegenüber den berechneten Finsterniszeiten und ist als δT in Spalte 6 aufgeführt.

* Bei Rechnungen über größere Zeiträume empfiehlt sich die Verwendung des Julianischen Datums (siehe den Musterversuch 12. „Das Erste Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn“).

Die (effektive) Lichtgeschwindigkeit c_{eff} folgt aus der Abstandsänderung des Jupiter $\delta\Delta$ zwischen Opposition und Konjunktionsfinsternis, dividiert durch δT . Die Abstandsänderung kann der Abb. 11.6.8 entnommen werden. Im Falle von Kreisbahnen folgt aus dem Cosinussatz

$$11.6.3 \quad \Delta^2 = r^2 + l^2 - 2 \cdot r \cdot l \cdot \cos \alpha \text{ AE}$$

oder mit dem Bahnradius des Jupiter von $r = 5,2 \text{ AE}$

$$11.6.4 \quad \Delta = \sqrt{28,04 - 10,4 \cdot \cos \alpha} \text{ AE.}$$

Der heliozentrische Winkel α wächst gleichmäßig mit der Zeit und durchläuft 360° während einer synodischen Periode des Jupiter. Diese ist genähert der Spalte 1 von Tabelle 11.6.1 zu entnehmen (Abstand zweier aufeinanderfolgender Oppositionen) und beträgt genau 398,87 Tage. Geht man vom Augenblick der Opposition T_0 aus (Spalte 1), so ergibt sich der Abstand Δ des Planeten Jupiter von der Erde für jeden anderen Zeitpunkt T aus dem zugehörigen

$$11.6.5 \quad \alpha = \frac{360^\circ}{398,87\text{d}} \cdot (T - T_0) = 0,9025^\circ/\text{d} \cdot (T - T_0)^*$$

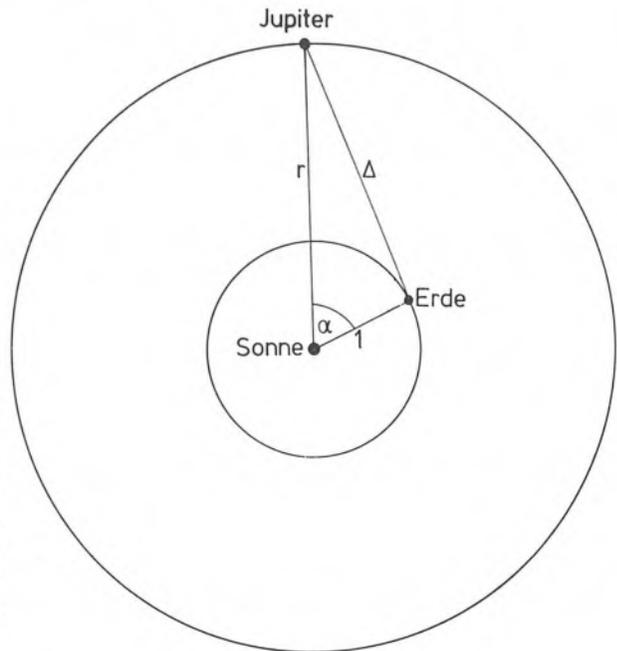
und anschließendem Einsetzen in 11.6.4. Der Abstand des Jupiter von der Erde beträgt zur Opposition

$$11.6.6 \quad \Delta_{\text{opp}} = (5,2 - 1) \text{ AE} = 4,2 \text{ AE.}$$

Entsprechend ist

$$11.6.7 \quad \delta\Delta = (\Delta - 4,2) \text{ AE} = (\Delta - 4,2) \cdot 1,496 \cdot 10^8 \text{ km.}$$

Die Spalte 7 gibt die so ermittelte Distanzvergrößerung.



11.6.8 Zur Abhängigkeit der Entfernung des Jupiter von der Erde Δ als Funktion des Winkels zwischen Jupiter und Erde α (von der Sonne aus gesehen) sowie der Sonnenentfernungen der beiden Planeten (in AE).

* Es genügt vollkommen, nur mit ganzen Tagen (ohne Stunden) zu rechnen.

Aus $\delta\Delta$ und δT kann nun die effektive Lichtgeschwindigkeit c_{eff} gemäß

$$11.6.9 \quad c_{\text{eff}} = \frac{\delta\Delta}{\delta T}$$

berechnet werden. Sie ist in Spalte 8 aufgeführt. Es muß jedoch auf eine kleine formale Unkorrektheit bei der Ableitung von c_{eff} aufmerksam gemacht werden. Während δT im wesentlichen von der letzten Verfinsternung **nahe** der Opposition zählt, benutzt $\delta\Delta$ über die Definition des Winkels α den Oppositionstag selbst. Der hierdurch eingeführte Fehler ist aber in Hinblick auf die gewaltigen systematischen Fehler durch den Jupiterschatten so klein, daß er ohne weiteres vernachlässigt werden darf.

Man kann die Aussagen der Tabelle 11.6.1 wie folgt zusammenfassen:

- a) die Verspätung der Finsternisse liegt zwischen 5 und 22 Minuten. Die Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit kann somit durch die Jupitermonde vorgeführt werden.
- b) Eine Verfolgung über 12 Jahre führt sehr schön die großen systematischen Fehler vor Augen und erklärt, warum die ersten Bestimmungen der Lichtgeschwindigkeit so ungenau waren.
- c) Eine Mittelung von c_{eff} über einen Bahnlauf unterdrückt weitgehend die großen Fehler bei einer Erscheinungsperiode und liefert bei harmonischer Mittelung $c = 305\,000$ km/s. Das harmonische Mittel wird gewählt – und nicht das arithmetische – weil wir über die Zeit mitteln, die im Nenner des Ausdruckes für die Lichtgeschwindigkeit 11.6.9 steht.

11.7 Höchstfehlerabschätzung

Wegen der komplizierten Schatteneintrittszeiten in Abhängigkeit vom Knotenabstand mit schulgemäßen Mitteln nicht durchführbar.

11.8 Arbeitsgemeinschaft

Beobachtung der Verfinsternungen der Galileischen Monde mit Fernrohr und Uhr. Verifikation der Finsternisvoraussagen in den Jahrbüchern.

12. Musterversuch „Das Erste Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn“

12.1 Vorkenntnisse

Das Erste \uparrow Keplersche Gesetz für den Grenzfall einer dominierenden Zentralmasse. Grundeigenschaften der Ellipse.

12.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine bei Heranziehung der Abb. 12.6.1 oder bei Verwendung von Himmelskalendern, Jahrbüchern o. ä. Bei Erstellung eigener Aufnahmen ist ein kleines Fernrohr mit Kameraansatz erforderlich.

12.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Je eine Stunde für Vorbereitung und Durchführung des Versuches. Bei Erstellung eigener Aufnahmen entsprechend länger.

12.4 Einführung

Der Mond ist der uns nächste natürliche Himmelskörper. Er kreist um den Schwerpunkt des Systems Erde – Mond in einer elliptischen Bahn mit einer Umlaufzeit von einem \uparrow siderischen Monat. Nähe des Mondes und Kürze der Umlaufzeit ermöglichen es, aus der Mondbewegung wesentliche Eigenschaften einer elliptischen Umlaufbahn abzuleiten (siehe auch den Musterversuch 13. „Das Zweite Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn“).

Die Bewegung zweier Massen unter dem Einfluß der Gravitation wird durch die beiden ersten Keplerschen Gesetze beschrieben, die ihrerseits wieder aus dem Newtonschen Gravitationsgesetz sowie der Energie- und Impulserhaltung folgen. Für den im Schulunterricht fast ausschließlich behandelten Fall einer geschlossenen Bahn um eine dominierende Zentralmasse kann das Erste Kepler-Gesetz wie folgt formuliert werden:

Der Satellit umkreist die Zentralmasse in einer elliptischen Bahn (mit dem Kreis als Sonderfall).

Die Zentralmasse steht in einem der beiden Brennpunkte der Ellipse.

Diese Formulierung gilt (im Rahmen einer schulgemäßen Genauigkeit) auch für das System Erde – Mond, da die Erde 81 mal massereicher ist als der Mond.

Ist die Bahnellipse merklich vom Kreis unterschieden, so wird sich die Variation der Satellitenentfernung (also hier: Mondentfernung) als Änderung seines Winkeldurchmessers bemerkbar machen. Die scheinbare Größe der Mondscheibe wird also im Rhythmus eines Bahnumlaufs (Monats) pulsieren. (Siehe auch Umschlagbild.)

Der Mond hat einen scheinbaren Winkeldurchmesser von annähernd $0,5^\circ$. Für derart kleine Winkel gilt, daß Winkeldurchmesser und Entfernung einander umgekehrt proportional sind.

Ist insbesondere

γ_1 der Durchmesser zur Zeit der Erdnähe (Perigäum) und

γ_2 der (kleinere) Durchmesser zur Zeit der Erdferne (Apogäum),

so gilt für die zugeordneten Entfernungen r_1 (Perigäum) und r_2 (Apogäum)

$$12.4.1 \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} .$$

Abb. 12.4.6 demonstriert, daß

$$12.4.2 \quad r_1 + r_2 = 2a.$$

Für die Exzentrizität gilt definitionsgemäß

$$12.4.3 \quad e = \frac{a - r_1}{a} = \frac{2a - 2r_1}{2a}.$$

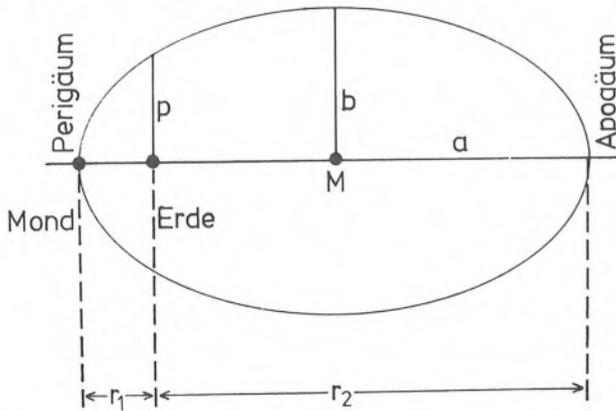
Gleichung 12.4.2 eingesetzt in den rechten Teil von 12.4.3 ergibt

$$12.4.4 \quad e = \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1}$$

oder

$$12.4.5 \quad e = \frac{1 - \frac{r_1}{r_2}}{1 + \frac{r_1}{r_2}} = \frac{1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1}}{1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1}}.$$

Wichtig ist hierbei, daß die Exzentrizität also ohne Kenntnis der Mondentfernung bestimmt werden kann. Auch ist die Maßzahl von γ beliebig. Arbeitet man mit Mondphotographien, so kann γ beispielsweise in Millimetern Scheibendurchmesser angegeben werden.



12.4.6 Zur Definition der Größen, die die Mondbahn bestimmen. Die Exzentrizität der Mondbahn ist übertrieben dargestellt.

12.5 Grundlagen des Musterversuches

Das einfachste ist die Entnahme von r und zugeordnetem γ aus den einschlägigen Jahrbüchern bzw. Himmelskalendern. Etwas „lebensehnlicher“ ist die Auswertung von Mondphotographien, die entweder selbst aufgenommen wurden, oder als Abb. 12.6.1 vorliegen. Ein kleines Fernrohr liefert Mondbilder von ca. 1 cm Durchmesser oder mehr, die gut ausmeßbar sind. Im Anhang 12.10 sind Unterlagen zur Berechnung der Erdnähe und Erdferne gegeben. Beobachtet man zu diesen Zeiten, so treten die beschriebenen Effekte in voller Größe auf.

12.6 Durchführung des Musterversuches

Im folgenden werden die sechs Mondbilder der Abb. 12.6.1 ausgewertet, die ihrerseits Beispiele für eigene Aufnahmen sein können.



1958 April 3 21³⁰ MEZ



1958 Juli 1 22³⁰



1958 August 4 23⁰⁵



1958 November 25 22³⁰



1959 Januar 21 18³⁰

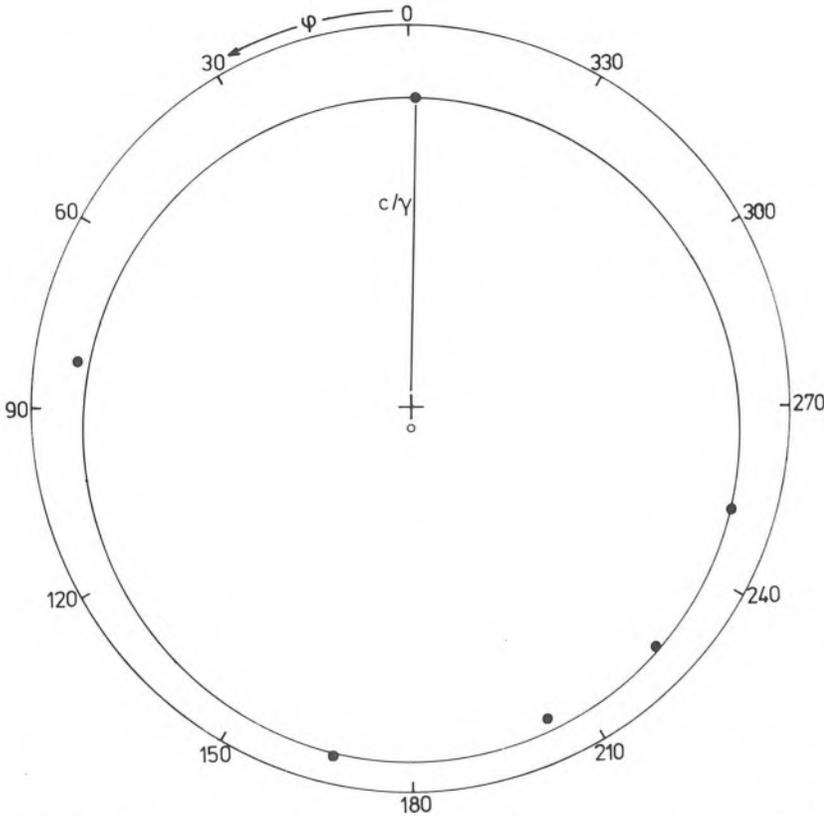


1959 Januar 23 20¹⁵

12.6.1 Sechs Photographien des Mondes zur Bestimmung der Bahnexzentrizität.
Film 18 DIN, $f = 1000$ mm, $f/D = 20$, Belichtungszeit: $\frac{1}{10}$ sec.

Man berechne zunächst nach dem im Anhang zu diesem Musterversuch beschriebenen Verfahren den Zeitpunkt des für jede Aufnahme vorhergegangenen Perigäums t_p . Dann bestimme man den Ort des Mondes innerhalb der Bahnellipse durch den Winkel

$$12.6.2 \quad \varphi = \frac{t - t_p}{27,55 \text{ d}} \cdot 360^\circ.$$



12.6.3 Die Mondentfernung c/γ von der Erde (+) aufgetragen gegen den Perigäumsabstand φ für die sechs Aufnahmen der Abb. 12.6.1. Die resultierende Bahnellipse ist für derartig kleine Exzentrizitäten praktisch nicht von einem etwas zum Apogäum hin verschobenen Kreis mit dem Mittelpunkt bei o zu unterscheiden.

Daraufhin ermittle man den Monddurchmesser γ in Millimetern. Mit Hilfe einer geeigneten, vom verwendeten Maßstab auf dem Polarkoordinatenpapier abhängigen Konstanten c trage man nun die relative Mondentfernung c/γ auf. Es entsteht ein Diagramm ähnlich Abb. 12.6.3. Im vorliegenden Falle folgt eine Exzentrizität für die Mondbahn von $e = 0,07$, die nahe an der tatsächlichen von $e = 0,055$ liegt. Bemerkenswert ist, daß Ellipsen derart kleiner Exzentrizitäten kaum von etwas mittelpunktsverschobenen Kreisen verschieden sind.

12.7 Höchstfehlerabschätzung

Wegen der komplizierten Mondbahn mit schulgemäßen Mitteln nicht möglich.

12.10 Anhang: Festlegung der günstigsten Beobachtungszeiten

Die günstigsten Beobachtungszeiten zur Bestimmung des unterschiedlichen scheinbaren Durchmessers der Mondscheibe wie auch ihrer unterschiedlichen Geschwindigkeit unter den Sternen sind die Extrema der Mondentfernung (Perigäum und Apogäum). Der Mond ist im Perigäum (Erdnähe) zum Zeitpunkt

$$12.10.1 \quad JD = a + n \cdot b$$

mit den Abkürzungen:

$$12.10.2 \quad \begin{aligned} JD & \text{ Julianisches Datum, siehe gesonderte Erklärung 12.11} \\ a & = 244\,1864 \text{ Tage} \\ b & = 27,5545505 \text{ Tage (Länge des anomalistischen Monats)} \\ n & \text{ ganzzahlig} \end{aligned}$$

Man ermittelt das nächstgelegene Perigäum, indem man aus dem Julianischen Datum JD des gewünschten Termins eine Größe m errechnet

$$12.10.3 \quad m = \frac{JD - a}{b}$$

und dem im allgemeinen nichtganzzahligen m die nächstkleinere ganze Zahl n_1 sowie die nächstgrößere ganze Zahl n_2 zuordnet. Damit erhält man aus 12.10.1 zwei Julianische Daten JD_1 und JD_2

$$12.10.4 \quad \begin{aligned} JD_1 & = a + n_1 \cdot b \\ JD_2 & = a + n_2 \cdot b \end{aligned}$$

worin JD_1 das bezüglich JD vergangene und JD_2 das zukünftige Julianische Datum der Erdnähe ist.

In Erdferne steht er ± 14 Tage vom Perigäumszeitpunkt.

Für die Durchführung der Beobachtungen ist natürlich auch die Mondphase wichtig. Neumond findet genähert statt zu

$$12.10.5 \quad JD' = a' + n \cdot b'$$

mit den Werten:

$$12.10.6 \quad \begin{aligned} JD' & \text{ Julianisches Datum des Neumondes} \\ a' & = 244\,1747 \text{ Tage} \\ b' & = 29,5305882 \text{ Tage (Länge des synodischen Monats)} \\ n & \text{ ganzzahlig} \end{aligned}$$

Die Berechnung der nächstgelegenen Neumonde geschieht ähnlich wie bei den Perigäen (Gleichungen 12.10.3 und 12.10.4).

Die übrigen Mondphasen verteilen sich um dieses Julianische Datum wie folgt

$$12.10.7 \quad \begin{array}{ll} \text{Erstes Viertel} & JD' + 7 \text{ Tage oder } JD' - 22 \text{ Tage} \\ \text{Vollmond} & JD' + 15 \text{ Tage oder } JD' - 15 \text{ Tage} \\ \text{Letztes Viertel} & JD' + 22 \text{ Tage oder } JD' - 7 \text{ Tage} \end{array}$$

12.11 *Julianisches Datum:* Das Julianische Datum ist eine fortlaufende Tageszählung seit dem 1. Januar 4713 v. Chr.

Beispiel: gesucht wird das Julianische Datum (JD) vom 21. Juni 1975.

Man sucht dazu in der Tabelle 12.11.1 das JD vom 0. Juni 1975 = 244 2564. Für den 21. Juni 1975 gilt somit $JD = 244\,2564 + 21 = 244\,2585$.

Das Julianische Datum erlaubt ferner in einfacher Weise die Bestimmung des Wochentages. Bleibt bei Division durch 7 der Rest 0, so handelt es sich um einen Montag, beim Rest 1 um einen Dienstag und so fort. Das Datum des obigen Beispiels fiel also mit dem Rest 5 auf einen Sonnabend.

JULIAN DAY NUMBER

Year	Jan. 0	Feb. 0	Mar. 0	Apr. 0	May 0	June 0	July 0	Aug. 0	Sept. 0	Oct. 0	Nov. 0	Dec. 0
1900	241 5020	5051	5079	5110	5140	5171	5201	5232	5263	5293	5324	5354
1901	5385	5416	5444	5475	5505	5536	5566	5597	5628	5658	5689	5719
1902	5750	5781	5809	5840	5870	5901	5931	5962	5993	6023	6054	6084
1903	6115	6146	6174	6205	6235	6266	6296	6327	6358	6388	6419	6449
1904	6480	6511	6540	6571	6601	6632	6662	6693	6724	6754	6785	6815
1905	241 6846	6877	6905	6936	6966	6997	7027	7058	7089	7119	7150	7180
1906	7211	7242	7270	7301	7331	7362	7392	7423	7454	7484	7515	7545
1907	7576	7607	7635	7666	7696	7727	7757	7788	7819	7849	7880	7910
1908	7941	7972	8001	8032	8062	8093	8123	8154	8185	8215	8246	8276
1909	8307	8338	8366	8397	8427	8458	8488	8519	8550	8580	8611	8641
1910	241 8672	8703	8731	8762	8792	8823	8853	8884	8915	8945	8976	9006
1911	9037	9068	9096	9127	9157	9188	9218	9249	9280	9310	9341	9371
1912	9402	9433	9462	9493	9523	9554	9584	9615	9646	9676	9707	9737
1913	9768	9799	9827	9858	9888	9919	9949	9980	*0011	*0041	*0072	*0102
1914	242 0133	0164	0192	0223	0253	0284	0314	0345	0376	0406	0437	0467
1915	242 0498	0529	0557	0588	0618	0649	0679	0710	0741	0771	0802	0832
1916	0863	0894	0923	0954	0984	1015	1045	1076	1107	1137	1168	1198
1917	1229	1260	1288	1319	1349	1380	1410	1441	1472	1502	1533	1563
1918	1594	1625	1653	1684	1714	1745	1775	1806	1837	1867	1898	1928
1919	1959	1990	2018	2049	2079	2110	2140	2171	2202	2232	2263	2293
1920	242 2324	2355	2384	2415	2445	2476	2506	2537	2568	2598	2629	2659
1921	2690	2721	2749	2780	2810	2841	2871	2902	2933	2963	2994	3024
1922	3055	3086	3114	3145	3175	3206	3236	3267	3298	3328	3359	3389
1923	3420	3451	3479	3510	3540	3571	3601	3632	3663	3693	3724	3754
1924	3785	3816	3845	3876	3906	3937	3967	3998	4029	4059	4090	4120
1925	242 4151	4182	4210	4241	4271	4302	4332	4363	4394	4424	4455	4485
1926	4516	4547	4575	4606	4636	4667	4697	4728	4759	4789	4820	4850
1927	4881	4912	4940	4971	5001	5032	5062	5093	5124	5154	5185	5215
1928	5246	5277	5306	5337	5367	5398	5428	5459	5490	5520	5551	5581
1929	5612	5643	5671	5702	5732	5763	5793	5824	5855	5885	5916	5946
1930	242 5977	6008	6036	6067	6097	6128	6158	6189	6220	6250	6281	6311
1931	6342	6373	6401	6432	6462	6493	6523	6554	6585	6615	6646	6676
1932	6707	6738	6767	6798	6828	6859	6889	6920	6951	6981	7012	7042
1933	7073	7104	7132	7163	7193	7224	7254	7285	7316	7346	7377	7407
1934	7438	7469	7497	7528	7558	7589	7619	7650	7681	7711	7742	7772
1935	242 7803	7834	7862	7893	7923	7954	7984	8015	8046	8076	8107	8137
1936	8168	8199	8228	8259	8289	8320	8350	8381	8412	8442	8473	8503
1937	8534	8565	8593	8624	8654	8685	8715	8746	8777	8807	8838	8868
1938	8899	8930	8958	8989	9019	9050	9080	9111	9142	9172	9203	9233
1939	9264	9295	9323	9354	9384	9415	9445	9476	9507	9537	9568	9598
1940	242 9629	9660	9689	9720	9750	9781	9811	9842	9873	9903	9934	9964
1941	9995	*0026	*0054	*0085	*0115	*0146	*0176	*0207	*0238	*0268	*0299	*0329
1942	243 0360	0391	0419	0450	0480	0511	0541	0572	0603	0633	0664	0694
1943	0725	0756	0784	0815	0845	0876	0906	0937	0968	0998	1029	1059
1944	1090	1121	1150	1181	1211	1242	1272	1303	1334	1364	1395	1425
1945	243 1456	1487	1515	1546	1576	1607	1637	1668	1699	1729	1760	1790
1946	1821	1852	1880	1911	1941	1972	2002	2033	2064	2094	2125	2155
1947	2186	2217	2245	2276	2306	2337	2367	2398	2429	2459	2490	2520
1948	2551	2582	2611	2642	2672	2703	2733	2764	2795	2825	2856	2886
1949	2917	2948	2976	3007	3037	3068	3098	3129	3160	3190	3221	3251
1950	243 3282	3313	3341	3372	3402	3433	3463	3494	3525	3555	3586	3616

12.11.1 Julianisches Datum 1900–2000. Abweichend von der Fachliteratur beginnt die Tageszählung in den Musterversuchen um 0^h MEZ.

JULIAN DAY NUMBER

Year	Jan. 0	Feb. 0	Mar. 0	Apr. 0	May 0	June 0	July 0	Aug. 0	Sept. 0	Oct. 0	Nov. 0	Dec. 0
1950	243 3282	3313	3341	3372	3402	3433	3463	3494	3525	3555	3586	3616
1951	3647	3678	3706	3737	3767	3798	3828	3859	3890	3920	3951	3981
1952	4012	4043	4072	4103	4133	4164	4194	4225	4256	4286	4317	4347
1953	4378	4409	4437	4468	4498	4529	4559	4590	4621	4651	4682	4712
1954	4743	4774	4802	4833	4863	4894	4924	4955	4986	5016	5047	5077
1955	243 5108	5139	5167	5198	5228	5259	5289	5320	5351	5381	5412	5442
1956	5473	5504	5533	5564	5594	5625	5655	5686	5717	5747	5778	5808
1957	5839	5870	5898	5929	5959	5990	6020	6051	6082	6112	6143	6173
1958	6204	6235	6263	6294	6324	6355	6385	6416	6447	6477	6508	6538
1959	6569	6600	6628	6659	6689	6720	6750	6781	6812	6842	6873	6903
1960	243 6934	6965	6994	7025	7055	7086	7116	7147	7178	7208	7239	7269
1961	7300	7331	7359	7390	7420	7451	7481	7512	7543	7573	7604	7634
1962	7665	7696	7724	7755	7785	7816	7846	7877	7908	7938	7969	7999
1963	8030	8061	8089	8120	8150	8181	8211	8242	8273	8303	8334	8364
1964	8395	8426	8455	8486	8516	8547	8577	8608	8639	8669	8700	8730
1965	243 8761	8792	8820	8851	8881	8912	8942	8973	9004	9034	9065	9095
1966	9126	9157	9185	9216	9246	9277	9307	9338	9369	9399	9430	9460
1967	9491	9522	9550	9581	9611	9642	9672	9703	9734	9764	9795	9825
1968	9856	9887	9916	9947	9977	*0008	*0038	*0069	*0100	*0130	*0161	*0191
1969	244 0222	0253	0281	0312	0342	0373	0403	0434	0465	0495	0526	0556
1970	244 0587	0618	0646	0677	0707	0738	0768	0799	0830	0860	0891	0921
1971	0952	0983	1011	1042	1072	1103	1133	1164	1195	1225	1256	1286
1972	1317	1348	1377	1408	1438	1469	1499	1530	1561	1591	1622	1652
1973	1683	1714	1742	1773	1803	1834	1864	1895	1926	1956	1987	2017
1974	2048	2079	2107	2138	2168	2199	2229	2260	2291	2321	2352	2382
1975	244 2413	2444	2472	2503	2533	2564	2594	2625	2656	2686	2717	2747
1976	2778	2809	2838	2869	2899	2930	2960	2991	3022	3052	3083	3113
1977	3144	3175	3203	3234	3264	3295	3325	3356	3387	3417	3448	3478
1978	3509	3540	3568	3599	3629	3660	3690	3721	3752	3782	3813	3843
1979	3874	3905	3933	3964	3994	4025	4055	4086	4117	4147	4178	4208
1980	244 4239	4270	4299	4330	4360	4391	4421	4452	4483	4513	4544	4574
1981	4605	4636	4664	4695	4725	4756	4786	4817	4848	4878	4909	4939
1982	4970	5001	5029	5060	5090	5121	5151	5182	5213	5243	5274	5304
1983	5335	5366	5394	5425	5455	5486	5516	5547	5578	5608	5639	5669
1984	5700	5731	5760	5791	5821	5852	5882	5913	5944	5974	6005	6035
1985	244 6066	6097	6125	6156	6186	6217	6247	6278	6309	6339	6370	6400
1986	6431	6462	6490	6521	6551	6582	6612	6643	6674	6704	6735	6765
1987	6796	6827	6855	6886	6916	6947	6977	7008	7039	7069	7100	7130
1988	7161	7192	7221	7252	7282	7313	7343	7374	7405	7435	7466	7496
1989	7527	7558	7586	7617	7647	7678	7708	7739	7770	7800	7831	7861
1990	244 7892	7923	7951	7982	8012	8043	8073	8104	8135	8165	8196	8226
1991	8257	8288	8316	8347	8377	8408	8438	8469	8500	8530	8561	8591
1992	8622	8653	8682	8713	8743	8774	8804	8835	8866	8896	8927	8957
1993	8988	9019	9047	9078	9108	9139	9169	9200	9231	9261	9292	9322
1994	9353	9384	9412	9443	9473	9504	9534	9565	9596	9626	9657	9687
1995	244 9718	9749	9777	9808	9838	9869	9899	9930	9961	9991	*0022	*0052
1996	245 0083	0114	0143	0174	0204	0235	0265	0296	0327	0357	0388	0418
1997	0449	0480	0508	0539	0569	0600	0630	0661	0692	0722	0753	0783
1998	0814	0845	0873	0904	0934	0965	0995	1026	1057	1087	1118	1148
1999	1179	1210	1238	1269	1299	1330	1360	1391	1422	1452	1483	1513
2000	245 1544	1575	1604	1635	1665	1696	1726	1757	1788	1818	1849	1879

12.11.1 (Fortsetzung)

13. Musterversuch „Das Zweite Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn“

13.1 Vorkenntnisse

Bei Zentralkräften ist der Drehimpulsvektor konstant, d. h. seine Richtung und Maßzahl bleiben erhalten. Aus der Konstanz der Richtung des Drehimpulsvektors folgt die feste Bahnebene; aus der festen Maßzahl die Konstante des \uparrow Flächensatzes.

13.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine bei Verwendung von Himmelskalendern oder Jahrbüchern (Tabelle 13.6.5). Bei eigener Erstellung des Ausgangsmaterials sind Beobachtungen (mit bloßem Auge) erforderlich (Arbeitsgemeinschaft).

13.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Eine Schulstunde bei Diskussion der Tabelle 13.6.5; eine weitere bei Neuauftellung dieser Tabelle.

13.4 Einführung

Der Mond ist der uns nächste natürliche Himmelskörper. Er kreist um den Schwerpunkt des Systems Erde-Mond in einer elliptischen \uparrow Bahn mit der Umlaufzeit von einem Monat. Nähe des Mondes und Kürze der Umlaufzeit ermöglichen es, aus der Mondbahn wesentliche Eigenschaften einer Keplerbahn abzuleiten.

Die Bewegung zweier Massen unter dem Einfluß der Gravitation wird durch die beiden ersten Keplerschen Gesetze beschrieben, die ihrerseits wieder aus dem \uparrow Newtonschen Gravitationsgesetz sowie der Energie- und Impulserhaltung folgen. Das zweite Keplersche Gesetz lautet:

Der Fahrstrahl (Radiusvektor) überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

Angemerkt sei, daß dieses Gesetz für alle Arten von Zentralkräften gilt; also auch für solche anderer Entfernungsabhängigkeit als das Gravitationsgesetz.

13.5 Grundlagen des Musterversuches

Das Zweite Keplersche Gesetz wird in seiner differentiellen Form verifiziert. Ist φ die Position des Mondes in seiner Bahn (Nullpunkt der Zählung beliebig) und r seine Entfernung von der Erde, so gilt das Zweite Keplersche Gesetz in seiner differentiellen Form

$$13.5.1 \quad r^2 \cdot \dot{\varphi} = \text{const.}$$

Die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$, ist aber genähert $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$, d. h. aus der am Himmel beobachteten Mondbewegung unter den Fixsternen $\Delta\varphi$ in einem Zeitraum Δt zu ermitteln. Da r umgekehrt proportional zum Winkeldurchmesser γ des Mondes ist (siehe Musterversuch 12. „Das Erste Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn“)

$$13.5.2 \quad r \sim \frac{1}{\gamma}$$

so läßt sich das Zweite Keplersche Gesetz also ohne Kenntnis der tatsächlichen Mondentfernung r in der Form

$$13.5.3 \quad \frac{\dot{\varphi}}{\gamma^2} = \text{const.}$$

bestätigen.

13.6 Durchführung des Musterversuches

Die unterschiedliche Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ kommt am deutlichsten im Perigäum und Apogäum (Erdnähe und Erdferne) zum Ausdruck. Zu diesen Zeiten gelingt eine Bestätigung des Zweiten Keplerschen Gesetzes am überzeugendsten. Die Berechnung dieser Zeitpunkte erfolgt zweckmäßigerweise nach dem Anhang 12.10 zum Musterversuch 12. „Das Erste Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn“.

13.6.1 *Bestätigung des Flächensatzes für Perigäum und Apogäum aus Beobachtungen:* Die Winkelgeschwindigkeit der Mondbahn $\dot{\varphi}$ wird aus $\Delta\varphi$ (Eintragen der Mondposition in eine Sternkarte) und Δt (ein bis zwei Tage um die Extrema der Mondbahn herum) bestimmt. Der Monddurchmesser γ (als reziprokes Maß der Entfernung) wird wie im Musterversuch 12. „Das Erste Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn“ ermittelt.

Um Rechnungen und Formeln der sphärischen Trigonometrie zu umgehen empfiehlt sich das Eintragen des Mondortes in eine Sternkarte mit ekliptikalen Koordinaten. Beobachtungen von Mondort und Monddurchmesser ergaben die folgenden Werte:

13.6.2 Beobachtung in Erdnähe (Perigäum):

a) Positionen

$$t_1 = 1975, \text{ Juli } 10 \text{ } 23^{\text{h}}15^{\text{m}} \text{ UT} \quad \lambda = 132,4^\circ; \quad \beta = -4,3^\circ*$$

$$t_2 = 1975, \text{ Juli } 11 \text{ } 23^{\text{h}}30^{\text{m}} \text{ UT} \quad \lambda = 147,1^\circ; \quad \beta = -5,1^\circ$$

$$\Delta t = 24 \text{ h } 15 \text{ m} \quad \Delta\lambda = +14,7^\circ; \quad \Delta\beta = -0,8^\circ$$

$$\Delta\varphi = \sqrt{(\Delta\lambda)^2 + (\Delta\beta)^2} = 14,7^\circ$$

$$\dot{\varphi} \approx \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 14,6^\circ/\text{Tag}$$

b) Monddurchmesser $\gamma = 0,548^\circ$

c) Flächenkonstante $\frac{\dot{\varphi}}{\gamma^2} = 49 \text{ (Tag} \cdot \text{Grad)}^{-1}$

13.6.3 Beobachtung in Erdferne (Apogäum):

a) Positionen

$$t_1 = 1975, \text{ Juli } 30 \text{ } 8^{\text{h}}0^{\text{m}} \text{ UT} \quad \lambda = 352,7^\circ; \quad \beta = +5,1^\circ$$

$$t_2 = 1975, \text{ Juli } 31 \text{ } 9^{\text{h}}0^{\text{m}} \text{ UT} \quad \lambda = 5,9^\circ; \quad \beta = +4,9^\circ$$

$$t = 25 \text{ h} \quad \Delta\lambda = 13,2^\circ; \quad \Delta\beta = -0,2^\circ$$

$$\Delta\varphi = \sqrt{(\Delta\lambda)^2 + (\Delta\beta)^2} = 13,2^\circ$$

$$\dot{\varphi} \approx \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 12,7^\circ/\text{Tag}$$

b) Monddurchmesser $\gamma = 0,498^\circ$

c) Flächenkonstante $\frac{\dot{\varphi}}{\gamma^2} = 51 \text{ (Tag} \cdot \text{Grad)}^{-1}$

* λ, β : Ekliptikale Länge und Breite.

13.6.4 *Bestätigung des Flächensatzes aus Mondephemeriden*: Die Tabelle 13.6.5 gibt Mondposition und Monddurchmesser für August/September 1978 (nach Ahnert, Kalender für Sternfreunde). Für je zwei aufeinanderfolgende Tage werden daraus $\Delta\varphi/1$ Tag und $\bar{\gamma}$ abgeleitet. Damit kann die Flächenkonstante $\bar{\varphi}/\bar{\gamma}^2$ ermittelt werden.

13.6.5 Auswertung der ekliptikalen Mondörter August/September 1978 (Spalten 1–3) sowie des Winkeldurchmessers (Spalte 4) zur Bestätigung des Zweiten Keplerschen Gesetzes.

Datum 1978	Ekliptikale			Winkel- durchm.	$\Delta\varphi/1$ Tag	Mittlerer Durchm.	Flächen- konstante
	Länge λ	Breite β		γ		$\bar{\gamma}$	$\bar{\varphi}/\bar{\gamma}^2$
Aug 17	303°37'	+4°11'	P	33'16"	15,113°/d	33'15"	49,21/(° · d)
Aug 18	318°42'	+3°14'		33'13"			
Aug 20	348°21'	+0°47'		32'41"	14,359°/d	32'27"	49,09/(° · d)
Aug 21	2°39'	-0°31'		32'14"			
Aug 23	29°57'	-2°51'		31'13"	13,032°/d	30'59"	48,87/(° · d)
Aug 24	42°57'	-3°46'		30'44"			
Aug 26	67°55'	-4°57'		29'59"	12,119°/d	29'51"	48,97/(° · d)
Aug 27	80° 2'	-5°12'		29'43"			
Aug 29	103°52'	-5° 1'	A	29'28"	11,857°/d	29'28"	49,16/(° · d)
Aug 30	115°43'	-4°36'		29'28"			
Sep 1	139°33'	-3°11'		29'41"	12,121°/d	29'45"	49,30/(° · d)
Sep 2	151°38'	-2°14'		29'49"			
Sep 4	176°13'	-0° 3'		30'15"	12,619°/d	30'23"	49,21/(° · d)
Sep 5	188°47'	+1° 6'		30'30"			
Sep 7	214°33'	+3°15'		31' 4"	13,278°/d	31'13"	49,05/(° · d)
Sep 8	227°48'	+4° 7'		31'22"			
Sep 10	255° 8'	+5°10'		32' 0"	14,067°/d	32' 9"	48,99/(° · d)
Sep 11	269°12'	+5°17'		32'17"			
Sep 13	298° 5'	+4°31'		32'45"	14,690°/d	32'48"	49,16/(° · d)
Sep 14	312°45'	+3°41'	P	32'51"			
Sep 16	342° 5'	+1°20'		32'42"	14,493°/d	32'34"	49,20/(° · d)
Sep 17	356°31'	+0° 1'		32'26"			

P : Perigäum (Erdsnähe) A : Apogäum (Erdferne)

(Man beachte die ungleichen Abstände von Perigäum und Apogäum durch die Störungen der Mondbahn.)

13.7 Höchstfehlerabschätzung

(für Fall 13.6.1): γ kann mit schulgemäßen Mitteln auf etwa 1% genau bestimmt werden. Ungenauer ist die Bestimmung der Ortsänderung $\Delta\varphi$ (und damit $\Delta\varphi/\Delta t$), die nur auf etwa einen halben Monddurchmesser, also $\pm 1/4^\circ$ in das Bezugssystem der Fixsterne eingeschätzt werden kann. Damit wird ein Fehler (aus beiden Ortsschätzungen) von

$$13.7.1 \quad \frac{2 \cdot \text{Ortsfehler}}{\text{mittlere tägliche Bewegung}}$$

oder

$$13.7.2 \quad \frac{2 \cdot \pm 1/4^\circ}{13^\circ} \approx \pm 4\%$$

zu erwarten sein.

14. Musterversuch „Das Dritte Keplersche Gesetz am Beispiel der Jupitermonde“

14.1 Vorkenntnisse

Geschwindigkeit und Fliehkraft eines gleichförmig auf einer *Kreisbahn* umlaufenden Massenpunktes in Abhängigkeit von Umlaufzeit und Kreisbahnradius. Das Newtonsche ↑ Gravitationsgesetz. Das System der *Jupitermonde*.

14.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine bei Heranziehung der Abb. 10.5.6 und 10.5.7

14.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Eine Schulstunde.

14.4 Einführung

Während die ersten beiden Keplerschen Gesetze die Bewegung des einzelnen Planeten oder Satelliten um die Zentralmasse beschreiben, verbindet das Dritte Keplersche Gesetz die Bewegungen mehrerer umlaufender Massen. Es wurde von Kepler 1619 in seinem Buch „*Harmonices mundi*“ veröffentlicht, nachdem er die beiden anderen bereits 1609 in der „*Astronomia nova*“ vorgestellt hatte.

Das Dritte Keplersche Gesetz verbindet die Umlaufzeit T mit der ↑ großen Halbachse R und lautet für den Fall verschwindender Planeten-(Satelliten-)masse:

Die Kuben der großen Halbachsen verhalten sich wie die Quadrate der Umlaufzeiten

$$14.4.1 \quad \frac{R_i^3}{T_i^2} = \frac{R_j^3}{T_j^2}$$

für zwei beliebige Begleiter i, j . Seine Bedeutung liegt vor allem darin, daß es die relativen Abstandsverhältnisse mit hoher Präzision festzulegen gestattet. Dies gilt besonders für das Sonnensystem. Die Umlaufzeiten der Planeten lassen sich nämlich mit hoher Genauigkeit festlegen. In der Tat kann ja ein möglicher Fehler ΔT bei nur einem Umlauf durch Verfolgung von n Umläufen auf $\Delta T/n$ gedrückt werden (ein Vorteil, der für alle periodisch ablaufenden Vorgänge gilt). Damit ist es möglich, die Entfernungsverhältnisse der Planeten präzise zu bestimmen und einen Plan des Sonnensystems zu zeichnen, in dem nur der Maßstab unbekannt ist. Wie der Musterversuch 5. „Die Astronomische Einheit“ ausführt, hat man der Bestimmung dieses Maßstabes in der Vergangenheit große Aufmerksamkeit gewidmet. Zum Grundmaß des Sonnensystems wählte man die große Halbachse der Erdbahn. Man nennt diese Entfernung die „Astronomische Einheit“. Ihr Wert beträgt rund $1,496 \cdot 10^{11}$ m.

Die Bewegung der Planeten im Sonnensystem ist (wegen unseres ungünstigen Standortes auf der mitkreisenden Erde) zu unübersichtlich, um in einfacher Weise zur Verifikation des Dritten Keplerschen Gesetzes herangezogen werden zu können. Die vier hellsten Jupitermonde (die sogenannten Galileischen Monde) sind ungleich besser geeignet. Sie stellen gewissermaßen ein verkleinertes Abbild des Sonnensystems dar und zeichnen sich durch folgende Eigenschaften aus:

- a) nahezu ideale Kreisbahnen um Jupiter in derselben Ebene
- b) kurze Umlaufzeiten

c) große Spannweite der Bahnradien

d) die gravitative Wirkung untereinander und auf Jupiter ist gering.

Der irdische Beobachter sieht die Mondumläufe unter einfachen Projektionsverhältnissen (siehe den Musterversuch 10. „Berechnung der Stellung der Jupitermonde“).

14.5 Grundlagen des Musterversuches

Das Dritte Keplersche Gesetz für verschwindende Satellitenmassen auf Kreisbahnen ist besonders einfach abzuleiten. Hierbei muß nämlich in jedem Augenblick die Fliehkraft der Anziehungskraft die Waage halten. Mit den Größen

G = Gravitationskonstante $6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

M = Jupitermasse

m = Satellitenmasse

v = Bahngeschwindigkeit des Satelliten

R = Bahnradius des Satelliten

T = Umlaufzeit des Satelliten

wird

$$14.5.1 \quad G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Die Bahngeschwindigkeit ist aber

$$14.5.2 \quad v = \frac{2\pi R}{T}$$

Nach Einsetzen von 14.5.2 in 14.5.1 kann man die Faktoren so umstellen, daß auf der linken Seite nur Satellitendaten stehen, auf der rechten jedoch (neben Konstanten) nur die Zentralmasse:

$$14.5.3 \quad \frac{R^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$$

Damit wird für irgend zwei Monde i, j :

$$14.5.4 \quad \frac{R_i^3}{T_i^2} = \frac{R_j^3}{T_j^2}$$

Dies ist das Dritte Keplersche Gesetz, dessen Gültigkeit jedoch über den hier diskutierten Spezialfall kleiner Massen auf Kreisbahnen hinausreicht (siehe auch Gleichung 14.4.1).

14.6 Durchführung des Musterversuches

Zur Verifikation des Dritten Keplerschen Gesetzes geht man von den projizierten Bahnbewegungen der vier Monde aus (Abb. 10.5.6 und 10.5.7). Da die Einheiten von R und T nicht vorgeschrieben sind, kann man T und R in den Abb. 10.5.6 und 10.5.7 beispielsweise in Millimetern ablesen und in R^3/T^2 einsetzen. (Streng genommen müßte die siderische Umlaufzeit herangezogen werden. Die synodische Umlaufzeit der Abb. 10.5.6 und 10.5.7 ist im Rahmen der Zeichengenauigkeit davon jedoch ununterscheidbar.)

Aus den Abb. 10.5.6 und 10.5.7 oder der Tabelle 10.6.1 kann man einen weiteren interessanten Sachverhalt bestätigen, der die Umlaufzeiten der drei inneren Jupitermonde verknüpft. Bekanntlich lassen es die mechanischen Gesetze der Bahnbeziehung (und damit auch das hier behandelte Dritte Keplersche Gesetz) offen, welche Umlaufzeit oder welchen Bahnradius ein Satellit einnimmt. Trotzdem bil-

den sich in einem solchen engen System wie dem der Jupitermonde über die Jahrmilliarden hinweg Resonanzen aus, die sich in einfachen Zahlenverhältnissen äußern. So gilt für die (synodischen oder siderischen) Umlaufzeiten der drei inneren Monde

$$14.6.1 \quad \frac{1}{T_1} + 2 \cdot \frac{1}{T_3} - 3 \cdot \frac{1}{T_2} = 0$$

Diese Resonanz gilt auch integriert für die Bahnpositionen φ_i der drei Monde

$$14.6.2 \quad \varphi_1 + 2 \cdot \varphi_3 - 3 \cdot \varphi_2 = 180^\circ$$

Man beachte hierbei, daß der Nullpunkt der Zählung beliebig festgelegt werden kann. Ersetzt man nämlich φ_i durch $\varphi_i - \varphi_0$, so fällt φ_0 aus Gleichung 14.6.2 heraus. Insbesondere sieht man, daß die drei innersten Monde niemals die gleiche Position haben können. Stehen zum Beispiel die Monde II und III hinter dem Planeten ($\varphi_2 = \varphi_3 = 0^\circ$), so **muß** der Mond I vor der Planetenscheibe ($\varphi_1 = 180^\circ$) stehen. Der Kreis in Abb. 10.5.7 (am 24. Januar) weist auf eine solche Stellung hin.

14.7 Höchstfehlerabschätzung

Wie in der Einführung festgestellt wurde, kann die Umlaufzeit durch Verfolgung mehrerer Umläufe sehr genau bestimmt werden. Bei den Bahnraden gelingt dies nicht und daher wird der Fehler in der Bestätigung des Dritten Keplerschen Gesetzes durch die Unsicherheit in der Bestimmung der Bahnraden (Ablesegenauigkeit!) gegeben. Da der Bahnradius mit der dritten Potenz in das Keplersgesetz eingeht, wird dessen Fehler

$$14.7.1 \quad 3 \cdot \frac{\Delta R}{R}$$

betragen. Der Ablesefehler ΔR wird 0,25 mm sicher nicht überschreiten.* Setzt man für R den Radius der Bahn des innersten Mondes

$$14.7.2 \quad R = 15,8 \text{ mm}^*$$

ein, so folgt ein Fehler von 5% in der Bestätigung des Dritten Keplerschen Gesetzes.

14.8 Arbeitsgemeinschaft

Durch Vergleich der Umlaufzeit und des Bahnradius des Erdmondes mit den entsprechenden Werten eines der Jupitermonde erhält man das Massenverhältnis von Erde zu Jupiter. Die Verwendung der Gravitationskonstanten ermöglicht die Berechnung der Massen selbst.

* Die Werte für ΔR und R gelten für die Originalvorlagen der hier auf etwa die Hälfte verkleinerten Abb. 10.5.6 und 10.5.7.

15. Musterversuch „Die mittleren Dichten von Sonne und Jupiter im Vergleich zur Erde“

15.1 Vorkenntnisse

Der Begriff der mittleren Dichte und ihre Berechnung aus Masse und Radius eines kugelförmigen Körpers. Gravitationskraft und Zentrifugalkraft für die kreisförmige Bewegung eines (nahezu) masselosen Satelliten um die Zentralmasse.

15.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Ein kleines Fernrohr mit Okularfaden. Sichtbarkeit der Sonne bzw. des Jupiter mit einem seiner Monde in maximaler \uparrow Elongation.

15.3 Empfohlene Stundenaufteilung

1 Schulstunde für die Grundlagen; je eine Stunde für die Messungen.

15.4 Einführung

Die mittlere Dichte ρ eines Himmelskörpers ist für den Astronomen eine wichtige Größe, da sie ihm gewissermaßen einen Blick ins Innere des Sterns ermöglicht. Dies wird sofort deutlich, wenn man etwa an die extrem hohe mittlere Dichte der \uparrow Pulsare von 10^{17} kg/m^3 denkt. Der „Stoff, aus dem Pulsare sind“ kann unmöglich der uns vertrauten Materie ähneln, da diese stets weit unter 10^5 kg/m^3 liegt. Die fehlenden zwölf Zehnerpotenzen können nur durch einen besonderen Zustand der Materie des Pulsars erklärt werden, der bekanntlich einem riesigen Neutron ähnelt.

Aber auch im weniger exotischen Bereich unseres Sonnensystems gibt die mittlere Dichte von Sonne und Planeten einen wichtigen Hinweis auf die Frühgeschichte unseres Sonnensystems. Es zeigt sich nämlich, daß die \uparrow Planeten nach Maßgabe ihrer mittleren Dichte in zwei Klassen eingeteilt werden können. Merkur, Venus, Erde und Mars haben Dichten um 5000 kg/m^3 und werden daher als „erdähnlich“ bezeichnet ($\rho_{\text{Erde}} = 5500 \text{ kg/m}^3$). Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun haben mittlere Dichten um 1000 kg/m^3 und heißen daher „jupiterähnlich“ ($\rho_{\text{Jupiter}} = 1300 \text{ kg/m}^3$). Die jupiterähnlichen Planeten entsprechen in ihrem chemischen Aufbau weitgehend der Sonne ($\rho_{\text{Sonne}} = 1400 \text{ kg/m}^3$) und bestehen überwiegend aus Wasserstoff. Die erdähnlichen Planeten haben während ihrer Entstehung durch die starke Strahlung der nahen Sonne den leichtflüchtigen Wasserstoff weitgehend verloren. In ihnen dominieren daher die schweren Elemente und Verbindungen mit einer entsprechend höheren mittleren Dichte.

Ziel dieses Musterversuches ist die Bestimmung der (ähnlichen) Dichten von Jupiter und Sonne sowie der Vergleich zur wesentlich höheren mittleren Dichte der Erde. Die mittlere Dichte der Erde kann aus dem Erdradius nach dem Musterversuch 1. „Erdradius nach Eratosthenes und Posidonius“ und der Schwerbeschleunigung g an der Erdoberfläche (Physiksaal) abgeleitet werden. Dadurch wird uns (fast ohne Voraussetzungen) ein Blick in die Frühzeit des Sonnensystems erlaubt!

15.5 Grundlagen des Musterversuches

Im allgemeinen wird die Dichte eines Körpers ρ durch den Quotienten aus Masse M und Volumen V bestimmt. Der vorliegende Musterversuch zeigt jedoch, daß ρ auch ohne Kenntnis von M und V ermittelt werden kann. Damit tritt der Charakter der Dichte als Materialeigenschaft stärker hervor (ähnlich wie bei Auftriebsexperimenten, wo M und V ja auch keine Rolle spielen).

Im Zweikörperproblem mit dominierender Zentralmasse M und verschwindender Begleitmasse m gilt für den Fall der Kreisbahn von m um M ständige Kompensation von Fliehkraft und Anziehungskraft. Mit den Größen

ρ mittlere Dichte der Zentralmasse M

r Radius der kugelförmigen Masse M

R Bahnradius des Satelliten

T Umlaufzeit des Satelliten

G Gravitationskonstante = $6,672 \cdot 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$.

wird in Erweiterung von Gleichung 14.5.1

$$15.5.1 \quad G \cdot \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot m}{R^2} = \frac{m \cdot \left(\frac{2 \pi R}{T}\right)^2}{R}$$

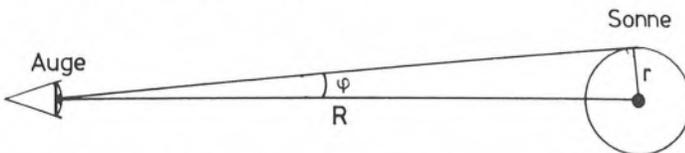
$$|\text{Anziehungskraft}| = |\text{Fliehkraft}|$$

Auflösung nach ρ gibt:

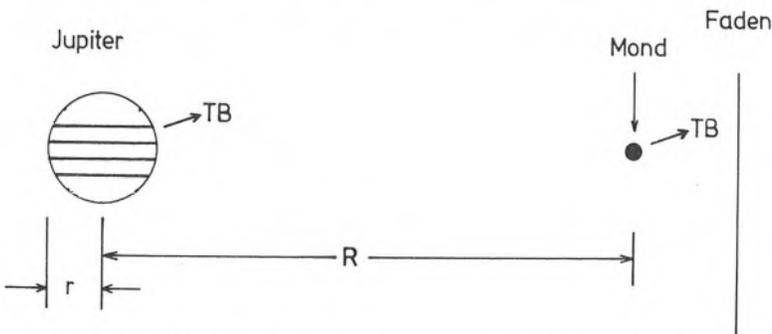
$$15.5.2 \quad \rho = \frac{3 \pi}{G} \cdot \frac{1}{T^2} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^3$$

Entscheidend ist, daß nur das Verhältnis $\frac{R}{r}$ eingeht. Die absoluten Werte von R und r , die die Kenntnis der Astronomischen Einheit erfordern würden, sind also nicht notwendig.

Das Verhältnis $\frac{R}{r}$ kann entweder aus Durchlaufzeiten ermittelt werden (Sonne, Jupiter; Abb. 15.5.3 und 15.5.4), oder aber im Falle des Jupiter auch durch Ausmessen geeigneter Photographien.



15.5.3 Das Verhältnis R/r aus dem Halbmesserwinkel φ (Sonne)



15.5.4 Das Verhältnis R/r aus Passagezeiten durch den Okularfaden (Jupiter).

15.6 Durchführung des Musterversuches

15.6.1 A. *Sonne*. Am 27. 2. 1978 gegen 10³⁰ MEZ wurde der Sonnendurchmesser aus mehreren Durchläufen der Sonnenscheibe durch einen Okularfaden bestimmt. Die Nachführung des Fernrohres war dabei abgeschaltet; der Okularfaden senkrecht zur Laufrichtung der Sonne gestellt.

Es ergaben sich folgende Durchlaufzeiten:

1. Versuch	131,0 sec
2. Versuch	131,2 sec
3. Versuch	131,0 sec
Mittel	$\Delta t = 131,1 \text{ sec}$

Am Deklinationskreis wurde eine Deklination von $\delta = -8,1^\circ$ abgelesen. Die Sonne läuft am Himmelsäquator mit einer Winkelgeschwindigkeit von 15" pro Sekunde (entsprechend einem Umlauf von 360° in 24 Stunden); bei einer Deklination δ um einen Faktor $\cos \delta$ langsamer. Damit ergibt sich der Winkeldurchmesser $2 \cdot \varphi$ der Sonne zu

$$15.6.2 \quad 2 \cdot \varphi = 15'' \cdot \cos \delta \cdot \frac{\Delta t}{1 \text{ s}} = 32'27''$$

und $\frac{R}{r}$ wird gemäß Abb. 15.5.3 zu

$$15.6.3 \quad \frac{R}{r} = \frac{1}{\text{arc } 16'14''} = 212 .$$

Die siderische Umlaufzeit der Erde um die Sonne beträgt

$$15.6.4 \quad T = 365,26 \text{ d} = 3,16 \cdot 10^7 \text{ s}.$$

Einsetzen in 15.5.2 gibt für die mittlere Dichte der Sonne

$$15.6.5 \quad \rho_{\text{Sonne}} = 1350 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

15.6.6 B. *Jupiter*. Am 16. 5. 80 gegen 19³⁰ Weltzeit stand der Jupitermond Callisto in östlicher Elongation, nahm also seinen größten Winkelabstand zum Planeten ein. Gemäß Abb. 15.5.4 wurde der Meßfaden im Okular senkrecht zur Verbindungslinie Jupiter-Callisto gestellt (also *nicht* senkrecht zur täglichen Bewegung TB) und dann bei abgeschalteter Fernrohrnachführung die folgenden Passagezeiten gestoppt:

15.6.7	Durchlauf der Planetenscheibe durch den Faden	Passagezeit Callisto benachbarter Planetenrand
	2,6 s	
	2,8 s	34,8 s
	2,8 s	35,2 s
	2,7 s	34,4 s
	2,8 s	
	Mittel $\tau = 2,74 (\pm 0,09) \text{ s}$	Mittel $t' = 34,80 (\pm 0,40) \text{ s}$

Da die in Gleichung 15.5.2 eingehende Größe R dem Zeitabstand zwischen Callisto und Planetenmitte entspricht, muß noch die halbe Durchlaufzeit des Planeten $\tau/2$ zu t' addiert werden. Damit wird für die Passagezeit Callisto-Planetenmitte

$$15.6.8 \quad t = 36,17 \text{ s}.$$

Da die Himmelskugel mit den angehefteten Gestirnen Jupiter und Callisto gleichmäßig rotiert, ist das Verhältnis R/r gleich dem der Passagezeit $t/(\tau/2)$

$$15.6.9 \quad \frac{R}{r} = \frac{t}{\tau/2} = 26,40.$$

Die Umlaufzeit T des Jupitermondes Callisto kann ohne Schwierigkeiten aus den Umläufen um den Planeten ermittelt werden. Nimmt man die siderische Umlaufzeit aus der Tabelle 10.6.1 des Musterversuches 10. „Berechnung der Stellung der Jupitermonde“, so erhält man

$$15.6.10 \quad \rho_{\text{Jupiter}} = 1250 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$$

mit der synodischen Umlaufzeit das fast gleiche

$$15.6.11 \quad \rho'_{\text{Jupiter}} = 1240 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Abschließend noch ein Hinweis. Wenn die Beobachtungen nicht in der Dämmerung ausgeführt werden, sondern nachts, wobei der Okularfaden nicht im Bildfeld zu sehen ist, so braucht man nur eine schwach beleuchtete weiße Karte etwas vor das Objektiv zu halten, um diesen erkennbar zu machen.

15.6.12 *C. Erde.* Die Schwerebeschleunigung an der Erdoberfläche wird im Physikunterricht zu

$$15.6.13 \quad g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

bestimmt. Sie hängt mit der mittleren Erddichte ρ_{Erde} und dem Erdradius R gemäß Gravitationsgesetz

$$15.6.14 \quad g = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \cdot \rho_{\text{Erde}}}{R^2}$$

zusammen. Auflösung nach ρ_{Erde} ergibt

$$15.6.15 \quad \rho_{\text{Erde}} = \frac{3g}{4\pi GR}.$$

Der Wert für den Erdradius kann beispielsweise dem Musterversuch 1. „Erdradius nach Eratosthenes und Posidonius“ entnommen werden. Setzt man den dort ermittelten Wert von

$$15.6.16 \quad R = 6,8 \cdot 10^6 \text{ m}$$

in 15.6.15 ein, so ergibt sich für die mittlere Dichte der Erde

$$15.6.17 \quad \rho_{\text{Erde}} = 5200 \text{ kg m}^{-3}$$

und damit ein etwa viermal höherer Wert als für die mittleren Dichten von Sonne und Jupiter.

15.7 Höchstfehlerabschätzung

A. und B. Sonne und Jupiter. Gleichung 15.5.2 gibt für $\Delta q/q$

$$15.7.1 \quad \frac{\Delta q}{q} = 2 \cdot \frac{\Delta T}{T}, \text{ falls } T \text{ allein zum Fehler beiträgt}$$

$$15.7.2 \quad \frac{\Delta q}{q} = 3 \cdot \frac{\Delta (R/r)}{(R/r)}, \text{ falls } R/r \text{ allein zum Fehler beiträgt.}$$

Nun ist die Satellitenumlaufzeit T erheblich sicherer zu bestimmen, da bei der Verfolgung einer hinreichend großen Anzahl von Umläufen der Fehler immer weiter herabgedrückt werden kann. Die Genauigkeit von R/r ist auf diese Weise nicht zu steigern und damit bestimmt R/r den Fehler.

Die Messungen zeigen, daß R/r etwa den folgenden Streuungen unterliegt

$$15.7.3 \quad \left(\frac{\Delta (R/r)}{(R/r)} \right)_{\text{Sonne}} \leq 1\%$$

$$15.7.4 \quad \left(\frac{\Delta (R/r)}{(R/r)} \right)_{\text{Jupiter}} \approx 3\%$$

Damit werden die Fehler für

$$15.7.5 \quad \left(\frac{\Delta g}{g} \right)_{\text{Sonne}} \leq 3\%$$

$$15.7.6 \quad \left(\frac{\Delta g}{g} \right)_{\text{Jupiter}} \approx 10\%$$

C. *Erde*. Gleichung 15.6.15 gibt für einen Fehler im Erdradius R

$$15.7.7 \quad \frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta R}{R},$$

denn G und g sind wesentlich genauer als der hier eingehende Fehler des Erdradius. Damit (siehe Fehlerabschätzung im Musterversuch 1. „Erdradius“) wird ein Fehler von

$$15.7.8 \quad \left(\frac{\Delta g}{g} \right)_{\text{Erde}} \approx 6\%$$

veranschlagt.

16. Musterversuch „Astronomische Beobachtungen mit bloßem Auge“

mit den Teilversuchen:

16. 1 Camera Obscura in der Natur
16. 2 Himmelsblau und Skalenhöhe der Atmosphäre
16. 3 Lichtausbreitung im Nebel
16. 4 Beobachtungen der Gestirne mit dem bloßen Auge
16. 5 Die Dämmerungserscheinungen
16. 6 Die Extinktion der Atmosphäre
16. 7 Das Licht des Nachthimmels
16. 8 Das Funkeln der Sterne
16. 9 Punkt- und Flächenhelligkeiten
- 16.10 Polarisiertes Licht.

16.0.1 Vorkenntnisse

Die Teilversuche 16.3 und 16.6 erfordern die Kenntnis der Exponentialfunktion bzw. des Logarithmus, Teilversuch 16.5 die der trigonometrischen Funktionen. An physikalischen Kenntnissen sind die Grundlagen der Lichtausbreitung notwendig (sämtliche Teilversuche), zum Teilversuch 16.10 einiges über polarisiertes Licht.

16.0.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine.

16.0.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Keine Angaben möglich.

16.0.4 Einführung

Bis zur Erfindung der photographischen Platte (um 1840) war die Netzhaut des menschlichen Auges der einzige Detektor für die Strahlung der Sterne. Vor der Erfindung des Fernrohres (um 1610) konnte dieser Empfänger nur mit der Augenpupille als Lichtsammler genutzt werden. Danach wurde die Leistung des Auges bezüglich Sammelwirkung und Auflösungsvermögen durch das Fernrohrobjektiv erweitert (Musterversuch 17. „Fernglas und Fernrohr“).

Wesentliche Grundtatsachen der Astronomie waren schon lange vor der Erfindung des Fernrohres bekannt. Die Aufstellung des Kopernikanischen Systems und seine Erweiterung durch die Keplerschen Gesetze (nach den Beobachtungen von Tycho Brahe) fallen in die Ära der „Astronomie mit bloßem Auge“.

Aber auch danach wurden noch Entdeckungen mit dem bloßen Auge gemacht. Beispiele dafür sind das Olberssche Paradoxon (1826; siehe den gleichnamigen Musterversuch) und die Entdeckung des Gegenscheins (Brosen, 1854).

Der hier vorgestellte Musterversuch enthält Anregungen zu Beobachtungen mit dem bloßen Auge. Außer im Schul-Alltag empfiehlt sich die Durchführung auf Klassenreisen fernab der Lichter der Großstadt. Eine Fülle von weiteren Anregungen in dieser Richtung können dem Buch von M. Minnaert „Light and colour in the open air“ (Dover Publication, New York) entnommen werden.

Der vorliegende Musterversuch umfaßt eine Vielzahl von Einzelthemen. Jedes Thema wird als „Teilversuch“ abgehandelt.

16.1 Teilversuch: Camera Obscura in der Natur

Die Sonnenkringel auf dem Waldboden unter einem ziemlich dichten Laubdach sind auffallend gleichmäßig rund. Bei schrägem Sonneneinfall verändert sich ihre Form zu Ellipsen, deren große Halbachse immer in Richtung der Sonne zeigt. Ähnlichkeit zu den Lücken im Blätterdach ist im allgemeinen nicht zu erkennen. Die Sonnenkringel müßten dann dem Abdeckungsmuster der Zweige oder Blätter entsprechend eher wie unregelmäßige Vielecke aussehen.

Der Strahlensatz lehrt, daß – für eine Entfernung f zwischen Blätteröffnung und Waldboden – ein „kritischer Öffnungsdurchmesser D “ für den freien Raum zwischen den Blättern oder Ästen besteht. Bei einem Sonnendurchmesser von etwa $0,5^\circ$ wird:

$$16.1.1 \quad D = f \cdot \text{arc } 0,5^\circ$$

Sind die Öffnungen der Blatzwischenräume klein verglichen mit D , so erscheinen echte Camera-Obscura-Bilder der Sonnenscheibe auf dem Waldboden.

Werden die Öffnungen vergleichbar mit oder gar größer als D , so bildet sich das Zweigwerk ab. Bei f rund 10 m gibt Gleichung 16.1.1 rund 9 cm. Nun sind die sich zufällig bildenden Öffnungen im dichten Blätterdach oft nur einige Millimeter groß, so daß Camera-Obscura-Bilder die Regel sind. Die Durchmesser der Bilder der Sonne betragen bei $f = 10$ m rund 9 cm. Legt man ein weißes Blatt Papier auf den Waldboden, so erkennt man die Randverdunklung der Sonne (siehe den entsprechenden Musterversuch). Die Randverdunklung ist aber der augenfälligste Beweis für die gasförmige Natur der äußeren Sonnenschichten, was somit bei einem Waldspaziergang konstatiert werden kann.

Bei partiellen Sonnenfinsternissen zeigen die Sonnenkringel natürlich ebenfalls das Bild der Sonne, sind also sichelförmig.

Gelegentlich scheint die Venus (als Abendstern) so hell, daß auch sie Schatten wirft. Hier entsprechen die Schatten genau den Umrissen der schattenwerfenden Gegenstände, denn für $f = 10$ m und einen Venusdurchmesser von $\varphi = 0,^\circ 01$ wird

$$16.1.2 \quad D = f \cdot \text{arc } \varphi$$

$$D = 2 \text{ mm}$$

Will man die Camera Obscura im Physiksaal nachbilden, z. B. durch eine Öffnung in der Fensterverdunklung, so erhält man die maximale Schärfe der Abbildung, wenn die Jalousieöffnung D der Beugungsunschärfe auf dem Empfängerschirm vergleichbar wird (siehe den Musterversuch 17. „Fernglas und Fernrohr“)

$$16.1.3 \quad D \approx 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot f$$

$$\text{oder } D \approx \sqrt{1,22 \cdot \lambda \cdot f}$$

Ihr entspricht die Auflösung

$$16.1.4 \quad A \approx \text{arc} \left(1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \right).$$

D und A sind mit f (der Entfernung zwischen Jalousieöffnung und Empfängerschirm) gemäß folgender Tabelle 16.1.5 verknüpft (strenge Rechnung):

16.1.5

f (m)	D (mm)	A (Bogenminuten)
1	1,2	3,9
3	2,1	2,3
10	3,8	1,2
30	6,6	0,7

(für $\lambda = 550 \text{ nm}$)

Bei rund 10 m Abstand erreicht die Lochkamera also schon das Auflösungsvermögen des Auges von einer Bogenminute.

16.2 Teilversuch: Himmelsblau und Skalenhöhe der Atmosphäre

Wie im Zusammenhang mit dem Teilversuch „Extinktion“ (Abb. 16.6.1) ausgeführt wird, kommt das Himmelsblau durch die Streuwirkung der Atmosphäre zustande. Dem gleichen Effekt verdanken auch ferne Bergzüge ihre Blaufärbung (Luftlicht). Der wichtigste Unterschied zwischen dem Luftlicht vor fernen irdischen Objekten und dem Himmelsblau besteht in dem hohen Anteil von Staubstreuung beim Blick parallel zur Erdoberfläche. Diese bewirkt eine zusätzliche (und weniger spektralabhängige) Aufhellung.

In staubfreien Gebieten der Erde entspricht die Blaufärbung irdischer Objekte in der Tat der Farbe des wolkenlosen Himmels im Zenit, wenn diese Objekte mindestens einen Abstand von 8 km haben (\uparrow Skalenhöhe der Atmosphäre).

In Mitteleuropa stimmt wenigstens noch die Größenordnung. An klaren Tagen verifiziere (oder verfeinere) man von einem Aussichtspunkt anhand einer Karte die folgende Tabelle 16.2.1.

16.2.1

Objektentfernung	Blaufärbung
100 m	kaum vorhanden
1 km	merklich
10 km	ausgeprägt

Hiermit kann also zumindest größenordnungsmäßig die Skalenhöhe der irdischen Atmosphäre abgeschätzt werden.

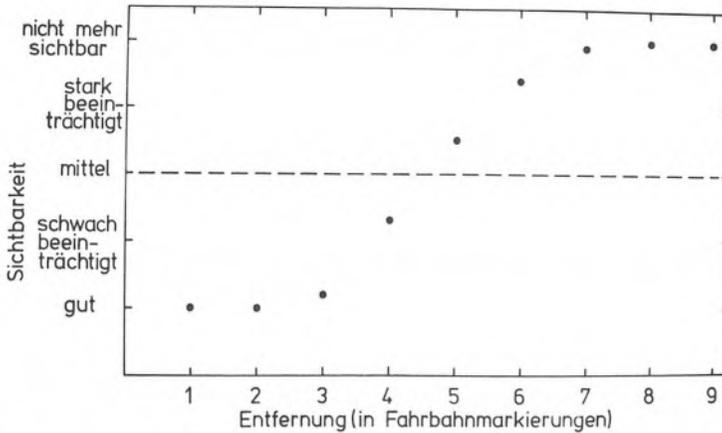
16.3 Teilversuch: Lichtausbreitung im Nebel (zum Begriff der optischen Tiefe)

Auf den ersten Blick mag es überraschen, daß auch ein nebliger Tag Einsichten in astronomische Phänomene vermitteln kann. Voraussetzung ist allerdings, daß es sich dabei um einen recht gleichförmigen Nebel handelt, etwa so, wie er sich an Spätherbsttagen über unsere Felder breitet.

Wie stellt sich dem Auge solch ein Nebel eigentlich dar? Wird alles in der Entfernung allmählich undeutlicher oder gibt es doch eine „charakteristische Entfernung“, ab der sich die Erkennbarkeit merklich ändert?

Um diese Frage zu klären, wählt man einen Standort aus, von dem aus sich – in gleichbleibendem Abstand – Entfernungsmarkierungen in den Nebel erstrecken. Beispiele wären etwa die Zaunpfähle auf den Feldern oder Fahrbahnmarkierungen und Laternen auf der Straße.

Bei genauerem Hinsehen erkennt man, daß der Nebel die in ihm liegenden Objekte keineswegs in trivialer Weise „einfach zudeckt“. Es gibt vielmehr eine recht deutlich ausgeprägte „Nebelwand“, die die Bereiche „gut erkennbar“ und „kaum erkennbar“ voneinander trennt.



16.3.1 Sichtbarkeit von Fahrbahnmarkierungen auf einer Asphaltstraße in einem gleichförmigen Nebel. Jeder Punkt ist der Mittelwert aus vier Schätzungen.

Abb. 16.3.1 zeigt die Sichtmöglichkeit in einem mittelstarken Nebel. Aufgetragen ist die Sichteinschätzung (in fünf Stufen) gegen die Entfernung (willkürlich in Einheiten der unterbrochenen Fahrbahnmarkierung). Man erkennt, daß die Grenze recht scharf ist. Sie liegt bei 4,6 und ist auf $\pm 0,6$ Einheiten scharf. Mathematisch stellt sich der Sachverhalt wie folgt dar. Jedes Volumenelement des Nebels (z. B. 1 m^3) schwächt das durchtretende Licht durch Streuung. Die Entfernungsmarkierungen werden mit der Entfernung R schwächer gemäß

$$16.3.2 \quad e^{-k \cdot R}$$

k ist eine Materialkonstante.

Gleichzeitig lagert sich vor die Markierungen das Streulicht der auf dem Sehstrahl aufgereihten Volumenelemente. Die „Streuergiebigkeit“ jedes Volumenelements ist natürlich proportional zu k , da die Lichtschwächung nicht durch echte Absorption, sondern nur durch Streuung bewirkt wird. Jedes Volumenelement in der Entfernung r trägt daher proportional zu

$$16.3.3 \quad k \cdot e^{-k \cdot r}$$

zum Gesamtstreulicht bei.

Bis zur Markierung bei R ist also eine Aufhellung gemäß

$$16.3.4 \quad \int_0^R k \cdot e^{-k \cdot r} dr = 1 - e^{-k \cdot R}$$

zu beobachten.

Die Abb. 16.3.8 und 16.3.9 zeigen die Abnahme der durchgelassenen Strahlung beziehungsweise das Anwachsen des Streulichtes mit der Entfernung R .

Man erkennt folgenden grundlegenden Sachverhalt: solange $k \cdot R \ll 1$, sind sowohl die Extinktion wie auch das Streulicht gering. Für $k \cdot R \gg 1$ (praktisch schon bei $k \cdot R = 2$) ist die Transmission des Lichtes stark vermindert und die Vordergrundaufhellung fast auf ihrem vollen Wert.

Damit ist $k \cdot R = 1$ eine wichtige Größe, denn sie trennt Sichtbares von nicht mehr Sichtbarem. Der Wert $k \cdot R$ wird auch als \uparrow „optische Tiefe“ τ bezeichnet

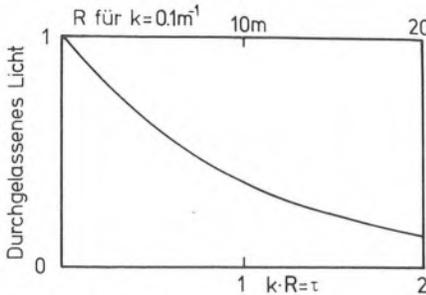
$$16.3.5 \quad k \cdot R = \tau$$

Wenn k eine Funktion von r ist (z. B. in der Sonnenatmosphäre), gilt

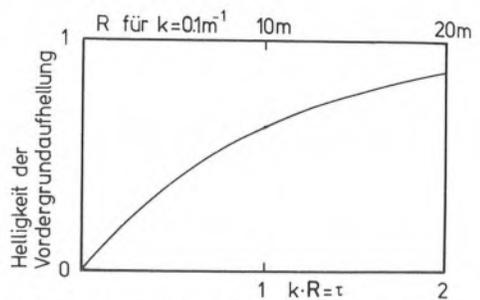
$$16.3.6 \quad \tau = \int_0^R k(r) dr$$

In ähnlicher Weise erscheint uns die „nebelartige“ Photosphäre der Sonne scharf. Wie der Musterversuch 23. „Die Randverdunklung der Sonne“ im einzelnen zeigt, liegt die Eindringtiefe des Sehstrahls ($\tau = R \cdot k = 1$) bei nur etwa $d = 400$ km. Damit folgt für die Schärfe des Sonnenrandes bei einer Entfernung von rund $D = 1,5 \cdot 10^8$ km

$$16.3.7 \quad \alpha = \frac{d}{D} = 2,67 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = 0,55 \text{ Bogensekunden.}$$



16.3.8 Schwächung des Lichtes (durch Streuung) in einem Nebel. Untere Abszisse: optische Tiefe; obere Abszisse: Entfernung in Metern bei einem starken Nebel.



16.3.9 Anwachsen der Vordergrundaufhellung mit der Entfernung bzw. optischen Tiefe. Anmerkungen wie zu Abb. 16.3.8. Die Zunahme der Extinktion wie das Anwachsen der Vordergrundaufhellung tragen gleichermaßen zum Bild des Nebels bei. Die Erscheinungen der Sonnenatmosphäre sind fast identisch.

16.4 Teilversuch: Beobachtungen der Gestirne mit dem bloßen Auge

Die *Schärfe* des menschlichen Auges läßt sich durch das Erkennen von Oberflächendetails auf der Mondscheibe prüfen. Zu diesem Zweck vergleicht man die Mondscheibe mit einer Mondkarte, wie sie in den Sternatlanten abgedruckt ist. Die Mondscheibe mißt – mit hier ausreichender Genauigkeit – 30 Bogenminuten im Durchmesser. Um Überstrahlungen zu vermeiden, beobachtet man den Mond nicht bei völliger Dunkelheit, sondern in der Abenddämmerung.

Weiterhin kann man nach der folgenden kleinen Doppelsternstabelle seine Sehschärfe testen:

16.4.1 Doppelsterne zur Prüfung der Augenschärfe

Stern	Koordinaten 1980		Helligkeit Größenklassen	Abstand Bogenminuten
	Rektaszension	Deklination		
ζ Ursae Majoris	13 ^h 23 ^m 8 ^s	+55° 2'	2,4/4,0	12
α Capricorni	20 ^h 16 ^m 44 ^s	-12°27'	3,6/4,2	6
ϵ Lyrae	18 ^h 43 ^m 42 ^s	+39°37'	4,5/4,7	3
ν Draconis	17 ^h 31 ^m 49 ^s	+55°12'	4,8/4,9	1

Die Schärfe des menschlichen Auges liegt nach diesen Versuchen bei etwa einer Bogenminute. Wäre das Auge nur etwas besser, so hätten die Menschen schon seit der Steinzeit die Mondberge, die Sichelgestalt der Venus und das Spiel der Jupitermonde gesehen. Kein Zweifel, unsere naturwissenschaftliche Zivilisation hätte dann schon vor vielen tausend Jahren begonnen, und nicht erst vor einigen Jahrhunderten.

Die *Empfindlichkeit* des menschlichen Auges kann durch das Erkennen schwächster Sterne anhand einer Sternkarte getestet werden. Neben jedem Sternatlas eignet sich zum Beispiel die Karte der Zentralplejaden (Musterversuch 17. „Fernglas und Fernrohr“). Die Sterne sollten mindestens 30° über dem Horizont stehen.

Genauere Angaben über die Leistungsgrenzen des Auges in Abhängigkeit von der Umfeldleuchtdichte und der Größe des Objekts (Sehwinkel) finden sich bei H. Siedentopf „Grundriß der Astrophysik“, Stuttgart 1950, Kapitel III.

Die *Bewegung der Planeten* unter den Fixsternen sollte an klaren Abenden regelmäßig in eine Sternkarte (oder besser: eine Ablichtung derselben) eingetragen werden. So kann die Schleifenbewegung als Addition von Erdbahngeschwindigkeit und Planetenbahngeschwindigkeit nachgewiesen und sogar die Entfernung des Planeten abgeleitet werden (Musterversuch 6. „Die Entfernung des Saturn“).

16.4.2 Arbeitsgemeinschaft

Vergleiche Arbeitsgemeinschaft zu Musterversuch 6. „Die Entfernung des Saturn“.

16.5 Teilversuch: Die Dämmerungserscheinungen

Die Dämmerungserscheinungen sind Phänomene der *Erdatmosphäre* und nur insofern für die Astronomie von Interesse, als sie deutlich den Einfluß der Erdatmosphäre zeigen. Bereits vor Erreichen des Horizonts führt die annähernd elliptische Sonnenscheibe die Wirkung der \uparrow Refraktion (Strahlenbrechung in der Erdatmosphäre) vor Augen. Die Form der Sonnenscheibe (große Halbachse parallel zum Horizont) demonstriert, daß

die Refraktion nur senkrecht zum Horizont wirkt (sie ist also nur eine Funktion der Zenitdistanz und nicht des Azimuts),

die Refraktion zum Horizont hin zunimmt, also mit der Zenitdistanz wächst. Dadurch wird der untere Sonnenrand stets stärker als der obere angehoben.

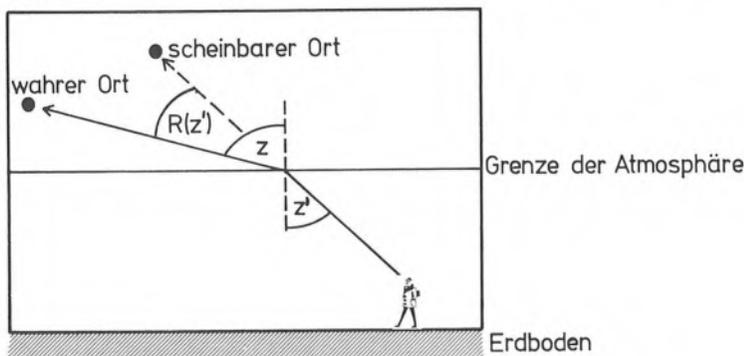
Diese Eigenschaften folgen einfach aus dem Brechungsgesetz. Voraussetzung ist eine Atmosphäre, die parallel zur (unendlich ausgedehnt gedachten) Erdoberfläche ist (Abb. 16.5.1).

Beim Versinken des letzten Teils der Sonnenscheibe kann man den grünen Strahl beobachten. Er führt die differentielle Refraktion vor Augen. Die Sonnenscheibe wird durch die starke Refraktion am Horizont in ihre spektralen Teilbilder zerlegt. Da der Brechungsindex für blaues und grünes Licht größer als für rotes Licht ist, werden diese Teilbilder stärker angehoben und versinken somit später bei Sonnenuntergang. Während das rote Teilbild also schon untergegangen ist, ist der letzte Teil des oberen Sonnenrandes der kurzwelligen Teilbilder noch zu sehen. Das blaue Teilbild kann die Atmosphäre nicht durchdringen (siehe Teilversuch 16.6 „Extinktion“), so daß der obere Rand des grünen Teilbildes – also der grüne Strahl – der letzte Gruß der untergehenden Sonne ist.

Nach Sonnenuntergang ist die Atmosphäre in zwei Teile geteilt. Den östlichen erreicht das Sonnenlicht nicht mehr; er liegt schon im Schatten des Erdballes. Der mehr westliche wird noch in seinen höheren Schichten vom Licht der Sonne getroffen. Diese Zweiteilung bewirkt den Erdschatten, der sich nach Sonnenuntergang

am Osthorizont erhebt. Er besteht aus einem blau-grauen Segment, das zum Zenit hin von einem braun-roten Streifen abgeschlossen wird. Das ganze Phänomen bewegt sich kurz nach Sonnenuntergang annähernd mit der Geschwindigkeit des sinkenden Sonnenballes zum Zenit hin, wird später aber immer schneller. Nach etwa 40 min ist der Erdschatten nicht mehr zu erkennen.

Gelegentlich findet man den Erdschatten auf dem Mond wieder. Bei einer partiellen Mondfinsternis unterscheidet man – genau wie in der Atmosphäre – den verfinsterten Teil (entsprechend dem blaugrauen Teil der Atmosphäre), den Übergangsbereich (rot-braun wie in der Atmosphäre) sowie den sonnenbeschienenen Teil.



16.5.1 Wirkung der Refraktion auf ein kosmisches Objekt.

Für eine homogene Atmosphäre mit Brechungsindex n kommt man wie folgt zur Refraktionsformel (Abb. 16.5.1).

Das Brechungsgesetz lautet: $\sin z / \sin z' = n$.

Die atmosphärische Refraktion ist $R = R(z') = z - z'$.

Die Vorzeichenwahl einer Korrektur ergibt sich aus der üblichen Regel: um den korrigierten Wert zu erhalten, *addiert* man die Korrektur zum beobachteten Wert.

$$\sin(z' + R) = n \cdot \sin z'$$

Anwendung des Additionstheorem für den Sinus:

$$\sin z' \cdot \cos R + \cos z' \cdot \sin R = n \cdot \sin z'$$

Gewöhnlich bleibt R unter zehn Bogenminuten. Man darf daher setzen: $\sin R = R$ und $\cos R = 1$. Damit wird

$$\sin z' + R \cdot \cos z' = n \cdot \sin z'$$

oder

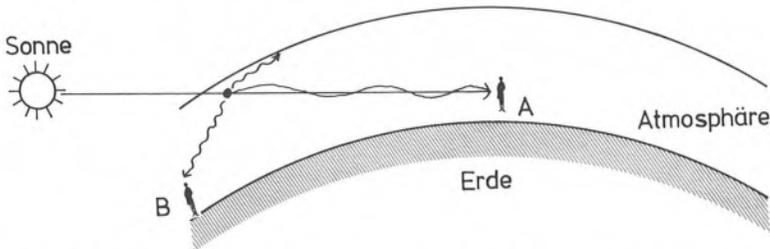
$$16.5.2 \quad \boxed{R(z') = (n-1) \cdot \tan z'}$$

Mit einem Brechungsindex der Luft von $n = 1,000277$ bei einer Wellenlänge von 550 nm unter Normalbedingungen (15 °C, $1,013 \cdot 10^5$ Pa) wird $n-1$ im Gradmaß zu 57". Dies ist also die Refraktion für $z'=45^\circ$. Nähert sich z' dem rechten Winkel, so versagt diese Formel, weil die Voraussetzung einer eben geschichteten Atmosphäre nicht mehr gegeben ist. Anzumerken ist, daß diese Formel auch bei Dichteabnahme der Atmosphäre gültig bleibt. n bedeutet dann den Brechungsindex am Boden.

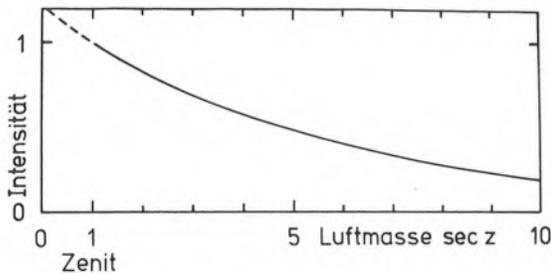
16.6 Teilversuch: Die Extinktion der Atmosphäre

Das Licht der Gestirne wird durch die irdische Atmosphäre in vielerlei Weise beeinflusst. Neben der Refraktion (Teilversuch 16.5) und der Luftunruhe (Teilversuch 16.8) ist vor allem die ↑ Extinktion von Bedeutung, also die Schwächung des Sternlichtes.

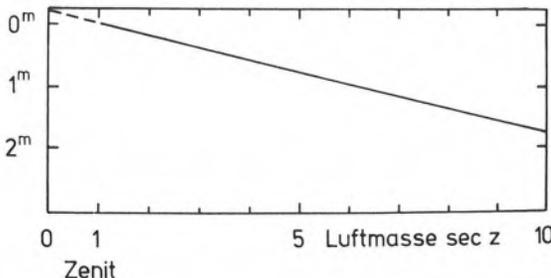
Im sichtbaren Bereich ist die Extinktion nur zum kleineren Teil eine echte Absorption, d. h. eine Umwandlung der Photonen in andere Energieformen. Im wesentlichen wird das Licht gestreut. Die Schwächung des aus dem Weltraum eindringenden Lichtes bewirkt daher eine Anhebung des „Lichthintergrundes“. Das schönste Beispiel hierfür ist der blaue Himmel eines wolkenlosen Tages. Die atmosphärische Extinktion – also Streuung an den Molekülen der Luft nach dem Gesetz von Rayleigh – nimmt mit der vierten Potenz der Wellenlänge ab. Rotes Licht wird also wenig, blaues Licht stark gestreut. Daraus folgt, daß die rot untergehende Sonne mit dem Himmelsblau in ursächlichem Zusammenhang steht. Auf dem Weg durch die Atmosphäre wird besonders das blaue Licht herausgestreut, so daß – wie Abb. 16.6.1 zeigt – für den Beobachter A die Sonne rot untergeht, weil für den Beobachter B der Himmel blau ist.



16.6.1 Zum ursächlichen Zusammenhang von Himmelsblau und der rot auf- bzw. untergehenden Sonne. Näheres siehe Text.



16.6.2 Schwächung des Sternenlichtes mit wachsender Luftmasse $\sec z$. Der funktionale Zusammenhang entspricht der Abb. 16.3.8.



16.6.3 Trägt man den Logarithmus der Lichtschwächung (gleich welcher Basis) gegen die Luftmasse $\sec z$ auf, so ergibt sich stets eine Gerade. Es besteht die Möglichkeit zur Extrapolation auf Luftmasse 0 = freier Weltraum.

Die Extinktion des Sonnen- und Sternlichtes folgt dem Beerschen Gesetz (die Lichtschwächung ist proportional zu einfallenden Intensität und zum durchlaufenen Weg)

$$16.6.4 \quad dI = -k \cdot I \cdot dx.$$

Hierin bedeuten dI die Schwächung über den Weg dx
 I die Intensität der Strahlung
 k eine (Material-)Konstante.

Setzt man für I

$$16.6.5 \quad I = A \cdot e^{Bx}$$

mit konstanten A, B , so erhält man durch Differentiation

$$16.6.6 \quad B = -k \text{ und } A = I_{x=0} = I_0.$$

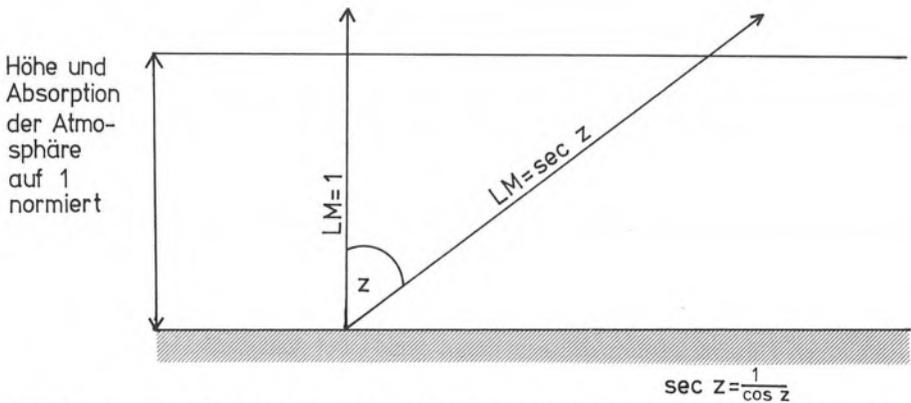
Also wird

$$16.6.7 \quad I = I_0 \cdot e^{-k \cdot x}.$$

Abb. 16.6.2 demonstriert die exponentielle Abnahme des Sternlichtes mit wachsendem Lichtweg x . Da über die Dimension von k noch nicht verfügt wurde, kann unter x auch die sogenannte Luftmasse $\sec z^*$ verstanden werden. Dieser in der beobachtenden Astronomie wichtige Begriff wird in Abb. 16.6.8 verdeutlicht. Logarithmiert man die Intensität (verwendet also zum Beispiel astronomische Größenklassen**), so wird die Extinktionskurve zur Geraden (Abb. 16.6.3).

*

*



16.6.8 Zum Begriff der Luftmasse. Der Einfluß der Atmosphäre auf das Sternlicht wächst mit zunehmender Zenitdistanz z . Zur Beschreibung eignet sich das Verhältnis (durchlaufene Luftmasse)/(Zenitluftmasse), welches einfach gleich $\sec z = 1/\cos z$ ist. Bei sehr großen Luftmassen (LM) wird die Krümmung der Atmosphäre wichtig und LM wächst langsamer als $\sec z$.

* für den Sekans gilt $\sec z = \frac{1}{\cos z}$.

** Die astronomische ↑ Größenklasse ist ein logarithmisches Intensitätsmaß ähnlich dem Dezibel in Elektrotechnik und Akustik. Zwei Intensitäten I_1 und I_2 sind die Größenklassen m_1 und m_2 gemäß $m_2 - m_1 = -2,5 \cdot {}_{10}\log(I_2/I_1)$ zugeordnet. Als Nullpunkt wählte man den Polarstern mit $m = 2,12$.

Beispiel einer Durchführung:

In den frühen Abendstunden des 29. 12. 1976 konnte von Bochum aus der gerade aufgegangene Stern dritter Größe ι Orionis erstmalig in 4° Höhe ($z = 86^\circ$) erkannt werden. Die schon recht hochstehenden Plejaden konnten voll bis zur sechsten Größe gesehen werden.

Wir haben also (Abb. 16.6.8) bei

$$16.6.9 \quad \frac{1}{\cos 86^\circ} = 14,3 \text{ Luftmassen}$$

eine Schwächung von $6^m - 3^m = 3^m$ gegenüber der zenitnahen Stellung (≈ 1 Luftmasse). Die Konstante k ergibt sich als Steigung der Geraden in Abb. 16.6.3 somit zu

$$16.6.10 \quad k = \frac{6^m - 3^m}{14,3 - 1} = 0^m,2/\text{Luftmasse.}$$

Das Interessante ist dabei, daß wir nun zur Luftmasse 0 extrapolieren können. Dies entspricht der Beobachtung eines Sternes aus dem Weltraum, also etwa vom Raumlabor Spacelab aus.

Vom Raumlabor Spacelab aus gewinnen wir also nur 0,2 Größenklassen (ca. 20%) an Licht. Dies allein wäre kein Grund für die kostspieligen Raumexperimente. In anderen Spektralbereichen jedoch wird der Gewinn merklich oder die Beobachtung überhaupt erst möglich. Auch fällt die Luftunruhe fort, so daß die Raumteleskope bis zur Beugungsgrenze ausgenutzt werden. Schließlich wird die Hintergrundhelligkeit durch Wegfall des Luftleuchtens vermindert. Zodiakallicht und galaktische Helligkeit bleiben jedoch nach wie vor als oft unerwünschte Aufhellungen bestehen.*

16.7 Teilversuch: Das Licht des Nachthimmels

Nach Sonnenuntergang beginnt das großartige Farbspiel der Dämmerungserscheinungen. Ihr Höhepunkt kennzeichnet gleichzeitig das Ende der Bürgerlichen \uparrow Dämmerung (Sonne 6° unter dem Horizont). Dieser Sonnenstand wird in unseren Breiten etwa 40 Minuten nach Sonnenuntergang erreicht. Von nun an benötigt man zum Lesen künstliches Licht.

Nach etwa achtzig Minuten – bei 12° Sonnentiefe – endet die Nautische Dämmerung. Bei einem Sonnenstand von 18° unter dem Horizont – nach rund 2 Stunden – endet schließlich die Astronomische Dämmerung. Jetzt sind alle mit bloßem Auge sichtbaren Sterne erkennbar.

Nach Ende der Astronomischen Dämmerung ist der Himmel aber keineswegs völlig dunkel. Dies wird sofort deutlich, wenn man – bei dunkeladaptiertem Auge – die Hand gegen den Himmel hält. Die Hand ist stets schwärzer als der Himmel. Diese restliche Himmelhelligkeit wird, abgesehen von künstlichen Lichtquellen, durch drei Komponenten verursacht:

- a) das Luftleuchten
- b) das Zodiakallicht
- c) die Milchstraße

Das Luftleuchten (Airglow) ist im wesentlichen Rekombinationsleuchten der tagsüber von der kurzwelligen Sonnenstrahlung dissoziierten Moleküle. Die Intensität geht in erster Näherung mit der Luftmasse (Abb. 16.6.8) und wächst daher mit der

* Literatur: Th. Schmidt-Kaler, „Nutzungsvorschläge im Spacelab“. Naturwissenschaftliche Rundschau, Band 29, Heft 6, Juni 1976.

Zenitdistanz z wie $\sec z$. Wie im Musterversuch 21. „Astrophotographie“ ausgeführt ist, liegt der Helligkeitsschwerpunkt im Roten/Nahen Infrarot. Daher sind beispielsweise die Restlichtverstärker („Nachtsichtgeräte“) besonders auf Rotempfindlichkeit gezüchtet.

Am Horizont tritt der Nachtdämmerungsbogen der Sonne hinzu. Er befindet sich im Sonnenazimut; bei Ortsmitternacht also im Norden. Der Nachtdämmerungsbogen ist allerdings nur unter optimalen Beobachtungsbedingungen zu sehen.

Zu Zeiten erhöhter Sonnenaktivität kann das normale Luftleuchten durch die \uparrow Polarlichter verstärkt werden. Wenn auch ihre ausgeprägten Formen (Girlanden und Draperien) in unseren Breiten nur selten zu sehen sind, so können sie doch das Luftleuchten erheblich verstärken („Weiße Nächte“).

Die zweite Komponente der nächtlichen Resthelligkeit ist das \uparrow Zodiakallicht in der Nähe der Ekliptik. Das Zodiakallicht kommt durch Streuwirkung des Sonnenlichts am interplanetaren Staub zustande. Es ist besonders stark in der Nähe der Sonne. Daraus folgt, daß der Staub das Sonnenlicht im Regelfall um nur kleine Winkelbeträge ablenkt. Diese Kleinwinkelstreuung oder Vorwärtsstreuung ist eine allgemeine Eigenschaft kleiner Streuobjekte (d. h. Durchmesser vergleichbar mit der Lichtwellenlänge). Bestes Beispiel aus dem Alltag: Eine verkratzte Fensterscheibe zeigt die Kratzer am besten beim Blick in die Nähe der Sonnenscheibe. Ein Kratzer (= Glasdefizit in der sonst gleichförmigen Glasfläche) wirkt nach dem Babinetschen Theorem* in gleicher Weise wie Glasstaub auf einer Fensterscheibe. Das Zodiakallicht ist am besten zu beobachten, wenn die Ekliptik möglichst steil auf dem Horizont steht. Das ist in unseren Breiten

im März/April am Abendhimmel und
im September/Oktober am Morgenhimmel
der Fall.

Bei ganz klarem Himmel erkennt man im antisolaren Punkt den Gegenschein, eine sekundäre Aufhellung im interplanetaren Staub. Der Gegenschein geht bei Sonnenuntergang auf, bei Sonnenaufgang unter und steht um Mitternacht im Süden. Er ist mit den beiden Lichtpyramiden des eigentlichen Zodiakallichtes durch eine ganz schwache Lichtbrücke – das Zodiakalband – verbunden. Das volle Phänomen (Zodiakallicht + Gegenschein + Zodiakalband) ist in unseren Regionen wohl nur oberhalb 1000 m Höhe zu sehen und dann auch nur in Nächten exzeptioneller Klarheit.

Astronomisch am bedeutsamsten ist ganz zweifelsohne die \uparrow Milchstraße. Der Astronom bezeichnet als „Milchstraße“ zunächst einmal die kosmische Welteninsel mit rund einhundertmilliarden Einzelsternen und einem Durchmesser von ca. einhunderttausend Lichtjahren, zu der auch unsere Sonne gehört. Die abgeplattete Form dieses Spiralnebels in Verbindung mit lichtschluckendem interstellarem Staub zeigt uns in Projektion jenes leuchtende Band „Milchstraße“, das sich (gut sichtbar besonders an Spätsommerabenden) über den Himmel erstreckt. Die Milchstraße zerfällt in eine Vielzahl von Einzelwolken, Dunkelwolken, Gasnebeln etc. Ihre hellsten Partien befinden sich im Schützen. Hier liegt – in 30 000 Lichtjahren Entfernung und verborgen hinter undurchdringlichen Staubmassen – das Zentrum des Gesamtsystems. An den entgegengesetzten Stellen des Himmels (Perseus – Einhorn) ist die Milchstraße recht schwach ausgeprägt. Zur Helligkeit der unaufgelösten schwachen Milchstraßensterne tritt noch als weiterer geringfügiger Beitrag das Licht der fernen Galaxien (siehe den Musterversuch 8. „Das Olberssche Paradoxon“).

Aus dem vorangegangenen wird deutlich, daß zwei der drei Komponenten des nächtlichen Restlichtes außerirdischen Ursprungs sind. Man erkennt also, daß auch von Raumfahrzeugen aus gesehen das Weltall keineswegs die totale Schwärze bietet, die ihm so oft nachgesagt wird.

* siehe die Lehrbücher der Theoretischen Physik.

16.8 Teilversuch: Das Funkeln der Sterne (Szintillation)

Die auffälligste Eigenschaft der Fixsterne ist ihre schnelle Helligkeits- und Farbvariation – auch ↑ Szintillation genannt. Hochstehende Sterne funkeln wenig oder gar nicht, tiefstehende stärker. Daraus folgt, daß das Funkeln keine den Sternen selbst zukommende Eigenschaft ist, sondern dem Sternenlicht durch die Erdatmosphäre aufgeprägt wird. Die Szintillation wächst wie Refraktion und Luftleuchten mit der Luftmasse.

Sonne und Mond funkeln nicht. Die Planeten im allgemeinen auch nicht; es sei denn, ihr Scheibchendurchmesser ist sehr klein. Das Funkeln hängt also vom Winkeldurchmesser des Gestirns ab. Je größer dieser ist, desto mehr mitteln sich die einzelnen Beiträge der Luftzellen variablen Brechungsindex heraus und das Licht wird ruhiger. Im Dezember 1976 wurde in Bochum beobachtet, daß Venus mit 16" Scheibchendurchmesser keine Szintillation zeigte. Geht man von der Skalenhöhe der Atmosphäre (8 km) aus und fragt sich, wie groß die „Luftzellen“ also maximal sein können, so kommt man für diesen Beobachtungsort und diese Zeit auf einen Durchmesser von

$$16.8.1 \quad d \leq 8 \text{ km} \cdot \text{arc}(16'') \leq 60 \text{ cm.}$$

Die Zellen werden also von der Größenordnung „Dezimeter“ sein.

Das Funkeln beschränkt sich nicht nur auf atmosphärische Einflüsse. Eine Registrierung der Radioimpulse von ↑ Pulsaren zeigt ähnliche Intensitäts- und Frequenzvariationen wie die des Sternenlichtes. Hier ist es allerdings nicht die irdische Atmosphäre (die die Radiowellen kaum beeinflusst), sondern Strömungen im interplanetaren und interstellaren Wasserstoff mit den zugeordneten Dichteschwankungen. Das „Radiofunkeln“ der Pulsare erlaubt Auskünfte über Eigenschaften des interstellaren Mediums.

16.9 Teilversuch: Punkt- und Flächenhelligkeiten

In Physik und Astronomie unterscheidet man zwischen Punkt- und Flächenhelligkeiten. Die Unterscheidung hängt vom Auflösungsvermögen des benutzten Instruments ab. Kann das astronomische Objekt in seinem Umriß und seinen Details erkannt werden, so haben wir es mit einem Flächenstrahler zu tun. Ist sein Winkeldurchmesser hingegen kleiner als das Auflösungsvermögen, so wirkt es als Punktstrahler.

Wenn wir im folgenden an das Instrument „Auge“ denken, so sind zwei wichtige Vertreter dieser Objektklassen:

- a) die Sterne (incl. Planeten) als Punktstrahler
- b) der Mond als Beispiel eines Flächenstrahlers.

Angemerkt sei, daß bei Benutzung eines Fernrohres die Planeten zu Flächenstrahlern werden, da sie dann ihren Scheibchencharakter zeigen (weitere Einzelheiten dazu im Musterversuch 17. „Fernglas und Fernrohr“).

Für Punkt- bzw. Flächenstrahler gelten zwei grundlegend verschiedene photometrische Gesetze:

- a) Punktstrahler ändern ihre Helligkeit mit der Entfernung r wie r^{-2} , denn die Gesamtintensität muß auf der Kugelfläche $4\pi r^2$ um den Punktstrahler stets gleich groß sein
- b) Flächenstrahler ändern ihre Flächenhelligkeit (Strahlungsleistung pro Quadratgrad) **nicht** mit der Entfernung r (also wie r^0).

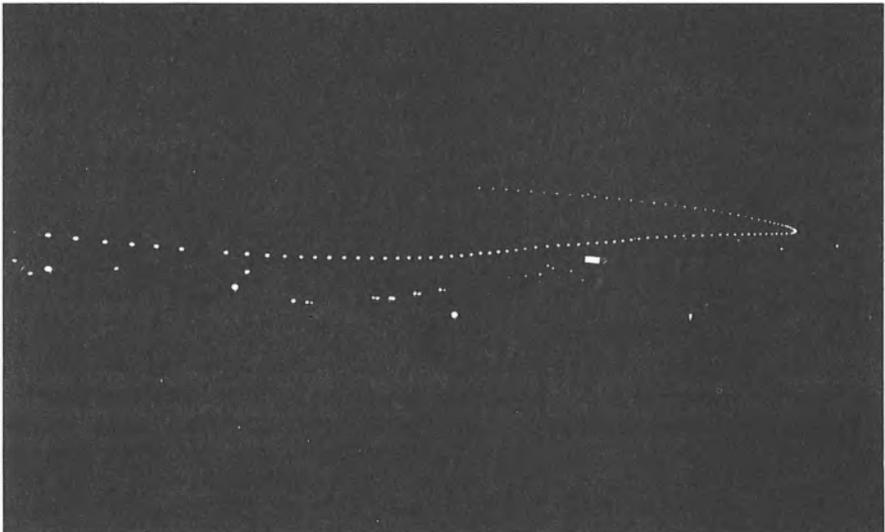
Flächenstrahler haben also den großen Vorteil, in ihrer Helligkeit (d. h. auch: Nachweismöglichkeit) von der Entfernung unabhängig zu sein. Der Astronaut auf dem Mond photographiert die Mondlandschaften mit den gleichen Belichtungswerten wie der Astronom am erdegebundenen Fernrohr. Wasserstoffwolken leuchten aus 5000 Lichtjahren genau so hell wie aus 1000.

Entsprechend haben Punktstrahler den Nachteil, in ihrer Helligkeit stark entfernungsabhängig zu sein. Ab einer gewissen Entfernung sinken sie unter die Nachweisgrenze. Wie im Musterversuch 22. „Photometrie“ im einzelnen ausgeführt wird, bietet diese r^{-2} - Abhängigkeit andererseits den großen Vorteil der photometrischen Entfernungsbestimmung.

16.9.1 Straßenlampen als Punkt- und Flächenstrahler

Abb. 16.9.2 zeigt die Nachtaufnahme einer Bundesstraße mit weitausladender Kurve. Die Lampen werden nicht aufgelöst, weil die Brennweite der Kamera zu kurz war. Es handelt sich somit um Punktstrahler. Wir können mit Gewißheit davon ausgehen, daß die verwendete Lampentype stets die gleiche ist. Die wahre Helligkeit ist also konstant. Damit wird die scheinbare Helligkeit der Lampen auf der Aufnahme ein Maß für ihre Entfernung:

je heller, desto näher. Es besteht daher kein Zweifel, welcher Bogen der Straße uns näher liegt.

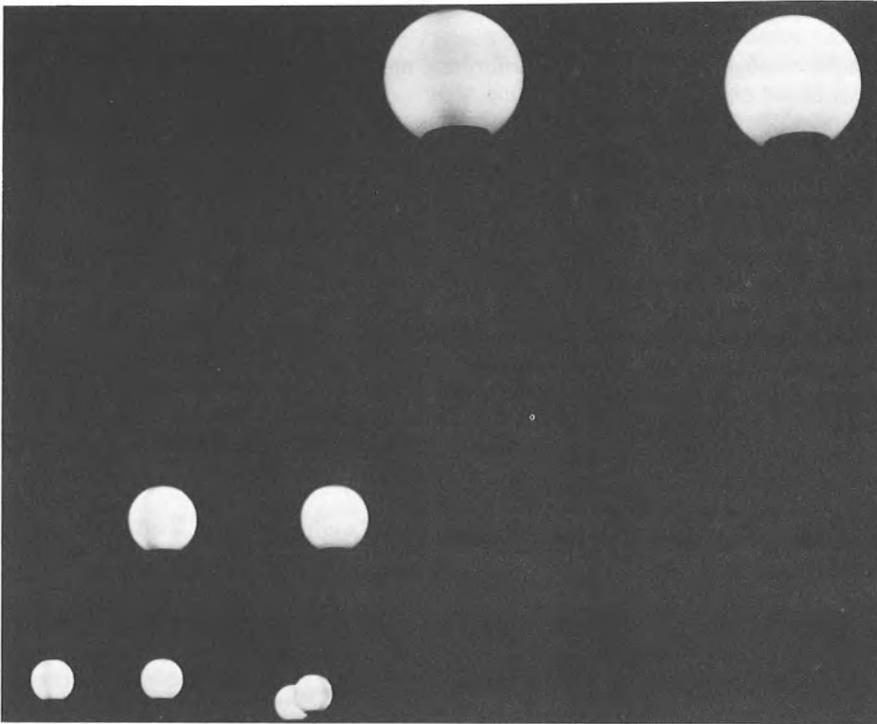


16.9.2 Entfernte Straßenlampen als Beispiel für Punktstrahler.

In Abb. 16.9.3, S. 104, sind Straßenlaternen aus der Nähe photographiert. Hier ist die Flächenhelligkeit der nunmehr aufgelösten Lampen unabhängig von der Entfernung: die Durchzeichnung der Glaskugeln ist unverändert. Die unterschiedliche Entfernung äußert sich lediglich im variablen Durchmesser der Kugeln.

16.9.4 Der aufgehende Vollmond und die Helligkeit irdischer Objekte

Als der Astronom J. F. W. Herschel 1834 zum Kap der Guten Hoffnung fuhr, um dort den südlichen Sternhimmel zu erforschen, sah er bei seiner Ankunft in Kapstadt den Vollmond über dem von den Strahlen der untergehenden Sonne beschienenen Tafelberg aufgehen. Er stellte fest, daß der Vollmond deutlich dunkler als die Felsen des Tafelberges war und schloß daraus, daß die Mondoberfläche dunkler als der Fels des Tafelberges sein müsse (Abb. 16.9.5, S. 104).



16.9.3 Nahe Straßenlampen als Beispiel für Flächenstrahler

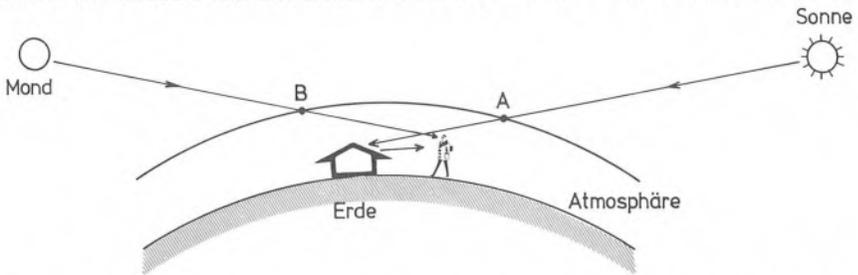


16.9.5 Da die Flächenhelligkeit des Mondes entfernungsunabhängig ist, muß seine Oberfläche wesentlich dunkler als die der Sternwartenkuppel sein. Sie entspricht eher dem dunklen Fels im Vordergrund.

Diese Folgerung resultiert aus der Tatsache, daß Mond und Tafelberg als aufgelöste Objekte Flächenstrahler sind und ihre Helligkeit somit unabhängig von der Entfernung ist.

Stellt man die Beobachtung einige Tage vor Vollmond an, so zeigt Abb. 16.9.6, daß dann auch die atmosphärischen Einwirkungen auf das Licht des Mondes und der irdischen Objekte annähernd gleich sind. Das Sonnenlicht muß zur Beleuchtung der irdischen Objekte eine etwa gleich große Luftmasse durchlaufen wie das Mondlicht. Beide Helligkeiten werden also um etwa den gleichen Faktor geschwächt und sind damit wieder vergleichbar.

Um von den meteorologischen Bedingungen unabhängig zu sein, empfiehlt sich jedoch ein anderer Versuch: man photographiert an einem sonnigen Tag eine irdische Landschaft auf Umkehrfarbfilm und mit gleichen Belichtungswerten den Mond, wenn er am dunklen Himmel steht. Der Mond wird stark unterbelichtet sein.



16.9.6 Zur Äquivalenz der Beleuchtung des Mondes und irdischer Objekte durch die Sonne. Die Schwächung des Mondlichtes (von B zum Beobachter) stimmt weitgehend mit der des beleuchtenden Sonnenlichtes (von A zum Haus) überein.

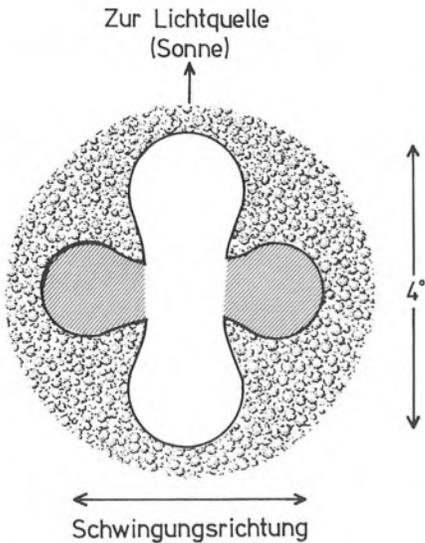
16.10 Teilversuch: Polarisiertes Licht

Es ist weithin unbekannt, daß das menschliche Auge auch (linear) polarisiertes Licht als solches erkennen kann und in beschränktem Maße Polarisationsgrad und Polarisationsrichtung festzustellen vermag. Diese Fähigkeit erhält das Auge durch die schwach dichroitische Netzhaut. Bei einiger Übung zeigt sich polarisiertes Licht durch das Auftreten des Haidingerschen Büschels (W. Haidinger, 1795 – 1871). Das Haidingersche Büschel ist eine blaugelbe kreuzförmige Figur, die – allerdings sehr kontrastarm – stets im Feld des direkten Sehens liegt. Das Büschel (Abb. 16.10.1) fällt von Mensch zu Mensch etwas verschieden aus und mißt etwa 4° . Die blaue Achse gibt stets die Vibrationsrichtung des elektrischen Vektors an; die gelbe Achse zeigt zur Lichtquelle und liegt parallel zum magnetischen Vektor.

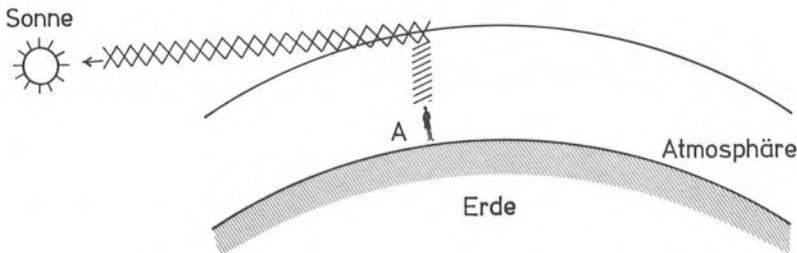
Um das Haidingersche Büschel zu erkennen, bedarf es einiger Übung. Am besten blickt man zunächst durch ein Polarisationsfilter auf ein hinreichend großes Blatt Papier oder gegen den gleichförmig grauen Himmel. Dann wird man das Haidingersche Büschel in Sehrichtung sofort erblicken. Gegebenenfalls drehe man den Kopf etwas um diese Blickrichtung.

Nach dieser Einübung betrachte man an einem klaren Abend kurz nach Sonnenuntergang den Zenit. Wieder wird man das Haidingersche Büschel erblicken; gegebenenfalls nach leichter Kopfdrehung. Die gelbe Achse zeigt zur Sonne. Im Zenit (90° von der untergehenden Sonne) ist das Licht nämlich ebenfalls stark polarisiert (Abb. 16.10.2). Bei hinreichender Übung gelingt es, Polarisationsgrade bis hinab zu etwa 25% zu schätzen.

Literatur zum Haidingerschen Büschel: M. Minnaert „Light and colour in the open air“, Dover Publications, New York.



16.10.1 Das Haidingersche Büschel. Der weißbelassene Teil ist in Wirklichkeit gelb; der schraffierte Teil blau.



16.10.2 Fällt Sonnenlicht senkrecht auf eine Gassäule (in Blickrichtung) des Beobachters, so wird aus dem Gemisch aller Polarisationsrichtungen im Sonnenlicht diejenige senkrecht zu Einfall- und Blickrichtung gestreut (90°-Kreis).

16.11 Höchstfehlerabschätzung

Entfällt.

16.12 Zusatz für die Sekundarstufe I

Die Teilversuche 2, 4, 7 und 9 sind ohne weiteres im Rahmen der Sekundarstufe I durchführbar. Bei den Teilversuchen 1 und 8 kann der Arcus durch eine geometrische Konstruktion (schmales Dreieck) ersetzt werden. Die Teilversuche 3, 5 und 6 sind mathematisch zu anspruchsvoll. Hier sollten die Schüler jedoch auf die Phänomene hingewiesen werden. Das gleiche gilt für den Teilversuch 10. Zwar wird sich eine Behandlung der Polarisation im Physikunterricht der Sekundarstufe I verbieten, die Eigenschaft des Haidingerschen Büschels als „Sonnenweiser“ sollte jedoch gebracht werden.

17. Musterversuch „Fernglas und Fernrohr“

mit den Teilversuchen:

- 17.1 Versuche zur Lichtstärke (Punktlichtquellen)
- 17.2 Versuche zur Lichtstärke (Flächenstrahler)
- 17.3 Versuche zum Auflösungsvermögen.

17.0.1 Vorkenntnisse

Grundsätzlicher Aufbau des Fernrohres.

17.0.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Kleines Fernrohr oder (lichtstarkes) Fernglas.

17.0.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Eine Stunde für die Grundlagen; insgesamt drei Stunden zur Ausführung aller Versuche.

17.0.4 Einführung

Die Erfindung des Fernrohres (Lippershey, Metius; um 1608) bedeutet den stärksten Einschnitt in der Geschichte der beobachtenden Astronomie. Mit ihm begann zugleich die Entwicklung der optischen Instrumente, die aus keinem Bereich der Forschung und des täglichen Lebens mehr fortzudenken sind. Fernrohre werden als ↑ Refraktoren (Objektiv als Sammellinse) und ↑ Reflektoren (Objektiv als Konkavspiegel; Newton, 1668) gebaut. Seit der Entdeckung des optischen Prinzips sind vielerlei Verbesserungen an beiden Typen durchgeführt worden. Bei den Refraktoren war es vor allem die Einführung der ↑ Achromate (Hall, 1729), die die Lichtstärke und Vergrößerung zu erhöhen gestatteten. Bei den Reflektoren bedeutete die Einführung des Sekundärspiegels (Cassegrain, Gregory, 1672) eine Erhöhung der Bildschärfe auch außerhalb der optischen Achse. Die Ferngläser entsprechen in ihrem Aufbau den Refraktoren. Verschiedene Prismensysteme sorgen für kurze Baulänge und aufrechtes Bild. Das optische Prinzip wird durch diese Hilfselemente nicht verändert.

17.0.5 Grundlagen des Musterversuches

Die Kennzeichnung der Ferngläser geschieht in der Form „Vergrößerung × Objektivdurchmesser in Millimetern“ (die Schreibweise als mathematisches Produkt ist ohne Bedeutung). Bei Fernrohren wird lediglich der Objektivdurchmesser angegeben.

Der Objektivdurchmesser D bestimmt das Lichtsammelvermögen und geht damit entscheidend in die Lichtstärke ein. D ist ferner für das ↑ Auflösungsvermögen von Bedeutung.

Die Vergrößerung V ist der Quotient aus Objektivbrennweite F und Okularbrennweite f (Abb. 17.0.5.4)

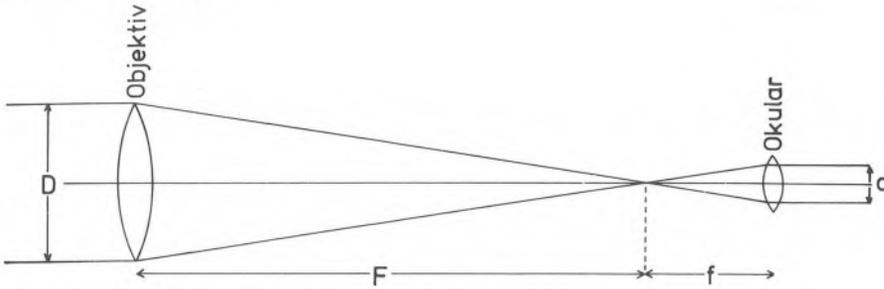
$$17.0.5.1 \quad V = \frac{F}{f}$$

Die Austrittspupille d erscheint als runder Lichtfleck, wenn man das Fernglas gegen eine helle Fläche (Himmel) hält und dabei aus einiger Entfernung gegen das Okular blickt. Man entnimmt der Abb. 17.0.5.4 die Beziehung

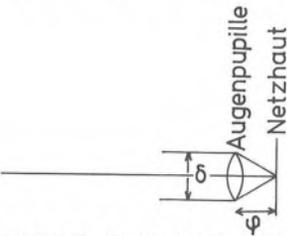
$$17.0.5.2 \quad \frac{d}{f} = \frac{D}{F}$$

Mit 17.0.5.1 wird daraus

$$17.0.5.3 \quad d = \frac{D}{V}$$



17.0.5.4 Zur Festlegung wesentlicher Daten eines Fernglases/Fernrohres.



17.0.5.5 Optische Parameter des Auges

Das Licht verläßt das Fernglas/Fernrohr durch die Austrittspupille und fällt durch die Pupille des menschlichen Auges auf die Netzhaut (Abb. 17.0.5.5). Der Durchmesser der Augapupille ist variabel. Für das dunkeladaptierte Auge kann $\delta = 7 \text{ mm}$ gesetzt werden. Die Brennweite des Auges beträgt etwa $\varphi = 16 \text{ mm}$ (auf Luft bezogen).

Das menschliche Auge hat also im Dunklen ein Öffnungsverhältnis

$$17.0.5.6 \quad \frac{\delta}{\varphi} \approx 1 : 2$$

Das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges beträgt etwa 1 Bogenminute (siehe den Teilversuch 16.4).

Abb. 17.0.5.8, S. 109, zeigt die Kombination Auge-Fernrohr/Fernglas. Man entnimmt hieraus die wichtige Tatsache, daß die Austrittspupille des Okulars d kleiner oder höchstens gleich der Eintrittspupille δ des Auges sein darf. Ist $d > \delta$, so fällt ein Teil des Lichtes auf die Iris und geht der Netzhaut verloren.

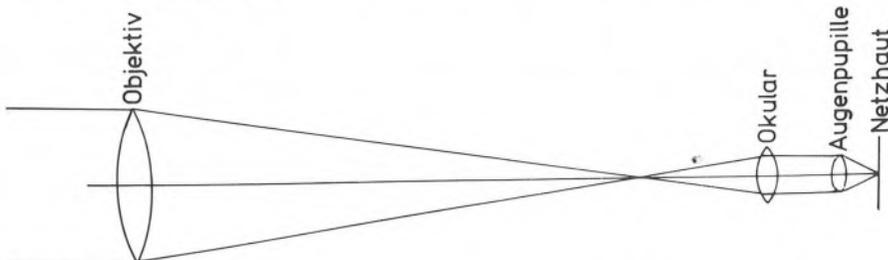
Die Lichtstärke L eines Fernglases oder Fernrohres hängt davon ab, ob man es mit Punktquellen (Sterne) oder Flächenquellen (Nachthimmel, Hauswand etc.) zu tun hat.

Punktquellen sind Strahler, die auch unter der Vergrößerung V noch unauflöst erscheinen; deren Strahlungsenergie sich also auf der kleinstmöglichen Netzhautfläche vereint (einem Empfängerelement entsprechend der Auflösung von 1 Bogenminute). Ist $d < \delta$, wird also alles Licht ausgenutzt, so ist der Helligkeitsgewinn

einfach proportional zum Verhältnis von Objektivfläche zu Augenpupillenfläche, also

$$17.0.5.7 \quad L_{\text{Punktquelle}} = \frac{(D/2)^2 \pi}{(\delta/2)^2 \pi} = \frac{D^2}{\delta^2}$$

Da D stets größer als δ ist, ist $L_{\text{Punktquelle}} > 1$ und das Fernrohr/Fernglas erzielt einen echten Lichtgewinn.



17.0.5.8 Zum Zusammenwirken von Fernglas/Fernrohr und menschlichem Auge.

Bei Flächenstrahlern gelten andere Verhältnisse. Das Objekt unterliegt jetzt der Fernrohrvergrößerung V und breitet sich über einen größeren Bereich auf der Netzhaut aus. Der Gewinn an Licht (genau: an Quanten pro sec) ist wie in 17.0.5.7 durch D^2/δ^2 gegeben. Dieses Mehr an Quanten verteilt sich nun aber auf eine um V^2 größere Fläche auf der Netzhaut.

Pro Flächenelement der Netzhaut haben wir jetzt somit einen Helligkeitsfaktor

$$17.0.5.9 \quad L_{\text{Flächenquelle}} = \frac{D^2/\delta^2}{V^2}$$

gegenüber der Beobachtung ohne Fernglas.

Dieser Faktor ist aber nun keineswegs größer als 1 wie im Fall der Punktquelle sondern stets kleiner oder höchstens gleich 1. Dies erkennt man, wenn man 17.0.5.3 in 17.0.5.9 einsetzt:

$$17.0.5.10 \quad L_{\text{Flächenquelle}} = \frac{d^2}{\delta^2}$$

Da $d \leq \delta$ (Abb. 17.0.5.8), wird $L_{\text{Flächenquelle}} \leq 1$.

Selbst bei $d = \delta$ ist wegen der unvermeidlichen Reflexions- und Absorptionsverluste $L_{\text{Flächenquelle}} < 1$.

Man erkennt, daß jedes Fernglas (auch ein sogenanntes Nachtglas!) stets eine kleinere Flächenhelligkeit zeigt als das unbewaffnete Auge.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die Helligkeit von Punktquellen nur von D , die der Flächenhelligkeiten nur von d abhängt. Da den Benutzer von Ferngläsern vor allem ausgedehnte Objekte, also Flächenhelligkeiten, interessieren, wird unter der geometrischen Lichtstärke eines Fernglases der Wert d^2 verstanden. Ein 8×30 -Glas hat also die geometrische Lichtstärke von $(30/8)^2 = 14$.

17.0.5.11 Wenn Ferngläser auch keine echte Erhöhung der Flächenhelligkeit bringen, so verbreiten sie das Licht doch über einen größeren Bereich der Netzhaut und erleichtern dadurch das Erkennen in der Dämmerung. Es hat sich in praktischen Versuchen gezeigt, daß das geometrische Mittel aus Objektivdurchmesser D und Vergrößerung V die Dämmerungsleistung eines Fernglases gut beschreibt. Die Dämmerungszahl ist also $\sqrt{D \cdot V}$; bei dem 8×30 -Glas somit $\sqrt{30 \cdot 8} = 15,5$.

Das Auflösungsvermögen eines Fernrohres wird – bei sonst hoher optischer Qualität – durch das Verhältnis von Wellenlänge λ zu Objektivdurchmesser D bestimmt. Zwei Punkte, die weiter als

$$17.0.5.12 \quad 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot 206265'' \text{ im Winkelabstand}$$

oder

$$1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot F \text{ in der Fokalebene*}$$

voneinander entfernt sind, werden getrennt wahrgenommen. Liegen sie enger beieinander, so verschmelzen sie.

Nun hat weitere Vergrößerung dann keinen Sinn mehr, wenn dem Auge mit seiner Auflösung von ca. 1 Bogenminute am Okular ein Bild angeboten wird, das wesentlich mehr als $1'$ aufgelöst ist. Nimmt man $2' = 120''$ für „bequemes Sehen“ so wird mit 17.0.5.12

$$17.0.5.13 \quad 120'' = V \cdot 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot 206265''.$$

Mit $\lambda = 500 \text{ nm}$ wird 17.0.5.13

$$V/D = 954 \text{ m}^{-1}$$

oder

$$17.0.5.14 \quad V/D \approx 1 \text{ mm}^{-1}$$

Drückt man den Objektivdurchmesser in Millimetern aus, so läßt sich aus 17.0.5.14 die einfache Faustregel ableiten „Die optimale Vergrößerung ist der in Millimetern ausgedrückte Objektivdurchmesser“.

Überschreitet V diesen Wert erheblich, so wird das Bild lichtschwächer, ohne daß das Auge mehr erkennen kann (leere Vergrößerung). Bei einem 10-cm-Teleskop liegt die förderliche Vergrößerung bei $V = 100$ fach, bei einem 20-cm-Spiegel entsprechend bei 200fach.

* Die Gleichungen 17.3.4–6 bestätigen die Auflösung für den Gegenstandsraum (Entfernung e). Sie gehen in 17.0.5.12 über (Bildraum) bei Multiplikation mit dem Abbildungsverhältnis F/e .

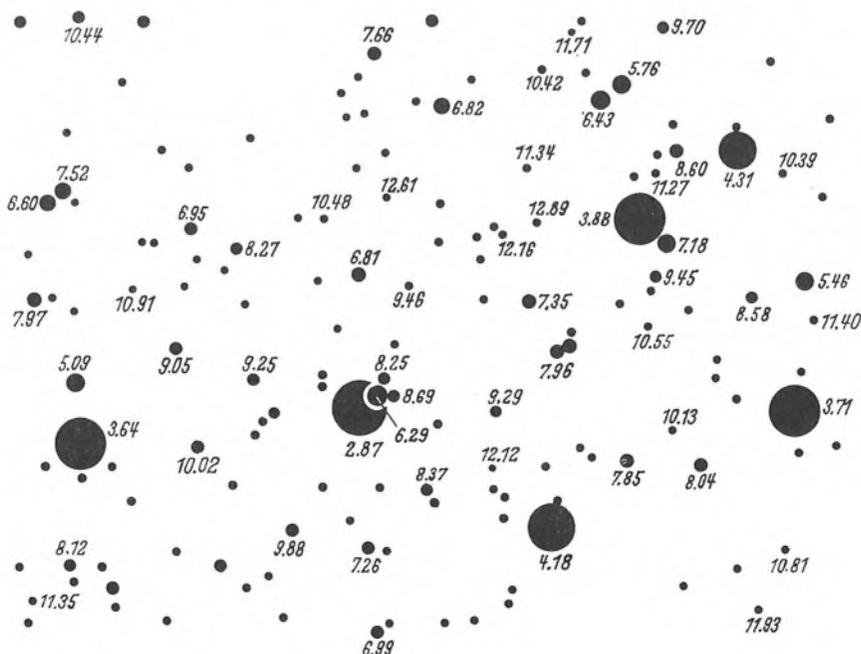
17.1 Teilversuch: Versuche zur Lichtstärke (Punktlichtquellen)

An einem klaren Abend sehen wir uns mit einem lichtstarken Fernglas (zweckmäßigerweise einem sogenannten Nachtglas) eine Sterngruppe an. Es fällt sofort auf, daß man wesentlich mehr Sterne als mit bloßem Auge sieht. Abb. 17.1.1 zeigt die Sterngruppe der Plejaden, die zur Durchführung dieses Versuches besonders geeignet ist.

Vergleicht man die Grenzhelligkeit der mit bloßem Auge sichtbaren Sterne mit der bei Benutzung des Fernglases, so erhält man den Lichtgewinn des Fernglases. Er entspricht dem Flächenverhältnis von Objektiv zur Pupille $17.0.5.7$.

Für ein 7×50 Glas erhält man beispielsweise einen Lichtgewinn von $(50/7)^2 = 51$. Wie dem Musterversuch 16. „Astronomische Beobachtungen mit bloßem Auge“ oder aber anderen Lehrbüchern der Astronomie entnommen werden kann, entspricht das einer Steigerung um etwa 4 Größenklassen. Dies läßt sich anhand der Plejaden (Abb. 17.1.1) nachprüfen. Dem bloßen Auge sind Sterne nur etwa bis zur sechsten Größe zugänglich; durch das 7×50 Glas erblickt man Sterne etwa bis zur zehnten Größe.

Wir drehen das Fernglas um und schauen durch das Objektiv. Wir bemerken nun eine starke Schwächung der Sternhelligkeiten, die gemäß Abb. 17.2.1 von einer reduzierten „Objektiv“-Öffnung δ^2/V^2 herrührt. Das 7×50 Glas liefert in dieser Blickrichtung nur $1/V^2 = 1/49$ der Lichtmenge, die das unbewaffnete Auge empfängt. Allenfalls die hellsten Fixsterne des Himmels können ausgemacht werden, denn der Abnahme der Sternhelligkeit um den Faktor 49 entspricht eine Abnahme um etwa 4 Größenklassen. Sterne schwächer als die zweite Größe werden damit unter die sechste gedrückt und somit unsichtbar.



17.1.1 Visuelle Helligkeiten der Zentralplejaden.

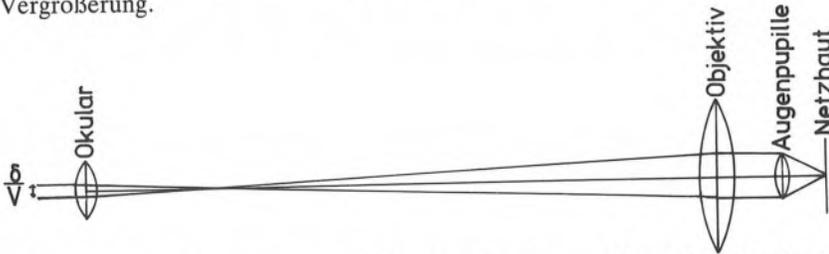
17.2 Teilversuch: Versuche zur Lichtstärke (Flächenstrahler)

Wir schauen uns ein großflächiges Objekt mit gleichmäßiger Helligkeitsverteilung an (z. B. Hauswand, Abendhimmel). Dabei betrachtet ein Auge die Fläche direkt, das andere schaut durch das Fernglas. Der Helligkeitseindruck ist für beide Augen annähernd gleich, eine Verstärkung der Flächenhelligkeit findet also in Übereinstimmung mit 17.0.5.10 nicht statt.

Wir drehen das Fernglas um und schauen durch das Objektiv. Die Flächenhelligkeit des Objekts wird nicht geändert.

Mit einem lichtstarken Fernglas (zweckmäßigerweise einem Nachtglas; Austrittspupille ≈ 7 mm) schauen wir in der Dämmerung in einen schattigen Winkel, welcher etwa 20 m entfernt ist. Ganz ohne Zweifel sehen wir durch das Glas mehr Details als mit bloßem Auge.

Wir nähern uns jetzt dem beobachteten Objekt auf $20 \text{ m}/V$ ($V = \text{Vergrößerung}$), so daß wir es mit bloßem Auge genau so groß sehen wie vordem durch das Glas. Jetzt zeigt sich, daß man durch das bloße Auge das gleiche (oder sogar etwas mehr) erkennen kann als durch das Glas. Die verbesserte Detailerkennung durch das Nachtglas ist also keine Folge erhöhter Flächenhelligkeit, sondern lediglich der Vergrößerung.

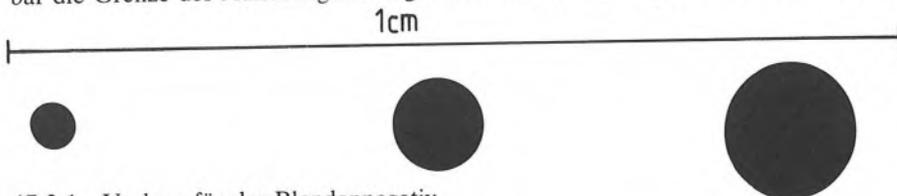


17.2.1 Zum Strahlengang bei umgekehrter Blickrichtung durch ein Fernglas/Fernrohr

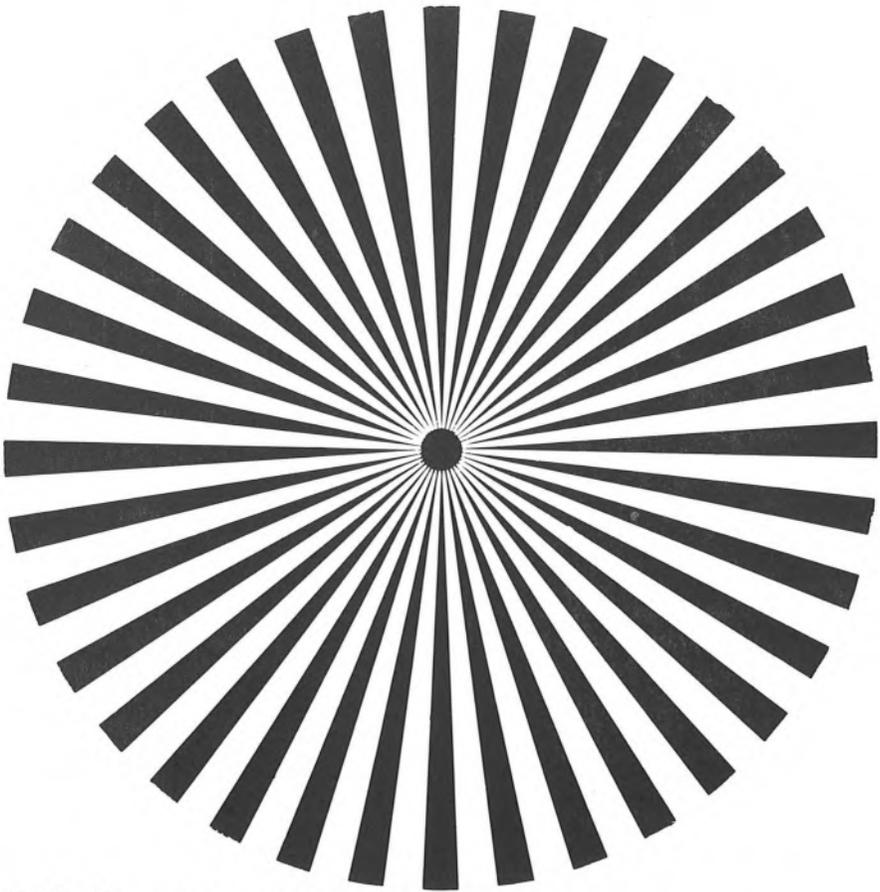
17.3 Teilversuch: Versuche zum Auflösungsvermögen

Wir prüfen die Formel 17.0.5.12 zum Auflösungsvermögen optischer Instrumente am Auflösungsvermögen des menschlichen Auges nach. Zu diesem Zweck wird die Abb. 17.3.1 aus einer Entfernung von rund einem Meter mit einer Kleinbildkamera auf hartarbeitendes Negativmaterial photographiert. Vor der Belichtung wird die Entfernung so adjustiert, daß der Maßstab „1 cm“ der Abb. 17.3.1 auf der Mattscheibe die Länge von 1 cm hat. Nach der Entwicklung zeigt das Negativ drei Blenden von 0,5 bzw. 1 und 1,5 mm Durchmesser.

Wir bauen nun den Siemensstern (Abb. 17.3.2, S. 113) ca. 1,5 m vor der kleinsten Blende (0,5 mm) auf und beleuchten ihn gut mit einer Tischlampe. Beim Blick durch die kleinste Blende verwischen die Sektoren bei einem relativen Radius von etwa 0,4 entsprechend einem Sektorenabstand von rund $a = 2$ mm. Das ist offenbar die Grenze des Auflösungsvermögens des auf 0,5 mm abgeblendeten Auges.



17.3.1 Vorlage für das Blendennegativ.



17.3.2 Siemensstern zum Auflösungstest.

17.3.3 Ein Versuch mit einem engbandigen Filter ergab

Wellenlänge $\lambda = 557,7 \text{ nm} = 5,577 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

Abstand Siemensstern-Auge $e = 1,4 \text{ m}$

Blendendurchmesser $D = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Sektoren verschwimmen bei $a = 1,95 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

entsprechend

$$17.3.4 \quad a = 1,25 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot e$$

Ein Versuch ohne Filter ergab, daß man dann die „effektive Wellenlänge“

$\lambda = 500 \text{ nm}$ einsetzen kann

$\lambda = 500 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

$e = 1,4 \text{ m}$

$D = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

$a = 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

entsprechend

$$17.3.5 \quad a = 1,25 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot e$$

Der numerische Faktor „1,22“ wird also durch diese einfachen Versuche gut wiedergegeben.

Für rotes Licht ($\lambda = 600 \text{ nm}$) ergab sich

$\lambda = 600 \text{ nm} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

$e = 1,4 \text{ m}$

$D = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

$a = 2,05 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

entsprechend

$$17.3.6 \quad a = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot e$$

18. Musterversuch „Die Heisenbergsche Unschärferelation und das Auflösungsvermögen optischer Instrumente (am Beispiel des abgeblendeten menschlichen Auges)“

18.1 Vorkenntnisse

Dualismus Welle/Teilchen. Die Heisenbergsche Unschärferelation in der Form $\Delta(\text{Ort}) \cdot \Delta(\text{Impuls}) \approx h$.

Impuls eines Lichtquants $h \cdot \nu/c$. Auflösungsvermögen optischer Instrumente bzw. des abgeblendeten menschlichen Auges. Als Vorbereitung und Versuchsdurchführung ist der Musterversuch 17. „Fernglas und Fernrohr“ mit dem Teilversuch 17.3 „Auflösungsvermögen“ zu empfehlen.

18.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Halbmillimeterblende und Siemensstern des Musterversuchs 17. „Fernglas und Fernrohr“.

18.3 Empfohlene Stundenaufteilung

1 Schulstunde.

18.4 Einführung

Ein grundlegender Unterschied zwischen der klassischen und der modernen Physik besteht in der Aussage, daß im atomaren Bereich die Genauigkeit bei der gleichzeitigen Messung sogenannter kanonisch konjugierter Größen eines Teilchens an eine Grenze stößt, die prinzipiell nicht unterschritten werden kann. Beispielsweise können der Ort x des Teilchens, sein Impuls p , die Energie E und die Zeit t gleichzeitig nur mit Unsicherheiten Δx , Δp , ΔE und Δt bestimmt werden, die wie folgt zusammenhängen:

$$18.4.1 \quad \Delta x \cdot \Delta p \approx h$$

$$18.4.2 \quad \Delta E \cdot \Delta t \approx h$$

Plancksches Wirkungsquantum $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

Diese Beziehungen wurden 1927 von W. Heisenberg aufgefunden.

Im Rahmen der Schulphysik gelingt die Bestätigung der Unschärferelation 18.4.1 am einfachsten anhand des Auflösungsvermögens optischer Instrumente (bequem demonstriert am menschlichen Auge). Gleichzeitig kann dadurch der Dualismus Welle/Teilchen vorgeführt werden, der ja untrennbar mit der Unschärferelation verbunden ist.

Im allgemeinen wird die Existenz der Auflösungsgrenze eines optischen Systems als Beugungs- und Interferenzphänomen behandelt (Wellenaspekt). Hier soll gezeigt werden, daß die Auflösungsgrenze auch im Teilchenbild des Lichtes ihren Platz findet, da sie auf der Unschärferelation beruht und diese somit zu bestätigen gestattet.

Nun ist der Impuls \vec{q} der von der punktförmigen Quelle der Entfernung e auf die Linsenöffnung des Durchmessers D treffenden Lichtquanten nicht einfach mit dem Impuls

$$18.5.7 \quad \vec{p} = \frac{h}{\lambda} \cdot \vec{a}$$

\vec{a} : Einheitsvektor Quelle – Linsenmitte

identisch, sondern weicht maximal um den Zusatzvektor

$$18.5.8 \quad \Delta\vec{p} = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{D}{2e} \cdot \vec{b}^*$$

\vec{b}^* : Einheitsvektor senkrecht zu \vec{a}^*

oder – dem Betrage nach – um

$$18.5.9 \quad \Delta p = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{D}{2e}$$

davon ab.

Dieser Impulsunschärfe Δp ist nach 18.5.3 eine Ortsunschärfe Δx zugeordnet.

Wir verknüpfen nun 18.5.3 und 18.5.9 zum Produkt

$$18.5.10 \quad \Delta p \cdot \Delta x = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{D}{2e} \cdot 1,22 \cdot \frac{\lambda \cdot e}{D} = 0,61 h$$

und bestätigen damit größenordnungsmäßig die Heisenbergsche Unschärferelation in der Form 18.4.1.

18.6 Durchführung des Musterversuches

Identisch mit der Durchführung zum Teilversuch 17.3 „Auflösung“ des Musterversuches 17. „Fernglas und Fernrohr“.

18.7 Höchstfehlerabschätzung

Entfällt, da es sich nur um die Bestätigung einer Größenordnung handelt.

* man beachte die Anmerkungen zur Abb. 18.5.1.

19. Musterversuch „Granulationsmuster im Laserlicht und statistische Abbildung (Speckle-Interferometrie)“

19.1 Vorkenntnisse

Huygenssches Prinzip der Elementarwellen, *Interferenz*; grundsätzliche Wirkungsweise des Lasers.

19.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Ein kleiner Helium-Neon-Gaslaser von einigen Milliwatt Leistung, Mattscheibe und Lupe.

19.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Eine Schulstunde für die theoretischen Grundlagen (Klassenzimmer); eine weitere für die Versuchsdurchführung (Physiksaal).

19.4 Einführung

Eine Vielzahl interessanter Experimente zur Wellennatur des Lichtes kann erst seit der Erfindung des Lasers (T. H. Maiman, 1960) durchgeführt werden. Das bedeutet keineswegs, daß die Möglichkeit zur Durchführung dieser Experimente nicht vorher ins Auge gefaßt wurde oder diese gar – in unvollkommener Weise – schon früher realisiert wurden. So ist das Prinzip der Holographie bereits 1948 von D. Gabor beschrieben worden und das Thema dieses Musterversuchs – die Granulation* – war schon im vergangenen Jahrhundert bei der Betrachtung quasi-monochromatischer Teile des Sonnenspektrums aufgefallen. Aber erst der Laser und sein „reines“ (d. h. monochromatisches und kohärentes) Licht erleichterte diese Experimente ganz erheblich.

Auch die Grundlagen des Lasers, die stimulierte Emission** wie auch die Existenz langlebiger („metastabiler“) Zustände der Elektronenhülle sind seit langem bekannt. Grundlegende Vorgänge im Kosmos sind dadurch bedingt. Die bekannte \uparrow 21-cm-Linie des \uparrow interstellaren Wasserstoffs rührt von einer metastabilen Konfiguration des Wasserstoffs her, deren Lebensdauer viele Millionen Jahre (!) beträgt. Ohne die stimulierte Emission in den Sternatmosphären würden die blauen Sterne im Sternbild Orion nur halb so hell strahlen.

Aber auch das Laserprinzip ist im Kosmos verwirklicht. Wolken aus Hydroxylradikalen (OH) strahlen Mikrowellen aus (kosmische Maser, Maser = Mikrowellen-Laser).

* nicht zu verwechseln mit der durch Konvektion verursachten Granulation in der Sonnenphotosphäre.

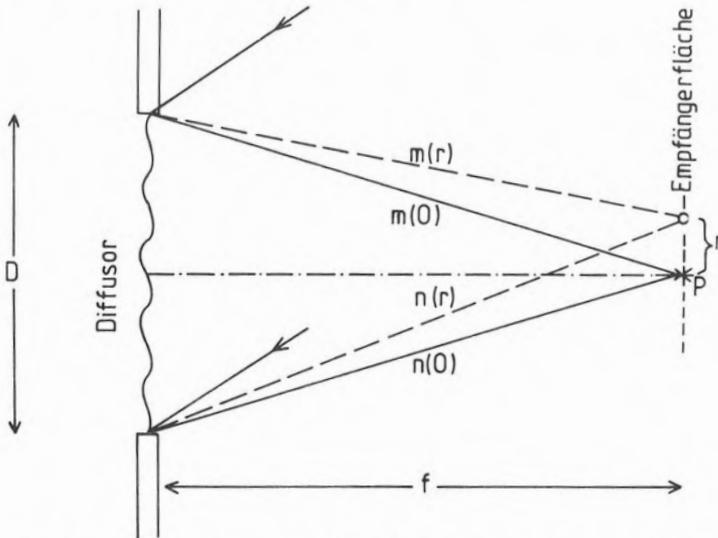
** Ein angeregtes Atom wird durch den Vorbeiflug eines Quantes geeigneter Energie zur Emission eines energiegleichen Quantes veranlaßt, das in gleicher Richtung wie das auslösende Quant fliegt.

19.5 Grundlagen des Musterversuches

Richtet man einen leicht divergierenden Laserstrahl auf eine weiße Fläche, so erkennt man bei unbewegtem Auge ein charakteristisches körniges Hell-Dunkel-Muster (Granulation). Dieses für Laserlicht so typische Phänomen steht nun in enger Verbindung zu einer der modernsten Entwicklungen der astronomischen Beobachtungstechnik, der sogenannten „Speckle-Interferometrie“. Doch zunächst ein kleiner Versuch zum Verständnis des Granulationseffektes:

Wir blicken auf den hellen Laserfleck auf der Wand (die im folgenden auch als „Diffusor“ bezeichnet wird) und adaptieren das Auge auf „Nahsehen“ (wenn das nicht gelingt, halte man sich einfach eine kurzbrennweitige Sammellinse vors Auge). Während die Wand nun unscharf erscheint, bleibt das Granulationsmuster unverändert scharf. Daraus folgt unmittelbar, daß die Körnigkeit nicht etwa – ähnlich einem Lichtbild – auf die Wand projiziert ist. Dann müßte sie nämlich bei Umadaptation auch unscharf werden. Die körnige Struktur des Laserlichtes ist eine Erscheinung auf der Netzhaut. Wie in der „Durchführung des Musterversuches“ noch genauer demonstriert wird, tritt die Granulation grundsätzlich auf jeder Fläche auf, die das vom Diffusor gestreute Laserlicht auffängt. Dies kann ein Film, eine Mattscheibe oder auch die Netzhaut des menschlichen Auges sein. Ob sich eine (Augen-)Linse davor befindet, ist unerheblich.

Wir wollen nun die Ursache der Granulation qualitativ und quantitativ verstehen (Abb. 19.5.1). Das Laserlicht fällt entlang der Pfeilrichtung ein. Von jedem Punkt



19.5.1 Zur Entstehung des Granulationsmusters. Das entlang der Pfeilrichtung einfallende und vom Diffusor gestreute Laserlicht besteht aus einer Vielzahl von Elementarkugelwellen, deren Phasen wegen der Rauigkeit des Diffusors keinen Bezug mehr zueinander haben. Ihre Interferenz auf der Empfängerfläche erzeugt die charakteristische Granulation. Zur Abschätzung des mittleren Durchmessers d der Granulen nehmen wir an, daß bei P eine Aufhellung bestehe, die dadurch entstanden ist, daß für P (rein zufällig!) die Mehrzahl der Elementarkugelwellen konstruktiv interferiert. Zu diesen mögen auch die Randkugelwellen mit $m(0) = n(0)$ gehören (durchgezogene Linien). Verschiebt man nun den Empfänger von P um einen Wert $\pm r$, für welchen die Randstrahlen sich gemäß $|m(r) - n(r)| = \lambda/2$ auslösen, so ist dort offenbar die Aufhellung abgeklungen und r beschreibt den Radius einer Granule.

des Diffusors geht nach Huygens eine Elementarkugelwelle aus, die auf der Empfängerfläche mit jeder anderen Elementarwelle interferiert. Je nach aktueller Phasenlage (Phasendifferenzen durch die Rauigkeit des Diffusors) verstärken oder schwächen sich die Elementarwellen und es entsteht die charakteristische Granulation. Damit ist die Granulation qualitativ erklärt.

Abb. 19.5.1 erlaubt aber auch die Bestimmung der charakteristischen Maßzahl der Granulation, des mittleren Durchmessers d eines Kornes*. Dazu wollen wir annehmen, daß am Punkte P (entlang der Mittelsenkrechten des Diffusors, der „optischen Achse“) eine Aufhellung bestehe. Dieses rein statistisch bedingte Helligkeitsmaximum kommt dadurch zustande, daß sich überdurchschnittlich viele Elementarwellen verstärken. Dazu mögen insbesondere auch die Randwellen $m(0)$ und $n(0)$ beitragen. Wenn sich die Wegdifferenz der Randstrahlen um eine halbe Wellenlänge

$$19.5.2 \quad \left| m(r) - n(r) \right| = \frac{\lambda}{2}$$

geändert hat, so ist das Helligkeitsmaximum abgeklungen. Damit haben wir den Radius r der Granule erfaßt. Der Durchmesser d folgt zum doppelten Wert

$$19.5.3 \quad d = 2r.$$

Für die Randstrahlen n und m gilt

$$19.5.4 \quad m(r) = \sqrt{f^2 + \left(\frac{D}{2} - r\right)^2}$$

$$n(r) = \sqrt{f^2 + \left(\frac{D}{2} + r\right)^2}$$

oder nach Umformung

$$19.5.5 \quad m(r) = f \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\frac{D}{2} - r}{f}\right)^2}$$

$$n(r) = f \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\frac{D}{2} + r}{f}\right)^2}$$

Nun ist das vom Diffusor auf den Empfängerschirm fallende Lichtbündel schmal und es gilt

$$19.5.6 \quad m(r) \approx n(r) \approx f$$

Damit sind die Wurzeln der Gleichungen 19.5.5 nicht wesentlich von 1 verschieden, und wir dürfen die Näherung anwenden

$$19.5.7 \quad \sqrt{1 + \varepsilon} \approx 1 + \frac{\varepsilon}{2} \text{ bei } |\varepsilon| \ll 1$$

Damit wird für $m(r) - n(r)$:

$$19.5.8 \quad m(r) - n(r) \approx \frac{f}{2} \cdot \left[\left(\frac{\frac{D}{2} - r}{f}\right)^2 - \left(\frac{\frac{D}{2} + r}{f}\right)^2 \right]$$

* Natürlich beschreibt d auch den mittleren Abstand zweier Granulen. Da die Granulen jedoch von sehr ungleicher Helligkeit sind, tritt diese Bedeutung von d nicht so sehr hervor.

Das ergibt einfach

$$19.5.9 \quad m(r) - n(r) \approx -\frac{D \cdot r}{f}$$

Da nur der Betrag der Änderung interessiert, so wird

$$19.5.10 \quad \left| m(r) - n(r) \right| \approx \frac{D \cdot r}{f}$$

Setzt man die Gleichungen 19.5.2 und 19.5.10 gleich, so erhält man

$$19.5.11 \quad r \approx \frac{\lambda \cdot f}{2 D}$$

oder für den mittleren Granulendurchmesser d mit 19.5.3

$$19.5.12 \quad d \approx \frac{\lambda \cdot f}{D}$$

Damit ist die wichtigste Maßzahl der Granulation bestimmt. Interessant ist, daß das Abklingen der Punkthelligkeit durch die gleiche Beziehung geregelt wird, die auch sonst bei optischen Geräten gilt (siehe den Musterversuch 17. „Fernglas und Fernrohr“) und damit das Auflösungsvermögen bestimmt.

Wir können eine isolierte Aufhellung im Granulationsmuster als Bild des fast punktförmigen Laserstrahlquerschnittes ansehen. Bei dieser Abbildung treten jedoch statistische Schwankungen auf und diese bewirken, daß

- a) sehr viele dieser Bilder aufeinander folgen und
- b) das einzelne Bildelement starke Verzeichnung aufweist.

Ebenso plausibel ist aber auch, daß

- c) aus den mittleren Eigenschaften dieser Bilder das Urbild wieder brauchbar rekonstruiert werden kann und
- d) in besonders günstigen Fällen auch ein einzelnes Granulum (engl. „speckle“) das Urbild bereits gut wiedergibt.

Was würde sich ändern, wenn zwei eng benachbarte Laser den Diffusor beleuchten würden? Ganz einfach, das Granulationsmuster würde sich verdoppeln, und wir sehen lauter Zwillingsgranulen.

Damit ist auch bereits das Prinzip der „Speckle-Interferometrie“ erläutert. Wir stellen uns beispielsweise vor, daß der sehr enge Doppelstern Capella (Winkelabstand $0,05''$) einen Diffusor von 4 m Durchmesser bescheint (z. B. eine weiße Hauswand). Das „Winkelauflösungsvermögen“ α dieser Wand ist mit den Größen der Gleichung 19.5.12 im Bogenmaß

$$19.5.13 \quad \alpha = \frac{d}{f}$$

Mit 19.5.12 ist es daher ebenfalls

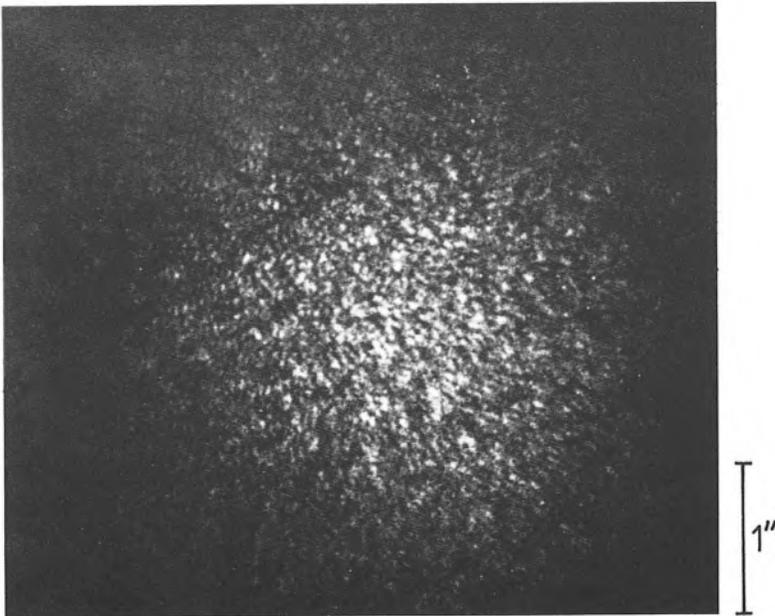
$$19.5.14 \quad \alpha = \frac{\lambda}{D}$$

Für $\lambda = 500 \text{ nm}$; $D = 4 \text{ m}$ wird α etwa $0,03''$; die Wand hat somit das Auflösungsvermögen etwa eines 4-m-Teleskopes. Eine Photoplatte, die das von der Wand gestreute Licht auffängt, wird also den Doppelstern Capella aufgelöst wiedergeben (Zwillingsgranulen). Von grundlegender Wichtigkeit ist, daß die Atmosphäre auf die Abbildung ohne Einfluß bleibt; sie ist lediglich ein weiteres Diffusorelement ohne Einfluß auf die Auflösung.

In praxi geht man aus Gründen der Lichtintensität etwas anders vor. Man bildet den Stern z. B. mit einem 4-m-Teleskop im Brennpunkt ab. Damit ist die Energie

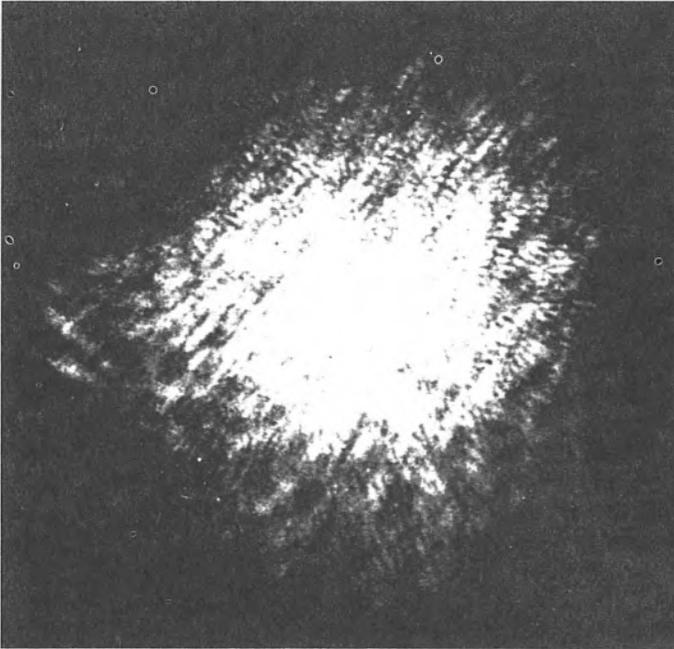
auf einem Empfängererelement von ca. 1" vereinigt* und wird nicht – wie von einem Diffusor – in den gesamten Halbraum abgestrahlt. Die Funktion des Diffusors übernimmt nun ausschließlich die Atmosphäre. Da diese aber ständig bewegt ist, müssen die Aufnahmen kurz (1/100 sec) belichtet werden. Scharfe Interferenzbilder erfordern nahezu monochromatisches Licht. Hierfür sorgt ein enges Interferenzfilter. Die kurzen Belichtungszeiten wie auch die starke Filterung reduzieren den Lichtstrom so stark, daß ein Bildwandler vor dem Film erforderlich wird, der die Intensität kräftig verstärkt.

Die Abb. 19.5.15–17 zeigen drei so gewonnene Aufnahmen. Abb. 19.5.15 zeigt eine kurzbelichtete, monochromatische Fokalaufnahme des Sternes γ Orionis. Dieser Stern besitzt einen sehr kleinen Winkeldurchmesser (klein verglichen mit Gleichung 19.5.14) und so zeigt sich ein ungestörtes Granulationsmuster. Abb. 19.5.16 zeigt das typische Zwillingsmuster der Granulen, wie es für zwei eng benachbarte Strahlungsquellen erwartet wird. In der Tat handelt es sich hierbei um das Speckle-Interferogramm des Doppelsternes Capella, dessen Komponenten einen Winkelabstand von 0,05" aufweisen. In Abb. 19.5.17 schließlich ist das Fokalbild des Sternes Beteigeuze abgebildet. Beteigeuze hat einen Winkeldurchmesser von 0,06". Ihr Scheibchendurchmesser liegt also schon merklich über der Auflösungsgrenze (Gleichung 19.5.14) von 0,03" und entsprechend zeigen die Granulen als Bilder der Beteigeuze einen gegenüber Abb. 19.5.15 größeren Durchmesser.

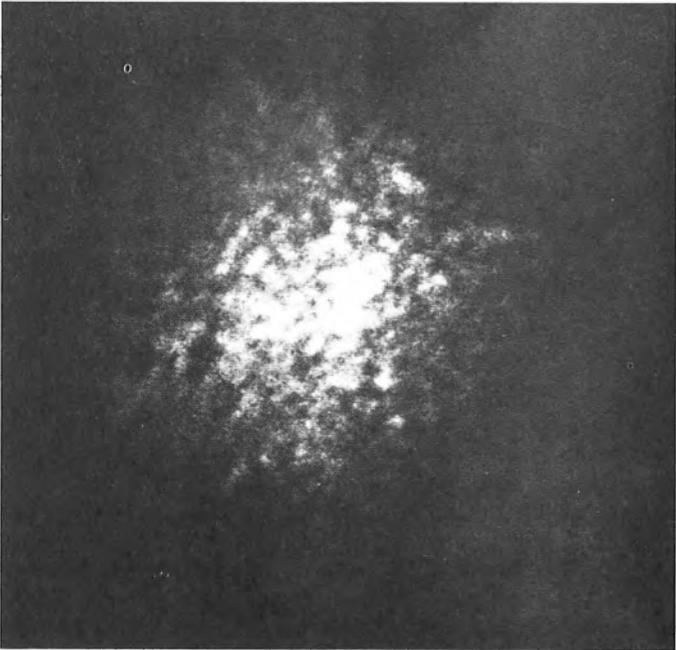


19.5.15 Speckle-Aufnahme des Sternes γ Orionis. Der Winkeldurchmesser des Sternes ist selbst für diese hochauflösende Technik unmeßbar klein, weshalb sich ein ungestörtes Bild statistisch verteilter Granulen (Lichtflecke oder „speckles“) zeigt.

* Dieser Wert von einer Bogensekunde ist typisch für die Auflösung eines Teleskops unter Einwirkung der *Luftunruhe*. Würde man das Teleskop in den Weltraum bringen, so käme die volle Auflösung gemäß $1,22 \cdot \lambda/D$ zum Tragen. Im Gegensatz zur Speckle-Interferometrie hätte man dann nur *einen* Lichtpunkt und nicht hunderte von Granulen.



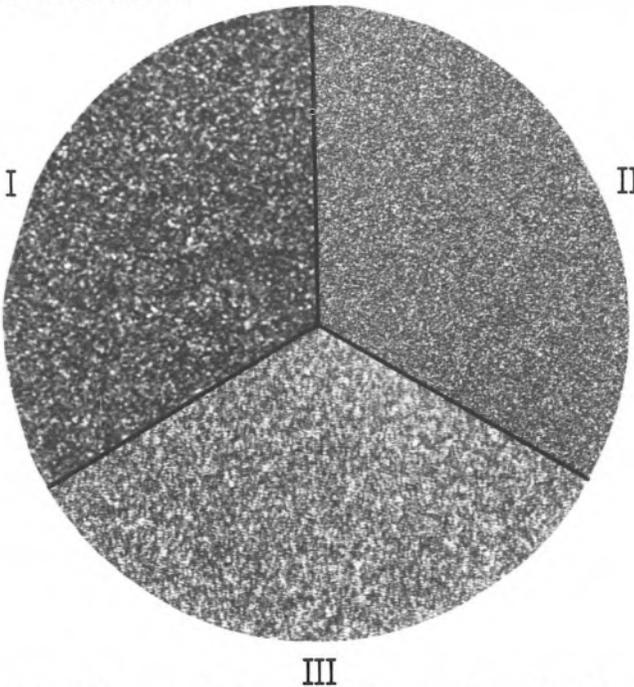
19.5.16 Speckle-Aufnahme des Doppelsternes Capella. Die Zwillingsgranulen erlauben die Bestimmung des Abstandes der beiden Komponenten (ca. 0,05 Bogensekunden anhand des Maßstabes) sowie der Stellung der Komponenten zueinander (rechtsoben – linksunten).



19.5.17 Speckle-Aufnahme der Beteigeuze. Die Granulen sind merklich größer (verglichen etwa mit Abb. 19.5.15) und stellen Bilder der Sternscheibe der Beteigeuze dar.

19.6 Durchführung des Musterversuches

Wir weiten den Strahl eines Helium-Neon-Gaslasers so auf, daß er auf einem weißen Schirm einen Fleck von einigen Millimeter Durchmesser erzeugt. Etwa einen Meter davor halten wir eine Mattscheibe und betrachten sie mit einer kräftigen Lupe ($f \approx 40$ mm). Die Granulation fällt sofort auf und kann leicht ausgemessen werden. Man kann nun durch Variation des Diffusordurchmessers D und der Entfernung Diffusor – Mattscheibe f die Beziehung 19.5.12 bestätigen. Selbstverständlich kann man die Granulation auch photographieren. Hierzu entfernt man aus einer einäugigen Spiegelreflexkamera das Objektiv und bringt sie auf einem Stativ so an, daß das vom Diffusor kommende Licht senkrecht auf die Filmebene fallen kann. In Abb. 19.6.1, Sektoren I und II sind zwei derartige Aufnahmen dargestellt. Abb. 19.6.1, Sektor III beweist, daß der Diffusorstreuung in der Tat auch eine abbildende Eigenschaft zukommt. Der Diffusor wurde zu diesem Zweck von zwei eng benachbarten Lichtquellen bestrahlt (Doppelsternsimulation). Wie in Abb. 19.5.16 treten Zwillinggranulen auf und es lassen sich der Winkelabstand und der Positionswinkel der Komponenten dieses simulierten Doppelsternes ohne weiteres ermitteln.



19.6.1 Photographische Aufzeichnung des Granulenmusters eines kleinen Helium-Neon-Gaslasers ($\lambda = 632,8$ nm) unter verschiedenen Bedingungen. Für die Originalaufnahme der hier auf etwa die Hälfte verkleinerte Abbildung galt:

Sektor I : Diffusordurchmesser $D = 1,5$ mm
Entfernung $f = 1,52$ m

Sektor II : Diffusordurchmesser $D = 6$ mm
Entfernung $f = 1,52$ m

Sektor III: wie Sektor I, jedoch Strahlverdopplung zur Simulierung eines Doppelsternes analog zu Abb. 19.5.16

Die Sektoren I und II erlauben die Bestätigung der Abschätzung des Granulendurchmessers d (Gleichung 19.5.12) Film: 18 DIN. Belichtungszeit: einige Minuten.

20. Musterversuch „Die Oberflächentemperatur der Sonne“

20.1 Vorkenntnisse

Der Aufbau des Sonnensystems. Das $1/r^2$ – Gesetz der Photometrie. Das \uparrow Stefan-Boltzmannsche Gesetz.

20.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Ein kleines Fernrohr mit Sonnenprojektionsschirm. Stoppuhr.

20.3 Empfohlene Stundenaufteilung

1 Schulstunde für die Vorbereitung. Die Messung (ca. 1/2 Schulstunde) kann auch von dem Musterversuch 15. „Mittlere Dichte von Sonne und Jupiter im Vergleich zur Erde“ übernommen werden.

20.4 Einführung

Die Oberflächentemperatur der Sonne ist eine ihrer charakteristischen Größen. Sie bestimmt den chemischen und physikalischen Zustand der äußeren Sonnenschichten. Ihr Wert liegt mit 5770 K über den Siedepunkten aller Elemente und Verbindungen und bewirkt die gasförmige Natur der Sonnenatmosphäre. Weiterhin regelt die Oberflächentemperatur über das Plancksche Strahlungsgesetz Farbe und Strahlungsleistung der Sonne. Damit legt sie auch die Temperatur (und somit das Klima) auf unserer Erde fest.

Von großer Bedeutung für die Entwicklung und Erhaltung des Lebens auf unserer Erde ist vor allem die *Konstanz* von Oberflächentemperatur und Strahlungsleistung der Sonne. Eine Verringerung der Oberflächentemperatur um nur hundert Grad würde auf der Erde zu einer neuen Eiszeit führen. Eine solche Variation ist jedoch nicht beobachtet worden; Licht- und Wärmeleistung der Sonne sind sogar außerordentlich stabil. Über größere Zeiträume hinweg ist eine solche Konstanz aber nicht zu erwarten. Wie jeder (Hauptreihen-)Stern entwickelt sich auch die Sonne und hat seit ihrer Entstehung vor viereinhalb Milliarden Jahren ihre Oberflächentemperatur um etwa 330 K erhöht.

20.5 Grundlagen des Musterversuches

Eine schwarze Fläche F der Temperatur T strahlt nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz die Leistung

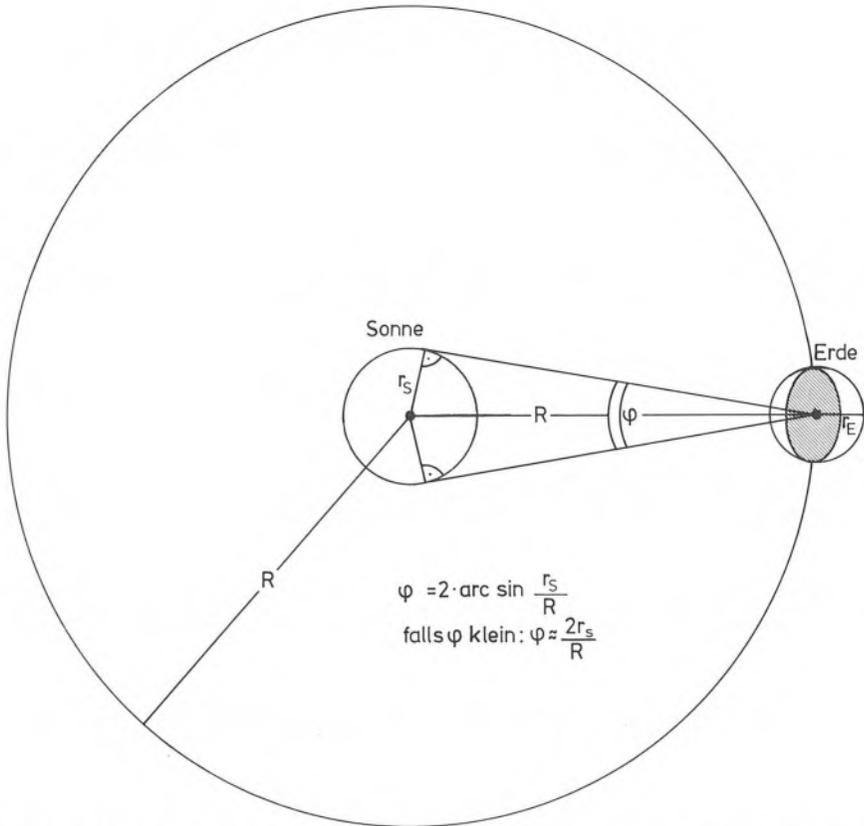
$$20.5.1 \quad L = F \cdot \sigma \cdot T^4$$

aus. Der Zahlenwert der Konstanten ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$) fällt im folgenden heraus; wichtig ist lediglich die Proportionalität zwischen L und $F \cdot T^4$.

Umgekehrt nimmt eine schwarze Fläche gemäß 20.5.1 die Temperatur T an, wenn auf sie die Strahlungsleistung L fällt.

Gleichung 20.5.1 gilt in guter Näherung auch für die Oberflächentemperaturen von Sonne und Erde. Die Strahlungsleistung der Sonne L_s hängt von ihrer Oberflächentemperatur T_s und ihrer Oberfläche $4\pi r_s^2$ (Abb. 20.5.3) ab:

$$20.5.2 \quad L_s = 4\pi r_s^2 \cdot \sigma \cdot T_s^4$$



20.5.3 Zur Berechnung der Strahlungsflüsse an der Sonnen- und Erdoberfläche.

Auf die Erde fällt nur ein kleiner Teil L_E dieser Leistung. Wie Abb. 20.5.3 zeigt, ist der Anteil gleich dem Verhältnis der Querschnittsfläche der Erde $r_E^2 \pi$ (schraffiert) zur Kugeloberfläche des Erdbahnradius R

$$20.5.4 \quad \frac{L_S}{L_E} = \frac{4\pi R^2}{\pi r_E^2} = 4 \frac{R^2}{r_E^2}$$

oder

$$20.5.5 \quad L_E = L_S \cdot \frac{r_E^2}{4R^2}$$

Mit 20.5.2 wird also die Einstrahlung auf die Erde:

$$20.5.6 \quad L_{E,\text{ein}} = \pi \frac{r_S^2 r_E^2}{R^2} \cdot \sigma \cdot T_S^4$$

Diese Leistung, $L_{E,\text{ein}}$ muß im Strahlungsgleichgewicht ebenfalls von der gesamten (ziemlich rasch rotierenden) Erdoberfläche $4\pi r_E^2$ aufgebracht werden, damit Einstrahlung der Sonne und Abstrahlung der Erde einander kompensieren und sich eine mittlere Temperatur der Erdoberfläche T_E einstellt. Mit 20.5.1 gilt daher für die Abstrahlung der Erde:

$$20.5.7 \quad L_{E,\text{aus}} = 4\pi r_E^2 \cdot \sigma T_E^4,$$

da Energiequellen im Erdinneren nicht nennenswert beitragen.

Gleichsetzung von 20.5.6 und 20.5.7 $L_{E,\text{ein}} = L_{E,\text{aus}}$ gibt

$$20.5.8 \quad T_S = T_E \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{R}{r_S}}$$

Wir entnehmen dieser wichtigen Beziehung 20.5.8, daß die Oberflächentemperatur der Sonne allein aus der mittleren Oberflächentemperatur der Erde und dem Winkeldurchmesser der Sonne φ ($\varphi = 2r_S/R$) ermittelt werden kann. Um diesen Zusammenhang noch deutlicher hervortreten zu lassen, schreiben wir 20.5.8 um zu

$$20.5.9 \quad T_S = \frac{2T_E}{\sqrt{\varphi}}$$

Insbesondere wird aus 20.5.9 ersichtlich, daß die Kenntnis des wahren Sonnendurchmessers und der wahren Sonnenentfernung nicht notwendig ist.

20.6 Durchführung des Musterversuches

20.6.1 *Die mittlere Temperatur der Erdoberfläche T_E :* T_E muß oberhalb 0°C liegen, da wir sonst eine globale Eiszeit hätten. Man schätzt leicht ab (Jahresisothermen im Atlas), daß T_E bei $+14^\circ\text{C}$ (entsprechend 287 K) liegen muß. Eine Unsicherheit in T_E um $\pm 5^\circ$ würde T_S nur um $\frac{\pm 5}{287} = \pm 2\%$ beeinflussen, so daß im Rahmen der hier angestrebten Genauigkeit diese recht grobe Abschätzung der mittleren Oberflächentemperatur ausreicht.

20.6.2 *Der Winkeldurchmesser der Sonnenscheibe φ :* Am 27. 2. 1978 gegen 10^{30} MEZ wurde der Sonnendurchmesser aus einer Durchgangsmessung mittels Stoppuhr zu $32' 27''$ bestimmt (Näheres siehe Musterversuch 15. „Die mittleren Dichten von Sonne und Jupiter im Vergleich zur Erde“). Damit wird (im Bogenmaß)

$$20.6.3 \quad \varphi = 9,44 \cdot 10^{-3}$$

Setzt man T_E und φ in 20.5.9 ein, so erhält man

$$20.6.4 \quad T_S = 5908 \text{ K.}$$

20.7 Höchstfehlerabschätzung

Stärker als die Unsicherheiten in T_E (ca. $\pm 2\%$) und φ (kleiner 1%) wirkt sich die nicht ganz korrekte Annahme totaler Absorption der Sonnenstrahlung durch die Erdoberfläche aus. Wie genaue Messungen gezeigt haben, absorbiert die Erde nur etwa 68% der auffallenden Leistung. Wir müßten also den rechten Teil der Gleichung 20.5.6 eigentlich mit 0,68 multiplizieren um auf die wahre Einstrahlung zu kommen. Man verifiziert leicht, daß sich dann die Sonnentemperatur um den Faktor

$$20.7.1 \quad \frac{1}{\sqrt[4]{0,68}} = 1,10$$

also um 10% erhöht.

Auf der anderen Seite ist aber auch die Abstrahlung der Erde in den Weltenraum etwas geringer, als es der Gleichung 20.5.7 entsprechen würde. Der Grund liegt in der Einwirkung der Atmosphäre, die im Schwerpunkt der thermischen Abstrahlung des Erdkörpers bei etwa $\lambda = 10^{-5}\text{m}$ die Infrarotstrahlung zurückhält (\uparrow Treibhauseffekt oder greenhouse effect). Beide Effekte neigen dazu, einander zu kompensieren, und wir schließen daraus, daß ein Fehler von 10% sicher nicht überschritten wird.

21. Musterversuch „Astrophotographie“

21.1 Vorkenntnisse

Grundlagen der geometrischen Optik (Kamera) und des photographischen Prozesses. Im Einzelfall sind Kenntnisse über die Natur des photographierten Objektes notwendig. Hierzu wird auf die entsprechenden Musterversuche hingewiesen.

21.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Je nach Objekt Kleinbildkamera bis Teleskop mit Kameraansatz.

21.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Hier sind keine Empfehlungen möglich. Tagsüber (Sonne, Venus) kann die Aufnahme innerhalb einer Schulstunde geschehen. Aufnahmen in der Dämmerung oder nachts fallen naturgemäß nicht in die Unterrichtszeit.

21.4 Einführung

Die Photographie kosmischer Objekte mit einfacher Kamera, durch Teleobjektiv oder Fernrohr ist ein sehr dankbares Betätigungsfeld. Obwohl primär den Beobachtungsübungen zuzurechnen, liefert doch die Astrophotographie hervorragende Unterrichtsmaterialien. Sie zeigen einerseits, daß das Weltall erheblich vielgestaltiger ist, als es dem Auge selbst am Fernrohr erscheint. Wählt man überdies Farbfilm, so zeigt sich das Universum in einem Ausschnitt seiner breiten spektralen Vielfalt, die ja nicht nur von Rot bis Blau reicht, sondern das gesamte Spektrum der elektromagnetischen Wellenstrahlung vom Radio- bis zum Gammabereich umfaßt. Die Tabelle 21.5.1 gibt einige Durchführungsanleitungen. Sie führt das Objekt auf, nennt Filmempfindlichkeit, Blende und Belichtungszeit und stellt die Beziehung zu übergeordneten astronomischen und physikalischen Sachverhalten her. Die Angaben sollten nur als Richtwerte verstanden werden.

21.5 Grundlagen und Durchführung des Musterversuches

Beispiele für Aufnahmen nach diesen Hinweisen finden sich an vielen Stellen dieses Buches.

Eigene Aufnahmen des Sternhimmels sind für die Schüler stets ungemein reizvoll, da sie die astronomischen Phänomene in großer Eindringlichkeit demonstrieren. Das gilt auch für Schüler der Sekundarstufe I, denen der physikalische Grund mancher Erscheinungen erst später klar wird.

21.5.1

Objekt	Technik	DIN	f/D	t(sec)	Astronomisch-physikalischer Sachverhalt
A) TAGSÜBER					
Sonne	T, F Graufilter, Projektion	15	15	0,01	Randverdunklung und -rötung, Strahlungsgesetze, Sonnenflecken, deren Helligkeit und Wanderung, Finsternis
Sonne	F, H α -filter	27	15	0,03	Protuberanzen
Irdische Objekte	T, F	15	15	0,02	Ermittlung der Brennweite, optische Fernrohrgesetze
B) ABENDS, DÄMMERUNG					
Mond	(T), F	18	15	0,1... 0,01	Mondlandschaften, Schattenwurf, Variation des Durchmessers als Folge der Ellipsenbahn, Parallaxe zur Mondentfernung
Sonnenbild	T, F	15	15	var.	Refraktion, atmosphärische Extinktion
Grüner Strahl	T, F	18	8	0,2	Optische Eigenschaften der Gase, differentielle Refraktion
Aschgraues Mondlicht	T, F	18	4	1	Albedo der Erde, Planet Erde im Weltraum
Satelliten	K	23	2	500	Bahn, bei regelmäßiger Objektivabdeckung auch Geschwindigkeit der Satelliten
C) NACHTS					
Aufnahmen bei Mondlicht	K	27	2	200	Vergleich Mondlicht/Sonnenlicht, Unterschied zu Aufnahmen bei Nachthimmelslicht
Aufnahmen bei Nachthimmelslicht	K	27	2	10000	Chemismus der Atmosphäre, Unterschied zum Tageshimmel (Himmel bei Vollmond)
Nachthimmel	K	27	2	1000	Chemismus der Atmosphäre
Polarlichter	K	27	2	300	Solarerterrestrische Beziehungen, Erde als Planet, Plasmen
Sternspuren	K	23	2	300	Strahlungsgesetze, thermische/nichtthermische Strahler, Entfernung der Fixsterne
Extrafokale Sternbilder	K	23	2	1000	Refraktion
Sternspuren am Horizont	T, F*	27	15	60	Erdschatten, atmosphärische Strahlenbrechung
Mondfinsternis	T, F*	27	15	60	Kinematik, Dynamik, Gravitation, Überlagerung von Geschwindigkeiten
Planeten	K*	23	4	10	Überlagerung von Geschwindigkeiten
Kometen	K, T, F*	27	4...15	5...100	Staub und Gas im Sonnensystem
Milchstraße	K*	27	2	1000	
Planetenoberflächen	F*	27	150	1	Abplattung des Jupiter, Jupitermonde zur Dynamik und Gravitation

* Nachführung erforderlich!

Abkürzungen: K = Kleinbildkamera (f = 50 mm, f/2.8 oder lichtstärker), T = Teleobjektiv (f = 135 ... 200 mm) zur Kleinbildkamera, F = Fernrohr (ab f/15, f = 1000 mm), D = Öffnung.

22. Musterversuch „Photometrie“

mit den Teilversuchen:

- 22.1 Sternradien
- 22.2 Oberflächentemperaturen kosmischer Objekte
- 22.3 Entfernungen kosmischer Objekte
- 22.4 Laborversuch: Ein Halbleiterphotometer
- 22.5 Laborversuch: Simulation von Lichtkurven

22.0.1 Vorkenntnisse

Das photometrische $1/r^2$ -Gesetz. Das Plancksche Strahlungsgesetz für die thermische Strahlung, Existenz elektromagnetischer Strahlung auch nicht-thermischen Ursprungs.

22.0.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine für die Teilversuche 1–3. Die Teilversuche 4 und 5 erfordern einen Photohalbleiter und Verstärker für Beleuchtungsstärken 0,1 . . . 10 Lux.

22.0.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Die Grundlagen wie auch die Teilversuche 1–3 können in je einer Schulstunde abgehandelt werden. Die Teilversuche 4 und 5 erfordern je nach Ausstattung der Physiksammlung längere Vorbereitung.

22.0.4 Einführung

Die elektromagnetische Strahlung ist die bei weitem wichtigste Informationsquelle über den Zustand der kosmischen Materie. Die Anwendung der Strahlungsgesetze bildet daher ein grundlegendes Hilfsmittel des Astronomen.

Der Astronom kann dabei auf ganz verschiedene Typen von Strahlungsgesetzen zurückgreifen. Da sind zunächst allgemein-physikalische Strahlungsgesetze wie die des Schwarzen Körpers, umfassend beschrieben durch das ↑ Plancksche Strahlungsgesetz. Integration, Differentiation sowie Approximation liefern daraus weitere wichtige Zusammenhänge (schon vor Aufstellung des Planckschen Strahlungsgesetzes bekannt), die der folgenden Tabelle 22.0.4.1 entnommen werden können. Die Wiensche Näherung gilt für den kurzwelligen Teil der Strahlungskurve. Der Abfall ist dort erheblich stärker als im langwelligen Bereich, für den das Rayleigh-Jeanssche Gesetz gilt (Abb. 22.0.4.5). Von Bedeutung ist ferner das Wiensche Verschiebungsgesetz. Es besagt, daß die Wellenlänge maximaler Energieabstrahlung umgekehrt proportional zur Temperatur des (Schwarzen) Strahlers ist. Das Stefan-Boltzmannsche Gesetz schließlich gibt an, daß die Gesamtabstrahlung proportional zur vierten Potenz der Temperatur ist.

22.0.4.1

Name	λ -Skala	ν -Skala
Kirchhoff-Planck-Funktion	$\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T} - 1}$	$\frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$
Wiensche Näherung	$\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{k\lambda T}}$	$\frac{2\pi h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$
Rayleigh-Jeans-Näherung	$\frac{2\pi c}{\lambda^4} \cdot k \cdot T$	$\frac{2\pi \nu^2}{c^2} \cdot k \cdot T$
Wiensches Verschiebungsgesetz	$\lambda_{\max} \cdot T = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{mK}$	$\nu_{\max} = 5,88 \cdot 10^{10} \cdot T \text{ Hz} \cdot \text{K}^{-1}$
Stefan-Boltzmannsches Gesetz	$L_{\text{ges}} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{T}^4 \frac{\text{J/s}}{\text{m}^2 \text{grd}^4}$	
Wellenlänge	λ in m	
Frequenz	ν in s^{-1}	
Temperatur	T in Kelvin	
λ_{\max} :	Wellenlänge maximaler Abstrahlung des Strahlers	
ν_{\max} :	Frequenz maximaler Abstrahlung des Strahlers	
L_{ges} :	Gesamtleistung des Strahlers	
Universelle Konstanten:		
Plancksches Wirkungsquantum	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Boltzmannsche Konstante	$k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$	
Lichtgeschwindigkeit	$c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	

Eine Strahlung anderer Art ist die \uparrow Synchrotronstrahlung (\uparrow Pulsar), die hier als wichtiger Vertreter einer nicht-thermischen Strahlung vorgestellt wird. Sie setzt freie Elektronen voraus, die Spiralbahnen um ein Magnetfeld beschreiben. Im Kern handelt es sich bei der Synchrotronstrahlung um die Hertzsche Dipolstrahlung einer (auf Kreisbahn) beschleunigten Ladung. Durch relativistische Effekte wird die abgestrahlte Energie der fast mit Lichtgeschwindigkeit umlaufenden Elektronen stark in Richtung des momentanen Geschwindigkeitsvektors konzentriert. Abb. 22.0.4.6 zeigt den Hauptunterschied von thermischer und Synchrotronstrahlung. Während die thermische Strahlung z. B. beim Vierfachen der Frequenz maximaler Abstrahlung schon praktisch auf Null abgefallen ist, hat die Synchrotronstrahlung dort noch 25% des Maximalwertes (Abb. 22.0.4.6). Bei gegebener Maximalabstrahlung ist die Synchrotronstrahlung im Kurzwelligen viel ergiebiger.

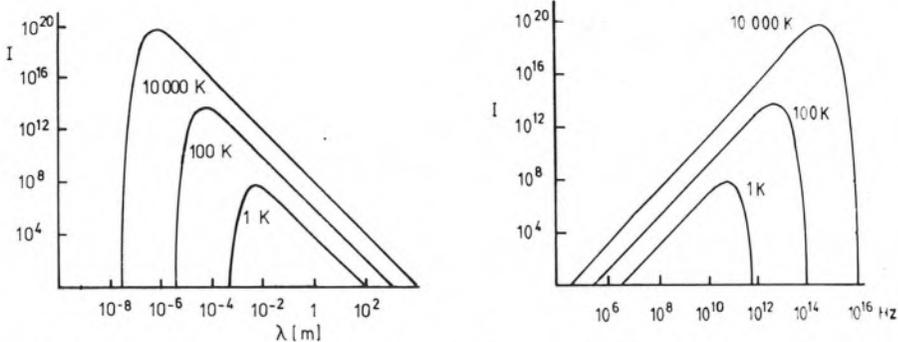
Die Theorie des Sternaufbaus und entsprechende Beobachtungen zeigen, daß die weit überwiegende Mehrzahl der Sterne, die sogenannten Hauptreihen- oder Zwergsterne (auch unsere Sonne gehört dazu) einer Beziehung zwischen den \uparrow Zustandsgrößen Leuchtkraft L und Masse M gehorcht:

$$22.0.4.2 \quad L \sim M^3,$$

wobei natürlich Leuchtkraft, Radius R und (effektive) Oberflächentemperatur T nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz

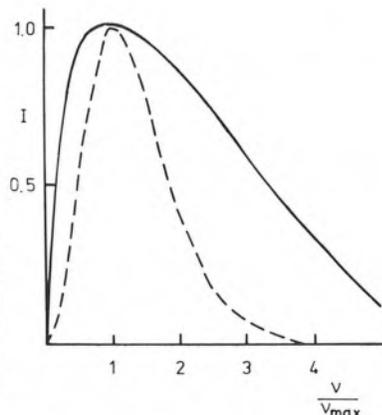
$$22.0.4.3 \quad L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

verknüpft sind.



22.0.4.5 Das Spektrum der Schwarzen Strahlung für drei verschiedene Temperaturen in Abhängigkeit von der Wellenlänge (links) und der Frequenz (rechts). Die im Text genauer erläuterte Variation der Wellenlänge bzw. Frequenz maximaler Energieabstrahlung sowie der Gesamtenergie mit der Temperatur tritt deutlich hervor. Ebenso der unterschiedliche Abfall der Strahlungsleistung auf beiden Seiten des Maximums.

22.0.4.6 Zum Vergleich der thermischen Strahlung und der Synchrotronstrahlung als wichtigem Vertreter einer nicht-thermischen Strahlung. Die thermische Strahlung (gestrichelt) fällt zu höheren Frequenzen erheblich stärker ab als die Synchrotronstrahlung (durchgezogene Kurve).



22.0.4.4 Abb. 22.1.5 belegt dies genauer. Ein Stern einer gegebenen Oberflächentemperatur T (Abszisse) hat eine damit fest verknüpfte Gesamtstrahlungsleistung L (linke Ordinate). Die Bedeutung dieser Beziehung („Hauptreihe der Zwergsterne im Hertzsprung-Russell-Diagramm“) liegt auf der Hand. Die Oberflächentemperatur eines Sternes ist nämlich relativ einfach zu bestimmen, zum Beispiel mittels des Wienschen Verschiebungsgesetzes aus der Wellenlänge maximaler Intensität. Gibt nun L die Strahlungsleistung in 1 pc Entfernung an*, so ist die Strahlung in r pc Entfernung auf

$$22.0.4.7 \quad I = \frac{L}{(r/1 \text{ pc})^2}$$

gesunken. I läßt sich aber mit einem Photometer messen und somit die Entfernung r des Sternes bestimmen:

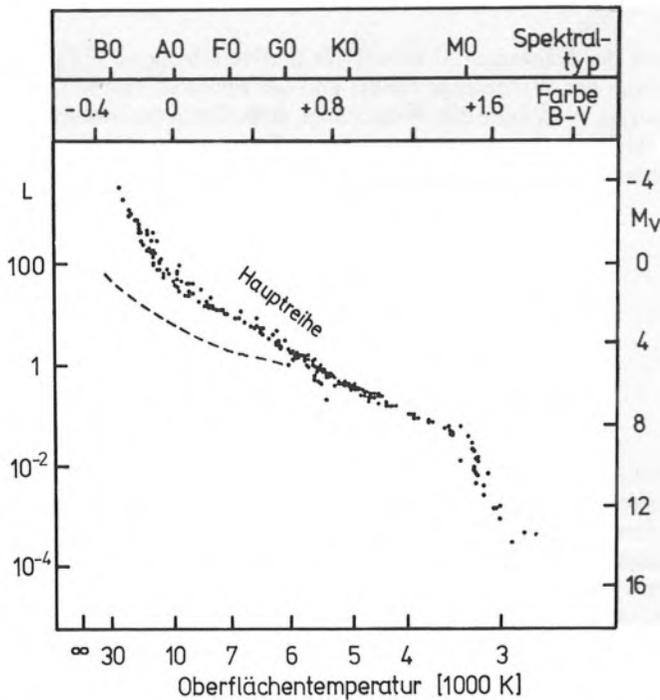
$$22.0.4.8 \quad r = \sqrt{\frac{L}{I}} \text{ pc.}$$

* Ein Parsec (abgekürzt: pc) entspricht $3,09 \cdot 10^{16}$ m. Siehe den Musterversuch 7. „Entfernung eines sonnenähnlichen Fixsterns“.

22.1 Teilversuch: Sternradien

22.1.1 Grundlagen des Teilversuches

Abb. 22.1.5 zeigt die Strahlungsleistungen L der Zwergsterne (Hauptreihe), gesehen aus konstanter Entfernung und beobachtet mit fester Bandbreite um eine gegebene Wellenlänge herum. Diese Wellenlänge beträgt 550 nm (der „visuelle“ Spektralbereich der Photometrie) und die Bandbreite ist schmal (rund 100 nm). Wir können daher ohne allzu großen Fehler für das folgende von einer monochromatischen Strahlung ausgehen, die L erzeugt.



22.1.5 Für die Mehrzahl der Sterne existiert eine eindeutige Zuordnung von Oberflächentemperatur und Strahlungsleistung. Diese Abhängigkeit kommt in der „Hauptreihe der Zwergsterne im Hertzsprung-Russell-Diagramm“ zum Ausdruck und ist in der Abbildung dargestellt. Die untere Abszisse und linke Ordinate geben den Zusammenhang in allgemeinen physikalischen Größen (Intensität L in Sonnenleuchtkräften, Temperatur in K). Die obere Abszisse und rechte Ordinate führen die entsprechenden astronomischen Größen auf (Spektraltyp bzw. Farbe (B-V) sowie \uparrow absolute visuelle Größe M_V). Die Schraffur weist darauf hin, daß diese Größen nur der Vollständigkeit halber dargestellt sind und bei der Versuchsdurchführung nicht benötigt werden. Weiterhin ist gestrichelt dargestellt, wie die Leuchtkraft der Sterne bei konstanter Oberfläche nach der Kirchhoff-Planck-Funktion 22.1.2 im Temperaturbereich oberhalb 6000 K verlaufen müßte. Man erkennt, daß die Hauptreihe über dieser Kurve verläuft, die früheren Sterne also größere Durchmesser als die Sonne haben müssen. Die doppelt-logarithmische Darstellung wird in der Astrophysik oft gebraucht, um die gewaltigen Intervalle zu erfassen und Abhängigkeiten in Gestalt von Potenzgesetzen zu erkennen.

Hätten die Sterne alle die gleiche strahlende Oberfläche und damit den gleichen Radius, so müßte L die Kirchhoff-Planck-Funktion bei konstanter Wellenlänge und variabler Temperatur widerspiegeln. In Übereinstimmung mit Tabelle 22.0.4.1 würden wir dann erwarten, daß die ↑ Hauptreihe der Zwergsterne im ↑ Hertzsprung-Russell-Diagramm durch

$$22.1.2 \quad L \sim \frac{1}{e^{(h \cdot c)/(k \cdot \lambda \cdot T)} - 1} \quad (\text{mit } \lambda = 550 \text{ nm})$$

dargestellt wird. Dies ist jedoch nicht der Fall (Abb. 22.1.5, gestrichelte Kurve). Wir müssen vielmehr annehmen, daß der Radius R und damit die Sternoberfläche F entlang der Hauptreihe mit der Temperatur variieren:

$$22.1.3 \quad F(T) = 4\pi R(T)^2$$

Somit setzen wir in erster Näherung

$$22.1.4 \quad L \sim \frac{4\pi R(T)^2}{e^{(h \cdot c)/(k \cdot \lambda \cdot T)} - 1} \quad \text{mit } \lambda = 550 \text{ nm}$$

und können dann die Sternradien berechnen, wenn wir etwa für $T = 6000 \text{ K}$ den Sonnenradius annehmen*.

22.1.6 Durchführung des Teilversuches

Wir wählen aus Abb. 22.1.5 drei Sterne aus und zwar

1) einen späten B-Stern mit $L = 100 L_{\odot}$, $T = 12000 \text{ K}$

2) den Sonnenstern mit $L = 1 L_{\odot}$, $T = 6000 \text{ K}$

3) einen M-Stern mit $L = 0,01 L_{\odot}$, $T = 3200 \text{ K}$

Alle Zahlenangaben, insbesondere die Radien, werden im folgenden auf den mittleren Stern bezogen. Die Radien ergeben sich somit in Sonnenradien $r_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$.

a) Die Strahlungsleistungen pro Flächeneinheit ergeben sich aus 22.1.2 nach Maßgabe der Temperaturen wie

$$\text{B-Stern} : \text{Sonnenstern} : \text{M-Stern} = 9,85 : 1 : 0,022$$

b) Da sich die Helligkeiten wie

$$\text{B-Stern} : \text{Sonnenstern} : \text{M-Stern} = 100 : 1 : 0,01$$

verhalten, müssen die Oberflächen und damit die Sternradien von B nach M abnehmen. Es folgt für die Oberflächen

$$\text{B-Stern} : \text{Sonnenstern} : \text{M-Stern} = \frac{100}{9,85} : 1 : \frac{0,01}{0,022}$$

Aus diesen Flächenverhältnissen folgt schließlich für die Radien der Sterne:

22.1.7 Radius des B-Sternes: 3,19 Sonnenradien

Radius des M-Sternes: 0,67 Sonnenradien.

Wir entnehmen aus 22.1.5 und 22.1.7 die bemerkenswerte Tatsache, daß sich bei einer Änderung der Helligkeiten um vier Zehnerpotenzen die Radien noch nicht einmal um eine Zehnerpotenz ändern.

Ähnlich gering variieren übrigens auch die Massen der Sterne (22.0.4.2).

22.1.9 Höchstfehlerabschätzung des Teilversuches

Mit schulgemäßen Mitteln nicht möglich, da die Strahlung der Sterne nicht streng dem Planckschen Gesetz folgt.

* siehe den Musterversuch 20. „Die Oberflächentemperatur der Sonne“

22.2 Teilversuch: Oberflächentemperaturen kosmischer Objekte

22.2.1 Grundlagen des Teilversuches

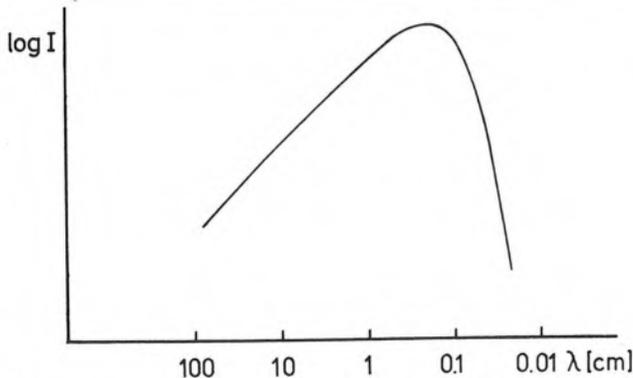
Im folgenden wird mit dem Wienschen Verschiebungsgesetz die Oberflächentemperatur von sieben kosmischen Objekten bestimmt (Abb. 22.2.4–9).

22.2.2 Durchführung des Teilversuches

Es werden die Wellenlängen λ_{\max} der sieben Objekte abgelesen und nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz (Tabelle 22.0.4.1) die Oberflächentemperaturen errechnet (Tabelle 22.2.3).

22.2.3

Abb.	Objekt	λ_{\max}	T
22.2.4	Hintergrundstrahlung	1500 μm	2 K*
22.2.5	Infrarotquelle	36 μm	80 K
22.2.6	Infrarotobjekt	7 μm	410 K
22.2.7	β Pegasi	1 μm	2900 K
22.2.7	α Aurigae	0,8 μm	3600 K
22.2.8	Sonne	0,45 μm	6400 K**
22.2.9	γ Orionis	0,12 μm	24000 K



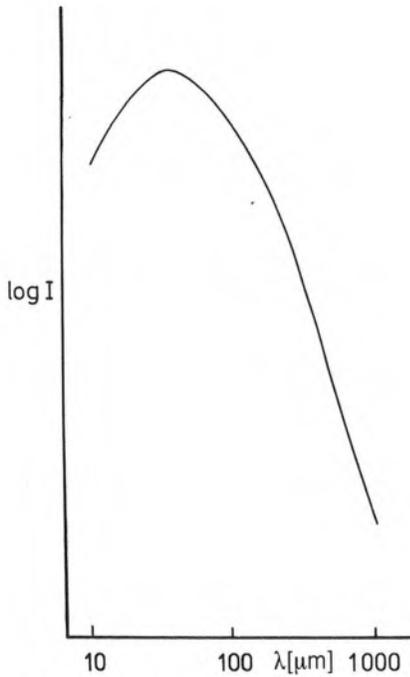
22.2.4 Diese Abbildung zeigt den spektralen Verlauf der sogenannten 3 K-Hintergrundstrahlung: eine der stärksten Stützen für die Annahme eines „dramatischen“ Weltbeginns (Urknall). Nach Entstehung des Universums kühlte sich der ursprünglich enorm heiße „Feuerball“ ab. Immer, wenn bei der Abkühlung eine Schwelle unterschritten wurde, der gemäß $k \cdot T = E_{\text{krit}}$ eine kritische Energie entsprach, war eine weitere Stufe der Entwicklung des Kosmos abgeschlossen. Solche Stufen sind $T \approx 10^9$ K, da $k \cdot T \approx m_{\text{Elektron}} \cdot c^2$ (Elektronen werden stabil, Elemente können entstehen)

$T \approx 10^4$ K, da $k \cdot T < \text{Ionisierungsenergie}$ (Materie und Strahlung sind völlig entkoppelt)

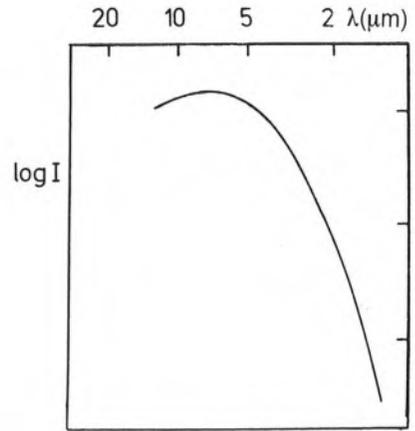
um nur zwei aufzuführen. Wie schon Boltzmann zeigte, bleibt eine Hohlraumstrahlung bei adiabatischer Expansion schwarz. Die Temperatur nimmt umgekehrt proportional zur Vergrößerung des Radius ab. Die 3K-Hintergrundstrahlung ist die ursprüngliche, vom Feuerball herrührende Strahlung, die inzwischen durch die Expansion des Universums abgekühlt ist.

* 2,7 K aus Gesamtverlauf

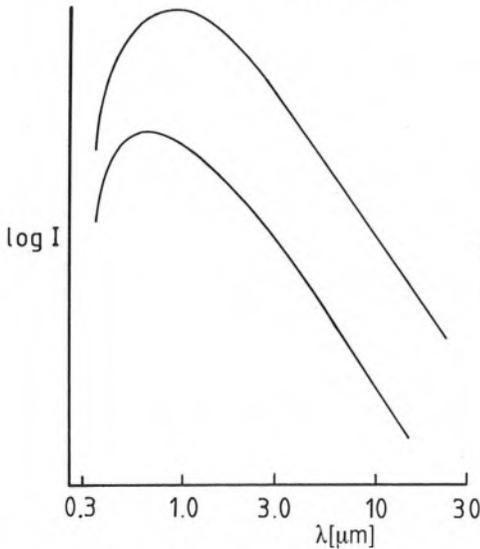
** 6000 K aus Gesamtverlauf



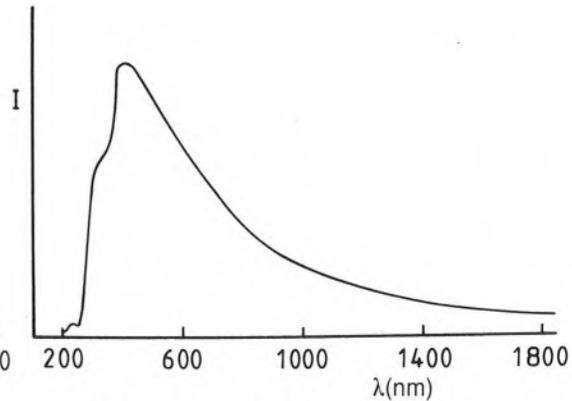
22.2.5 Spektrale Energieverteilung einer Infrarotquelle im Orionnebel. Bis 22 μ Bodenbeobachtungen, von 25 μ m bis 300 μ m aus einem umgebauten Düsenflugzeug, bei 1 mm mit einem Millimeterradioteleskop.



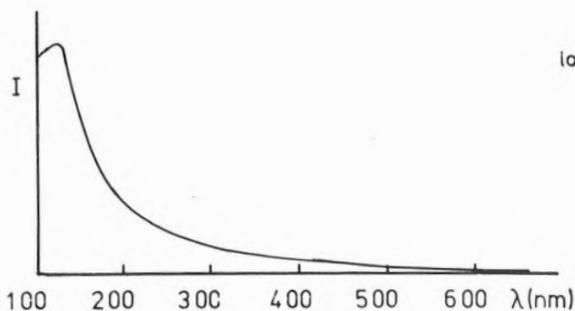
22.2.6 Das Infrarotobjekt IRC+10011.



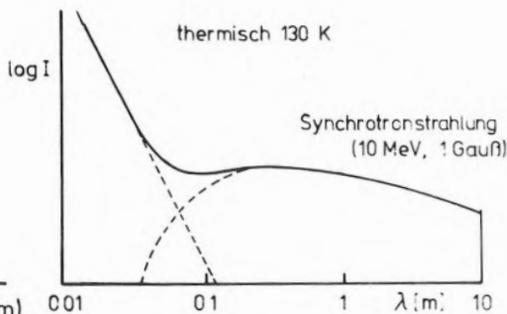
22.2.7 Spektraler Verlauf bei dem M-Stern β Pegasi (oben) und dem G-Stern α Aurigae (unten).



22.2.8 Spektraler Verlauf (Kontinuum) bei der Sonne.

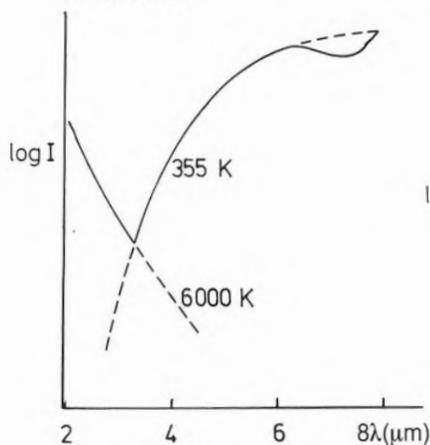


22.2.9 Spektrum des B-Sternes γ Orionis.

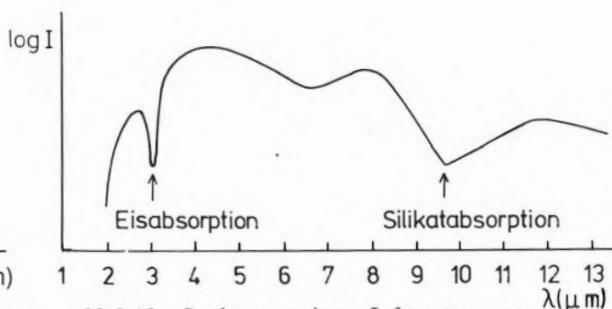


22.2.10 Die Strahlung des Planeten Jupiter ist eine Mischung aus thermischer und Synchrotronstrahlung.

Natürlich entspricht der spektrale Verlauf kosmischer Objekte nicht immer demjenigen eines Schwarzen Strahlers. Die Abbildungen 22.2.10–12 zeigen drei wichtige Sonderfälle.



22.2.11 Die Strahlung des Vollmondes besteht zu etwa 7% aus reflektiertem Sonnenlicht entsprechend einer Schwarzen Strahlung von etwa 6000 K. Das (zu 93%) vom Mondboden absorbierte Sonnenlicht wird gemäß der mittleren Temperatur (hier $+82^\circ\text{C}$) als langwelliges Infrarot zurückgestrahlt. Die Überlagerung beider Kurven ergibt das charakteristische Minimum der Mondstrahlung bei $3,5\ \mu\text{m}$. Mondlicht ist also – entgegen dem naiven Eindruck eines „kalten“ Lichtes – zu mehr als 10% Wärmestrahlung.



22.2.12 Spektrum eines Infrarotsternes (Becklin-Neugebauer-Stern im Orionnebel) mit vorgelagerter interstellarer Materie (Kleinmann-Low-Nebel). Das thermische Spektrum des Infrarotsternes wird durch (mindestens) zwei Absorptionsbanden stark modifiziert. Die Absorptionen werden dem interstellaren Eis und Silikaten zugeschrieben.

22.2.13 Höchstfehlerabschätzung des Teilversuches

Mit schulgemäßen Mitteln nicht möglich.

22.3 Teilversuch: Entfernungen kosmischer Objekte

22.3.1 Grundlagen des Teilversuches

Den \uparrow Sternhaufen der Abb. 22.3.7–9 werden mit Hilfe der Abb. 22.1.5 und unter Annahme der Gültigkeit von 22.0.4.8 ihre Entfernungen zugeordnet. Dabei wird die Verschiebung der Hauptreihe bei 2–3 Temperaturen zugrunde gelegt. Dieses Verfahren wird als photometrische Entfernungsbestimmung bezeichnet.

22.3.2 Durchführung des Teilversuches

Abb. 22.3.7 zeigt die Hauptreihe des Sternhaufens Praesepe. Der Vergleich mit Abb. 22.1.5 gibt für drei Temperaturen:

22.3.3

T [K]	I	L	L/I	$r = \sqrt{L/I}$ pc
4000	$4,17 \cdot 10^{-6}$	0,1	$2,40 \cdot 10^4$	152 pc
6000	$5,71 \cdot 10^{-5}$	1,26	$2,21 \cdot 10^4$	149 pc
7000	$4,35 \cdot 10^{-4}$	10	$2,30 \cdot 10^4$	155 pc
Mittlere Entfernung				152 pc

Für den weiter entfernten galaktischen Sternhaufen NGC 188 (Abb. 22.3.8) gilt:

22.3.4

T [K]	I	L	L/I	$r = \sqrt{L/I}$ pc
4000	$4,64 \cdot 10^{-8}$	0,1	$2,16 \cdot 10^6$	1470 pc
5000	$2,15 \cdot 10^{-7}$	0,38	$1,77 \cdot 10^6$	1330 pc
Mittlere Entfernung				1400 pc

Noch tiefer in das \uparrow Milchstraßensystem führt der Kugelsternhaufen M 92 in Abb. 22.3.9:

22.3.5

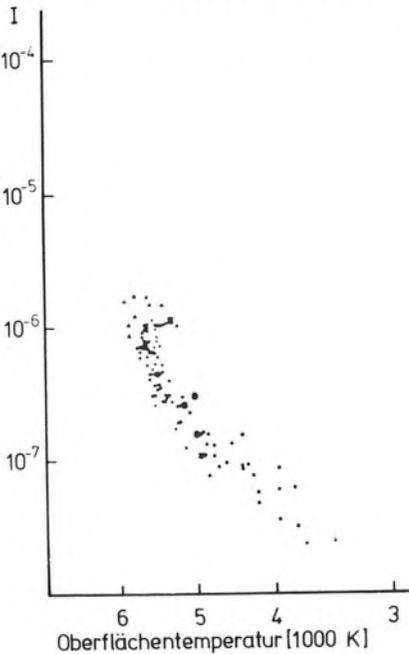
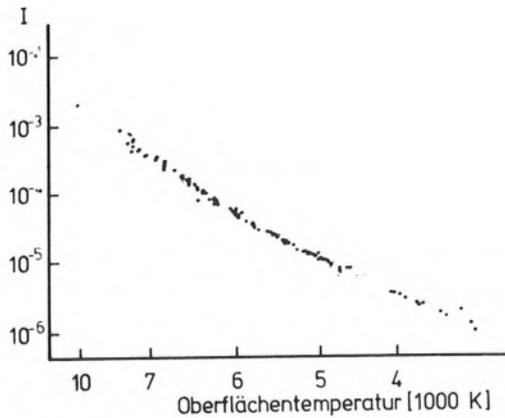
T [K]	I	L	L/I	$r = \sqrt{L/I}$ pc
5000	$1,78 \cdot 10^{-9}$	0,38	$2,13 \cdot 10^8$	14600 pc
6000	10^{-8}	1,26	$1,26 \cdot 10^8$	11200 pc
Mittlere Entfernung				13000 pc

Es ist anzumerken, daß dieser sehr metallarme Haufen die Standardhauptreihe nicht mehr sonderlich gut approximiert. Die Entfernung von 10^4 pc ist aber trotzdem größenordnungsmäßig korrekt.

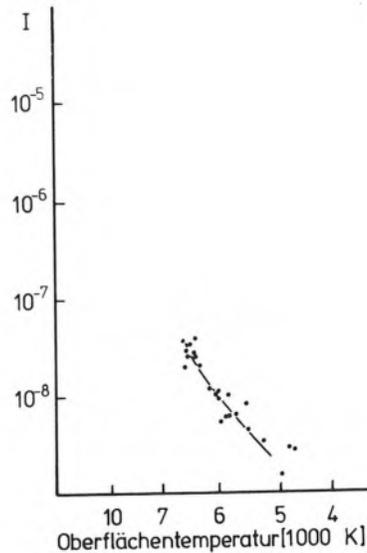
Die Diagramme zeigen Helligkeitsvariationen über elf Zehnerpotenzen. Es ist ein Hauptproblem der Sternphotometrie, die Linearität über einen solch großen Helligkeitsbereich zu gewährleisten.

22.3.6 Höchstfehlerabschätzung für den Teilversuch

Mit schulgemäßen Mitteln nicht möglich.



22.3.8 Hauptreihe des Sternhaufens NGC 188.



22.3.9 Hauptreihe des Kugelsternhaufens M 92.

22.4 Teilversuch: Laborversuch: Ein Halbleiterphotometer

22.4.1 Grundlagen des Teilversuches

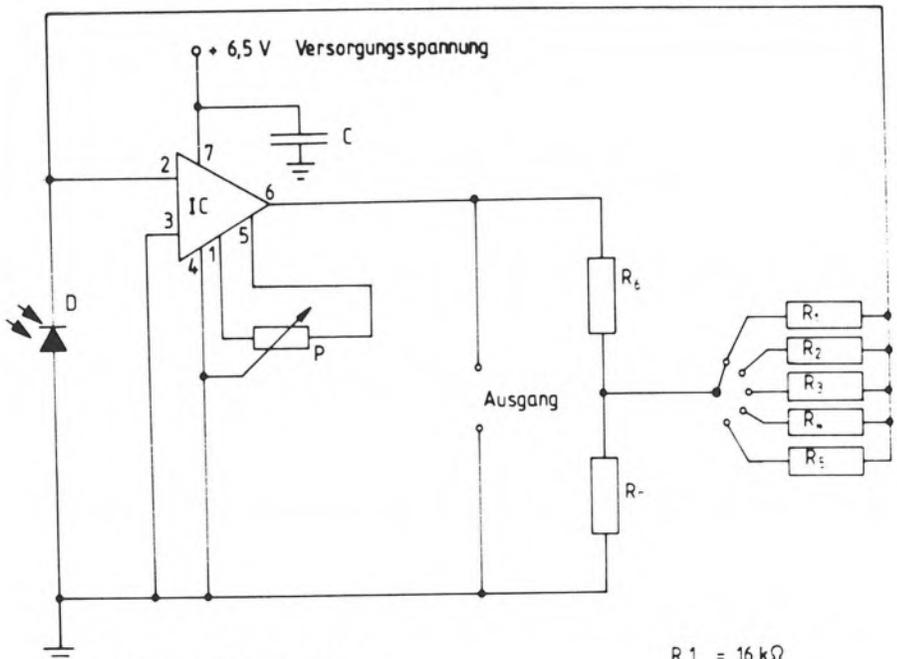
Die Halbleiterindustrie hat in den letzten Jahren Photodioden mit geringem Dunkelstrom herausgebracht, die sich für ein einfaches Photometer gut eignen. Ein Beispiel ist die Siemens Photodiode BPW 33. Ein Vorteil des Halbleiterphotometers liegt in der Verwendung ungefährlicher Spannungen von einigen Volt. Die Photoströme liegen im Nano... Mikroamperebereich. Meßgeräte für diese Strombereiche werden von der Lehrmittelindustrie angeboten und sind in den Physiksammlungen oft schon vorhanden.

Die Nachweisgrenze der Photodioden erlaubt die Messungen von Helligkeiten im Bereich Sonne . . . helle Planeten/hellste Fixsterne. Das eigentliche Gebiet der Fixsternhelligkeiten ist dem Halbleiterphotometer nicht zugänglich.

22.4.2 Durchführung des Teilversuches

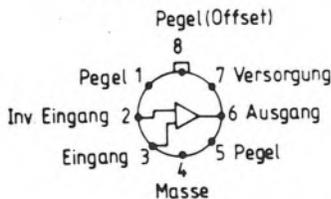
Identisch mit Teilversuch 5 dieses Musterversuches und der Durchführung des Musterversuches 23. „Die Randverdunklung der Sonne“. Abb. 22.5.2 zeigt das für die Sonnenmessung verwendete Photometer als Schaltbild.

22.5 Teilversuch: Laborversuch: Simulation von Lichtkurven



Operationsverstärker CA 3130

Blick von oben



Blick von unten



Photodiode BPW 21
Minuspol (Kathode) mit
Gehäuse verbunden

- R 1 = 16 k Ω
- R 2 = 30 k Ω
- R 3 = 4,7 k Ω
- R 4 = 68 k Ω
- R 5 = 120 k Ω
- R 6 = 10 k Ω
- R 7 = 1,1 k Ω

- C = 10 μ F, 10 V, Tantal
- D = BPW 21
- P = 100 k Ω
- IC = CA 3130

22.5.2 Schaltung für ein einfaches Halbleiterphotometer zur Registrierung der simulierten Lichtkurve eines Bedeckungsveränderlichen oder der Sonnenhelligkeit (Musterversuch 23. „Die Randverdunklung der Sonne“). Für schwächere Helligkeiten eignet sich besser die Photodiode BPW 33.

22.5.1 Grundlagen des Teilversuches

Wenn in einem Doppelsternsystem die Neigung der Bahnebene mit der Sichtlinie des Beobachters zusammenfällt, wird es während eines Umlaufs der beiden Sterne zu gegenseitigen Bedeckungen der beiden Komponenten kommen. Das bekannteste Beispiel eines derartigen \uparrow Bedeckungsveränderlichen ist Algol (β Persei). Die Entfernung der Sterne von der Erde ist unvergleichlich viel größer als ihr gegenseitiger Abstand. Deshalb kann man in keinem Teleskop diesen Vorgang unmittelbar verfolgen. Während der Zeiten, zu denen sich die beiden Sterne gegenseitig bedecken, wird man lediglich eine Abnahme der Helligkeit beobachten. Während der übrigen Zeit, die die beiden Sterne für einen Umlauf um ihren gemeinsamen Schwerpunkt benötigen, wird die Helligkeit des Systems konstant erscheinen (Abb. 22.5.4).

Die Form und die Tiefe der Minima werden durch folgende Parameter bestimmt:

r_g : Radius des größeren Sterns in Einheiten des Bahnumfanges

r_k : Radius des kleineren Sterns in Einheiten des Bahnumfanges

I_g : Intensität des größeren Sterns

I_k : Intensität des kleineren Sterns

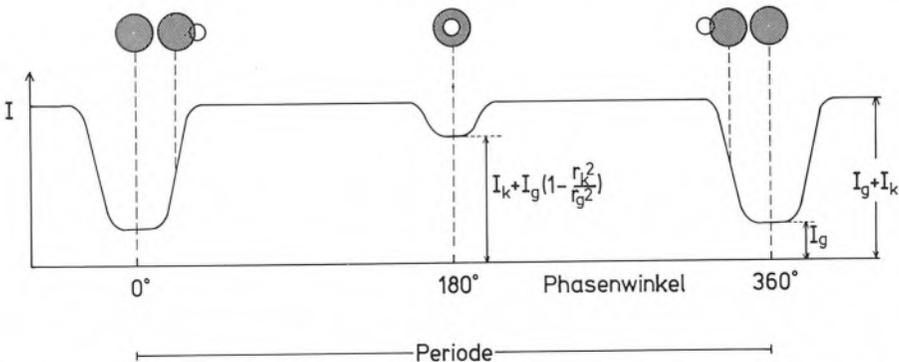
22.5.3 Durchführung des Teilversuches

Die geometrischen und photometrischen Parameter, die das System eines Bedeckungsveränderlichen definieren, lassen sich im Labor mit zwei verschieden großen und unterschiedlich hellen Mattglaslampen simulieren.

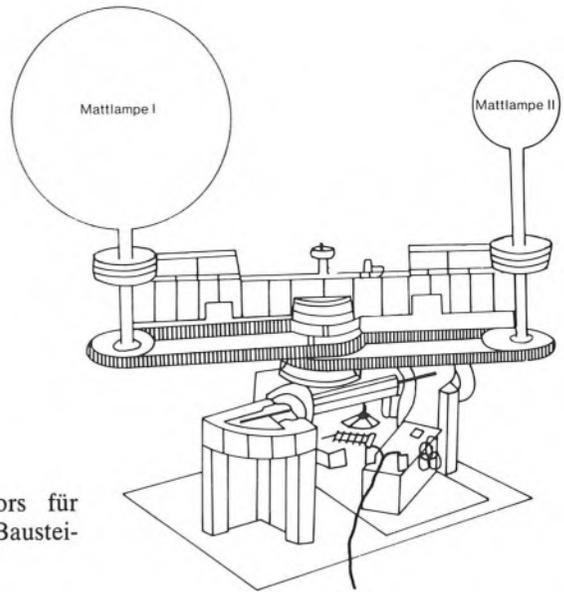
Zwei derartige Lampen werden auf einen Rotor gesetzt, der von einem Experimentiermotor gedreht wird (Abb. 22.5.5). Wird die Helligkeit des Modellsystems mit dem Halbleiterphotometer während eines Umlaufs gemessen, so erhält man auf dem Registrierschreiber einen Intensitätsverlauf, der die Konstanten r_g , r_k , I_g und I_k zu bestimmen gestattet und der astronomischen Analyse eines echten Bedeckungsveränderlichen entspricht.

Bei der praktischen Durchführung ist zweierlei zu beachten:

- a) Bei dem Umlauf umeinander müssen die beiden Lampen dem Photometer stets die gleiche Seite zuwenden. Würden die Lampen ebenfalls rotieren, so würde



22.5.4 Die Helligkeit eines Bedeckungsveränderlichen hängt von der Stellung der beiden Komponenten zum Beschauer ab. Stehen die Komponenten nebeneinander, so beobachten wir einfach die Helligkeitssumme $I_g + I_k$. Verschwindet die kleinere Komponente hinter der größeren, so beobachten wir die Helligkeit der größeren Komponente I_g , im umgekehrten Fall messen wir die zusammengesetzte, flächengewichtete Helligkeit $I_k + I_g (1 - [r_k/r_g]^2)$.

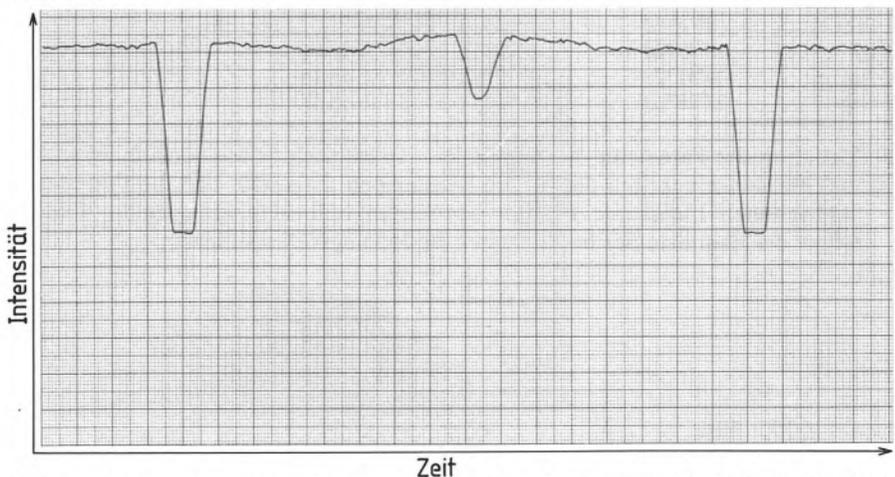


22.5.5 Aufbau des Simulators für Bedeckungsveränderliche aus Bausteinen von „Fischer-Technik“.

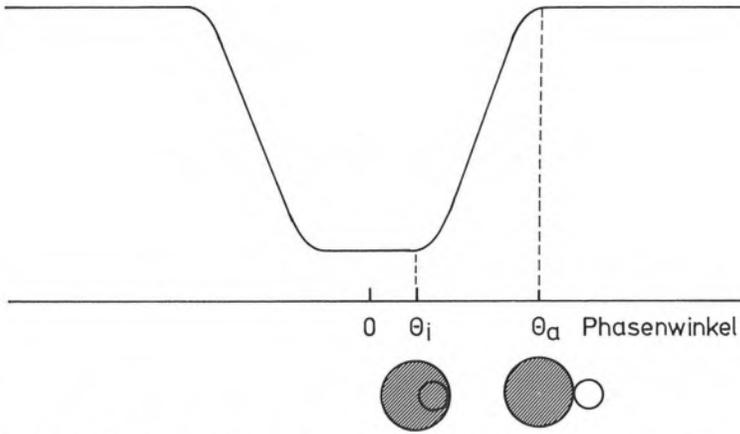
der Lichtkurve durch die Inhomogenitäten im Glas eine zusätzliche Variation aufgeprägt werden. Dies vermeidet man durch eine Zahnrad-Kettenkombination gemäß Abb. 22.5.5.

- b) Die Entfernung zum Photometer sollte mehr als fünfzehnmal so groß sein wie der Abstand der Lampen. Nur dann werden störende $1/r^2$ -Effekte (für das Photometer wirken die Lampen als eine Punktlichtquelle) der beiden Lampen auf ein erträgliches Maß reduziert.

Abb. 22.5.6 zeigt eine so registrierte Lichtkurve. Man kann daraus nicht nur die Intensität der einzelnen Lampen (in Einheiten der Gesamthelligkeit $I_g + I_k$) ermitteln (Abb. 22.5.4), sondern auch die Radien r_g und r_k in Einheiten des Bahnumfanges. Die Flanken des Hauptminimum werden nämlich gemäß Abb. 22.5.7 durch $2r_k$ charakterisiert, die Länge des Plateaus mit der Minimalhelligkeit I_g durch $2(r_g - r_k)$.



22.5.6 Registrierung einer Lichtkurve mit dem Aufbau gemäß Abb. 22.5.5. Die Durchmesser und Helligkeiten der beiden Mattglaslampen wurden in Anlehnung an Abb. 22.5.4 gewählt.



22.5.7 Die Sternradien r_g und r_k in Einheiten des Bahnumfanges erhält man aus der Länge des Minimum und der Flanken.

22.5.8 Höchstfehlerabschätzung
Entfällt.

22.5.9 Arbeitsgemeinschaft

a) Beobachtung der Lichtkurven der Bedeckungsveränderlichen aus folgender Liste mit Hilfe der Methode der Stufenschätzung nach Argelander (siehe beispielsweise G. D. Roth, Handbuch für Sternfreunde, Springer-Verlag).

22.5.10

Name	Rektaszension (1980.0)	Deklination	Periode (Tage)	Variation (Δm)
γ Cas	$0^h 55^m 30^s$	$60^\circ 37'$	unregelmäßig	1,3
β Per	$3^h 6^m 53^s$	$40^\circ 52'$	2,87	1,1
β Lyr	$18^h 49^m 20^s$	$33^\circ 21'$	12,91	0,7
η Aql	$19^h 51^m 28^s$	$0^\circ 57'$	7,18	0,7
δ Cep	$22^h 28^m 25^s$	$58^\circ 19'$	5,37	0,6

b) Variation der Parameter der Simulation (Teilversuch 5) wie Radien, Abstände und Flächenhelligkeiten der beiden Mattlampen dergestalt, daß die Form einer beobachteten Lichtkurve mit der simulierten optimal übereinstimmt. Daraus folgen die Elemente der beobachteten Bedeckungsveränderlichen.

23. Musterversuch „Die Randverdunklung der Sonne“

23.1 Vorkenntnisse

Gasnatur der äußeren Sonnenschichten, Kirchhoff-Plancksches Strahlungsgesetz, Kenntnis der Integralrechnung (kann im Bedarfsfall durch Summationen ersetzt werden).

23.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Ein kleines Fernrohr mit Sonnenprojektionsschirm und aufgeklebtem Photohalbleiter/Verstärker.

23.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Zwei Schulstunden für die Grundlagen. Die Messung kann bei klarem Himmel (tagsüber!) innerhalb einer Schulstunde durchgeführt werden.

23.4 Einführung

Bei der Betrachtung von Sonnenphotos fällt auf, daß die Helligkeit der Sonnenscheibe zum Rand hin abnimmt (Abb. 23.5.1). Die Abnahme der Flächenhelligkeit – die mit einer Rötung Hand in Hand geht – verläuft nicht gleichmäßig. In der Mitte der Sonnenscheibe ist sie gering, zum Rand hin wird sie immer stärker, bis sie dann – innerhalb weniger Bogensekunden – um viele Zehnerpotenzen abfällt und so den scharfen Sonnenrand definiert.

Diese **Randverdunklung der Sonne**, auch Mitte-Rand-Variation genannt, ist der augenfälligste Hinweis auf den gasförmigen Zustand der äußeren Sonnenschichten. Ein fester glühender Körper hätte nach dem Lambertischen Strahlungsgesetz eine konstante Flächenhelligkeit. Zum Beispiel zeigt ein glühender Platindraht keine Randverdunklung.

23.5 Grundlagen des Musterversuches



23.5.1 Aufnahme einer partiellen Sonnenfinsternis. Die Randverdunklung der Sonne tritt durch den Gegensatz zum scharfgeschnittenen Mondrand deutlich hervor.

Aufnahmedaten: Fernrohr mit 1,5 m Brennweite, Öffnungsverhältnis 1:15, 18 DIN, $\frac{1}{60}$ sec durch Neutralfilter (Filterfaktor ca. 10 000).

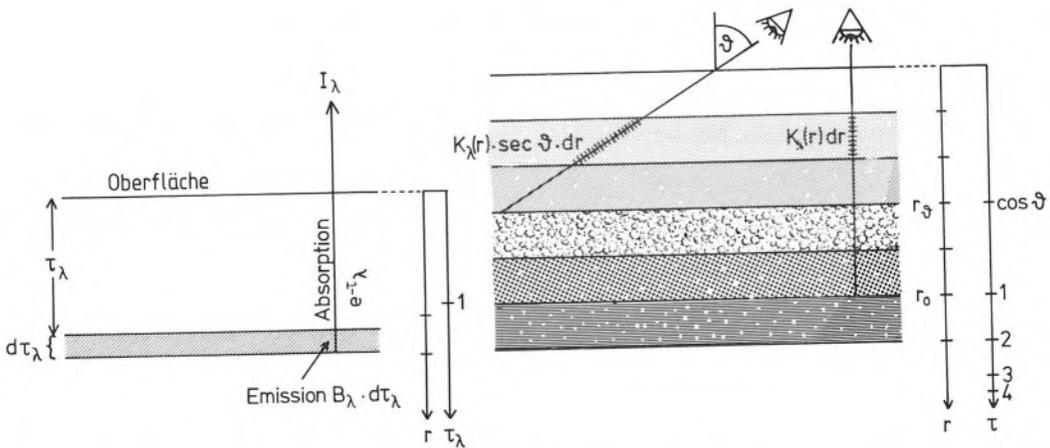
Strahlungsvorgänge in gasförmigen Materieschichten sind eng mit dem Absorptions- und Emissionsvermögen des Gases verbunden. Das \uparrow Absorptionsvermögen wird durch die Materialkonstante $k_\lambda(r)$ beschrieben. Sie ist im allgemeinen wellenlängenabhängig und wächst mit der geometrischen Entfernung r vom Sonnenrand ($r = 0$) in Richtung zum Sonnenmittelpunkt. Wie im Musterversuch 16. „Astronomische Beobachtungen mit bloßem Auge“ am Beispiel der Lichtausbreitung im Nebel an einem irdischen und leichter faßbaren Objekt dargestellt wird, tritt zu $k_\lambda(r)$ der sehr praktische Begriff der „optischen Tiefe“ τ_λ .

$$23.5.2 \quad \tau_\lambda = \int_{r=0}^{r=R} k_\lambda(r) \cdot dr \text{ oder } \tau_\lambda = k_\lambda \cdot R \text{ falls } k_\lambda = \text{const.}$$

Zwischen irdischen Nebeln und Sonnenatmosphäre existiert aber noch eine zweite Gemeinsamkeit. Betrachtet man nämlich das \uparrow Emissionsvermögen von 1 m^2 Nebelwand und 1 m^2 Sonnenoberfläche, so geht in beiden Werten der Absorptionskoeffizient k_λ ein. Das Volumenelement $1 \text{ m}^2 \cdot dr$ Nebel strahlt nämlich proportional zur Nebel-„absorptions“konstanten, weil ja das Licht im Nebel nicht echt absorbiert, sondern nur gestreut wird. Das entsprechende Volumenelement $1 \text{ m}^2 dr$ in der Sonnenatmosphäre strahlt nach dem Kirchhoffschen Gesetz ebenfalls proportional $k_\lambda(r)$. Mit der Kirchhoff-Planck-Funktion $B_\lambda(T)$ folgt die Emissivität

$$23.5.3 \quad 1 \text{ m}^2 \cdot B_\lambda(T) \cdot k_\lambda(r) \cdot dr = 1 \text{ m}^2 \cdot B_\lambda(\tau) \cdot d\tau_\lambda^*$$

da nach diesem wichtigen Gesetz ja Absorptionsvermögen $k_\lambda(r) \cdot dr$ und Emissionsvermögen einander proportional sind. Für das Weitere wird jede Strahlungsleistung auf den Quadratmeter bezogen und der Faktor 1 m^2 fortgelassen.



23.5.4 Zur Abstrahlung der Sonnenoberfläche. Jedes Schichtelement $d\tau_\lambda$ strahlt gemäß $B_\lambda d\tau_\lambda$; die Strahlung wird jedoch auf dem Weg zur Oberfläche um den Faktor $e^{-\tau_\lambda}$ geschwächt.

23.5.5 Wie Abb. 23.5.4. Jedoch sind zur besseren Demonstration endliche Schichten zunehmender Absorption (=Grauwert) und zunehmender Emission (= weiße Punkte) dargestellt. Näheres siehe Text.

* Da T , r und τ monoton zum Sonneninneren wachsen, kann man die Funktion B_λ auch als abhängig von τ ansehen.

An die Oberfläche der Sonne gelangt also gemäß Abb. 23.5.4 bei senkrechtem Einblick die Leistung pro m^2 .

$$23.5.6 \quad I_\lambda = \int_{r=0}^{r=R} B_\lambda(T) \cdot k_\lambda(r) \cdot e^{-\int_{s=0}^s k_\lambda(s) \cdot ds} \cdot ds \, dr = \int_{\tau_\lambda=0}^{\tau_\lambda=\infty} B_\lambda(\tau) \cdot e^{-\tau_\lambda} \, d\tau_\lambda$$

Aus dem gemessenen I_λ sollen k_λ und T als Funktion der Tiefe r abgeleitet werden. Dieses Problem ist offensichtlich nicht leicht zu lösen und beschäftigt viele Astronomen seit der Jahrhundertwende.

23.5.7 Für das Folgende wird daher in Übereinstimmung mit den Bemerkungen über den Nebel folgende Vereinfachung weiterhelfen:

Die Intensität I_λ stammt mit hier ausreichender Annäherung aus der optischen Tiefe $\tau_\lambda = 1$.

Zur Besprechung in der Klasse wird folgende Modellvorstellung vorgeschlagen (Abb. 23.5.5):

Man ersetzt die Sonnenatmosphäre durch eine Schichtung einer großen Anzahl von Glasplatten. Jede Glasplatte entspricht einer (infinitesimal gedachten) Schicht der Sonnenatmosphäre. Jede Glasplatte hat ihre eigene Absorption $k(r)$, die mit wachsendem r (d. h. zunehmender Tiefe) größer werde. Überdies seien in die Platten kleine Lämpchen eingelassen, die die Emissivität der Sonnenatmosphäre nachbilden. Auch hier wachse mit r die Helligkeit der Lämpchen (Zunahme der Temperatur!) und gleichzeitig verschiebe sich ihr Licht zu kürzeren Wellenlängen hin.

Blicken wir senkrecht auf den Plattenstapel, so wird das austretende Licht in Übereinstimmung mit der obigen Vereinfachung durch die Lämpchen bei $\tau_\lambda = 1$ bestimmt. Die geometrische Tiefe r_0 ist durch

$$23.5.8 \quad \tau_\lambda = \int_{r=0}^{r=r_0} k_\lambda(r) \cdot dr = 1$$

gegeben.

Blicken wir schräg, d. h. unter einem Winkel ϑ gegen die Normale auf den Plattenstapel, so wird das Licht wiederum durch die Lämpchen der optischen Tiefe $\tau_\lambda = 1$ bestimmt. Da das Licht aber jetzt in jeder Glasplatte den längeren Weg

$$23.5.9 \quad \frac{dr}{\cos \vartheta} = \sec \vartheta \cdot dr$$

zurücklegt, ist die geometrische Entfernung r_ϑ von der Oberfläche kleiner oder (bei $\vartheta = 0$) gleich r_0

$$23.5.10 \quad \tau_\lambda^* = \int_{r=0}^{r=r_\vartheta} k_\lambda(r) \cdot \sec \vartheta \cdot dr = 1; \quad r_\vartheta \leq r_0$$

Schaut man senkrecht bis r_ϑ , so ist die optische Tiefe dort

$$23.5.11 \quad \tau_\lambda^* = \int_{r=0}^{r=r_\vartheta} k_\lambda(r) \cdot dr = \frac{1}{\sec \vartheta} \cdot \int_{r=0}^{r=r_\vartheta} k_\lambda(r) \cdot \sec \vartheta \, dr = \frac{1}{\sec \vartheta}$$

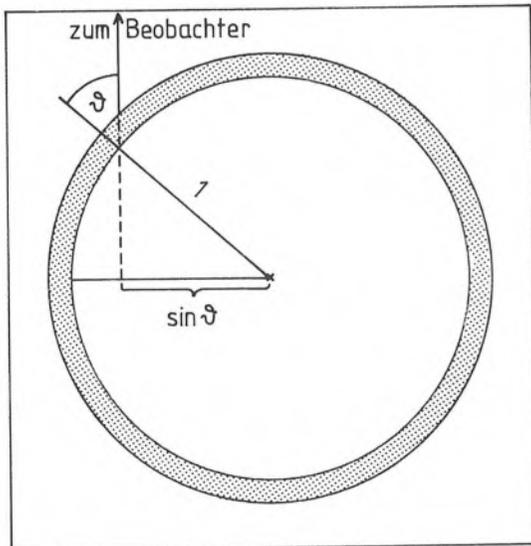
oder

$$23.5.12 \quad \tau_\lambda^* = \cos \vartheta$$

23.5.13 Wir entnehmen diesem Modell den folgenden grundlegenden Zusammenhang zwischen Blickrichtung und Blicktiefe in die Sonnenatmosphäre:

Blickt man unter einem Winkel ϑ gegen die Normale der Sonnenoberfläche, so wird die optische Tiefe $\tau_\lambda = 1$ in einer geringeren Entfernung von der „Sonnenoberfläche“ (allgemein: beliebige Referenzfläche) erreicht als bei senkrechtem Einblick ($\vartheta = 0$). Die Sonnenatmosphäre ist dort kühler, die Emissivität geringer und die Strahlung rötler. Die Strahlung kommt im wesentlichen aus derjenigen Schicht, der bei **senkrechtem** Einblick eine optische Tiefe von $\tau_\lambda^* = \cos \vartheta$ entspricht.

23.5.14 Abb. 23.5.15 zeigt, daß die Blickrichtung auf die Sonnenoberfläche in der Tat immer schräger wird, je mehr wir uns dem Sonnenrand nähern. Damit wird also die Randverdunklung und -rötung erklärt. Es konnte durch diese einfachen Überlegungen sogar ein quantitatives Element ($\tau_\lambda^* = \cos \vartheta$) hineingebracht werden. Die Frage nach dem Wert von r_ϑ , d. h. „wie tief man denn nun eigentlich in die Sonnenatmosphäre hineinschaut“, bleibt jedoch durch die obigen Überlegungen ungeklärt. Daher ist in Abb. 23.6.9 als obere Abszissenbeschriftung diejenige geometrische Tiefe r_ϑ aufgeführt, die der unteren Abszissenbeschriftung $\tau^* = \cos \vartheta$ entspricht.



23.5.15 Zum Zusammenhang zwischen Einblickrichtung ϑ und dem Abstand $\sin \vartheta$ zum Mittelpunkt der Sonnenscheibe.

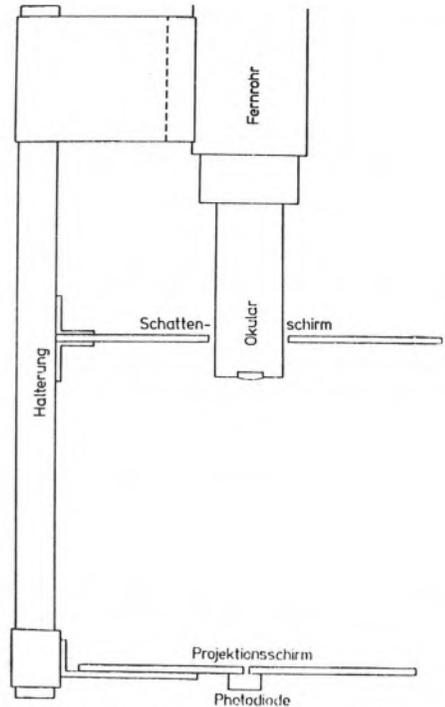
23.6 Durchführung des Musterversuches

Im Musterversuch 22. „Photometrie“ wird der Einsatz eines Photohalbleiters zur Messung von Intensitäten besprochen. Befestigt man diesen Photohalbleiter auf dem Sonnenprojektionsschirm hinter einem kleinen Teleskop, so läßt sich die Intensität der Sonnenscheibe registrieren. Direktes Himmelslicht, welches am Fernrohr vorbei auf den Schirm fällt, ist nicht unbedingt schädlich, da es einen konstanten Beitrag ergibt. Jedoch sollte aus Gründen des Kontrastes die Aufhellung durch einen dunklen Schirm um das Okular herum herabgesetzt werden. Abb. 23.6.1 zeigt eine technische Realisierungsmöglichkeit.

Der Durchmesser des lichtempfindlichen Teiles des Photohalbleiters sollte nur etwa ein Prozent des projizierten Sonnenbildes betragen. Da der projizierte Sonnendurchmesser im allgemeinen über zehn Zentimeter beträgt, der Photohalbleiter nur etwa einen Millimeter mißt, ist dies auch meist der Fall. Sollte die Sonne für den (eventuell auf Laborversuche eingestellten) Halbleiter zu hell sein, so sorgen einige dunkle Filmstückchen für Abhilfe.

Man muß darauf achten, daß der Sonnenrand im Infrarot oder langwelligen Rot genau so kantenscharf registriert wird wie im Blau. Wenn dies nicht der Fall ist, so ist die Fokussierung von Fernrohr plus Projektionsokular im Infraroten merklich verschieden von der im Sichtbaren vorgenommenen Fokussierung. In diesem Falle ist das Okular zu wechseln oder es sind Durchläufe mit etwas verschiedenen Fokussierungen zu machen und die kantenschärfste Infrarotregistrierung auszuwerten.

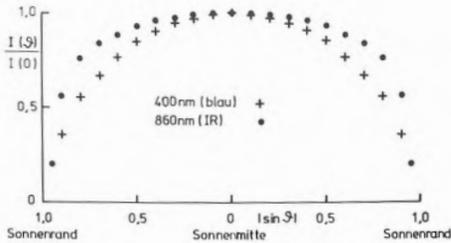
Mit diesem Gerät werden Sonnendurchläufe in zwei Spektralbereichen registriert. Dazu wird die Photometerblende zunächst auf die Mitte der Sonnenscheibe gerichtet. Danach verschiebt man das Fernrohr bei festgehaltener Deklination über die Sonnenscheibe hinaus nach Westen. Bei ausgeschalteter Nachführung wandert die Sonne dann langsam wieder in das Meßfeld und wird entsprechend ihrer täglichen Bewegung in etwa 2 Minuten entlang eines Durchmessers registriert. Es entstehen Registrierungen wie in Abb. 23.6.2



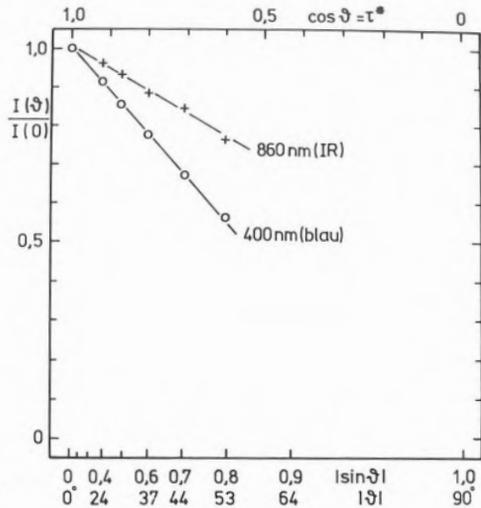
23.6.1 Grundsätzlicher Aufbau des im Praktikum des Astronomischen Instituts der Ruhr-Universität Bochum eingesetzten Sonnenphotometers zur Messung der Randverdunklung der Sonne. Auch ohne Photometer ist das auf den Projektionsschirm entworfene Sonnenbild zur Demonstration von Flecken, Fackeln etc. sehr geeignet (nach J. Isserstedt).

a) Die Demonstration der Randverdunklung und ihrer Wellenlängenabhängigkeit

Abb. 23.6.2 zeigt – deutlicher als Photos – die Randverdunklung und insbesondere die Randrötung. Im kurzwelligen Spektralbereich ist die Randverdunklung viel stärker als im Langwelligen.



23.6.2 Verteilung der Flächenhelligkeit über die Sonnenscheibe für den kurz- und langwelligen Spektralbereich.



23.6.3 Darstellung der Flächenhelligkeit der Sonnenscheibe für die beiden Spektralbereiche proportional zu $\cos \vartheta$. Man erhält einen annähernd linearen Verlauf.

b) Qualitative Auswertung von Durchläufen

Als erstes werden die Durchläufe auf gleichen Abzissen- und Ordinatenbereich normiert, wie dies in Abb. 23.6.2 bereits geschehen ist. Dem Abzissenbereich wird dabei zweckmäßiger der Wertebereich $+1 \dots 0 \dots +1$ zugeordnet; dem Ordinatenbereich der Bereich $0 \dots 1$. In Übereinstimmung mit Abb. 23.5.15 sind die Abzissenwerte einerseits proportional zur Zeit; zum anderen aber auch zu $\sin \vartheta$. Zeichnet man die Abb. 23.6.2 auf Linearität bezüglich $\cos \vartheta$ um, so erhält man das Diagramm Abb. 23.6.3. Die kosinusähnlichen Helligkeitsverläufe der Abb. 23.6.2 werden damit weitgehend linear.

Aus Abb. 23.6.3 kann die Temperaturschichtung der Sonnenatmosphäre abgeleitet werden. Zunächst erkennt man wieder, daß die Temperatur mit wachsendem $\cos \vartheta$ abnimmt, denn der Blauanteil geht gegenüber dem Rotanteil zurück. Um nun echte Temperaturwerte zu erhalten, gehen wir von der Temperatur der Sonnenmitte bei $\vartheta = 0^\circ$ aus: $T_{(\vartheta = 0^\circ)} = 6100 \text{ K}$. Größenordnungsmäßig wird dieser Wert durch den Musterversuch 20. „Die Oberflächentemperatur der Sonne“ bestätigt. Mit dem Planckschen Gesetz

$$23.6.4 \quad I(T, \lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda T} - 1}$$

berechne man nun (eventuell nach Tabelle 23.6.5, S. 149) den Ausdruck

$$23.6.6 \quad V = \frac{I(6100 \text{ K}, 860 \text{ nm})}{I(6100 \text{ K}, 400 \text{ nm})}$$

in welchem neben der Sonnentemperatur die Transmissionswellenlängen der hierbei verwendeten beiden Filter (blau: 400 nm, nahes Infrarot: 860 nm) stehen.

23.6.5 Werte der Kirchhoff-Planck-Funktion $\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T} - 1}$ in Einheiten von $10^{12} \text{ J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ pro m Bandbreite.

Temperatur (K)	Wellenlänge (nm)											
	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900
6100	84	101	108	108	103	96	88	79	71	63	56	50
6000	75	91	99	100	96	90	83	75	67	60	53	47
5900	67	82	90	92	89	84	78	70	64	57	51	45
5800	59	74	82	84	83	78	73	66	60	54	48	43
5700	53	66	74	77	76	73	68	62	56	51	46	41
5600	46	59	67	71	70	67	63	58	53	48	43	39
5500	40	53	61	64	64	62	59	54	50	45	41	37
5400	35	47	54	58	59	57	54	51	47	42	38	35
5300	30	41	49	53	54	53	50	47	43	40	36	33
5200	26	36	43	47	49	48	46	44	40	37	34	31

Die Größe V dient zur Normierung der Intensitätsverhältnisse bei anderen Temperaturen und erlaubt die quantitative Erfassung der Rötung eines Körpers bei abnehmender Temperatur. Man überlegt leicht, daß der Ausdruck

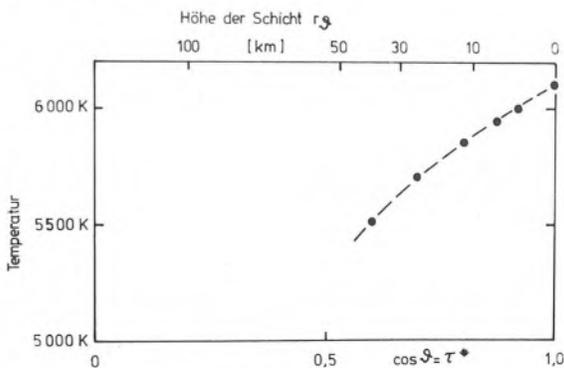
$$23.6.7 \quad \frac{1}{V} \cdot \frac{I(T, 860 \text{ nm})}{I(T, 400 \text{ nm})}$$

für $T = 6100 \text{ K}$ den Wert 1 annimmt und mit abnehmender Temperatur, also zunehmender Rötung des Strahlers immer größer wird. In gleicher Weise variiert das Verhältnis

$$23.6.8 \quad \frac{I(\vartheta)/I(0)_{860 \text{ nm}}}{I(\vartheta)/I(0)_{400 \text{ nm}}}$$

der Abb. 23.6.3 für verschiedene $\cos \vartheta$ -Werte. Am besten geht man so vor, daß für die Temperatursequenz $T = 5300 \text{ K} \dots 6100 \text{ K}$ in Schritten von 100 K neun Rötungswerte (23.6.7) errechnet werden und die beobachteten Werte (23.6.8) für verschiedene $\cos \vartheta$ eingepaßt werden. Damit ist die Temperaturschichtung der Sonnenatmosphäre ermittelt worden (Abb. 23.6.9).

23.6.9 Die aus Abb. 23.6.3 ermittelte Temperaturschichtung. Die obere Abszisse enthält die Zuordnung von geometrischer zu optischer Tiefe. Zum Rand der Sonnenscheibe hin bleibt der Sehstrahl also in Höhen von $10 \dots 50 \text{ km}$ über dem Bezugsniveau der Sonnenmitte hängen (optische Tiefe = 1); die Temperatur liegt dort bis 600 Grad unter der der Sonnenmitte. Die starke Variation der geometrischen Tiefe mit der optischen Tiefe ist übrigens auch der Grund für den scharfgeschnittenen Sonnenrand, der für eine Gaskugel nicht selbstverständlich ist.



23.7 Höchstfehlerabschätzung

Entfällt wegen des Einflusses atmosphärischer Effekte.

24. Musterversuch „Protuberanzen in der Sonnenkorona“

24.1 Vorkenntnisse

Emission der \uparrow Balmerlinien des Wasserstoffgases der Sonnenatmosphäre. Nützlich ist ferner die vorherige Behandlung des Musterversuches 25. „Spektralanalyse“.

24.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Ein kleines Fernrohr sowie ein schmales H α -Filter.

24.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Die Durchführung kann innerhalb einer Schulstunde (tagsüber!) geschehen. Die Herstellung des Protuberanzenansatzes erfordert etwas handwerkliche Vorarbeit.

24.4 Einführung

Die Sonnenatmosphäre setzt sich aus drei Schichten zusammen, die als Photosphäre, Chromosphäre und Korona bezeichnet werden.

Die **Photosphäre** ist diejenige Schicht, die sich als „Sonnenscheibe“ darstellt. Das (sichtbare) Licht, welches wir von der Sonne empfangen, kommt nämlich nur aus einer recht dünnen Schicht. Strahlung aus tieferen Regionen wird bis zur Photosphäre noch mehrfach umgesetzt (absorbiert und re-emittiert); für nennenswerte Strahlung aus höheren Regionen ist die Atmosphäre bereits zu dünn (für die physikalisch exaktere Definition über den Begriff der „optischen Tiefe“ siehe den Musterversuch 23. „Die Randverdunklung der Sonne“).

Die Temperatur der Photosphäre beträgt in der Mitte der Sonnenscheibe 6050 K, über die gesamte Scheibe gemittelt – wegen der Randverdunklung – 5770 K. Ein typischer Wert für die Teilchendichte (im wesentlichen Wasserstoff und Helium) ist 10^{23} m^{-3} . In den Sonnenflecken liegt die Temperatur nur um 1000 K tiefer (Kontrastphänomen).

Die **Chromosphäre** hat ihren Namen von dem rötlichen Farbsaum, der bei Sonnenfinsternissen kurz vor Beginn der Totalität aufblitzt. Die Chromosphäre strahlt in Emission dasjenige Licht aus, welches der Photosphäre in den \uparrow Fraunhoferlinien entzogen wird. Man kann nach dem Satz von Kirchhoff (1860) daraus schließen, daß die Chromosphäre kühler als die Photosphäre sein muß. In der Tat wird in ihr mit 4200 K das Minimum der Temperaturverteilung in der Sonnenatmosphäre erreicht. Die Dicke der Chromosphäre beträgt rund 7000 km.

Über der Chromosphäre steigt die Temperatur wieder stark an und erreicht in der sehr ausgedehnten **Korona** Werte um zwei Millionen Grad (ein Widerspruch zum Kirchhoffschen Gesetz tritt wegen der extrem geringen Teilchendichte der Korona von nur 10^{12} m^{-3} nicht auf). Die hohe Temperatur der Korona erklärt sowohl die Ausdehnung von mehreren Sonnenradien wie auch das Auftreten hoher Ionisationsstufen (13fach ionisiertes Eisen!). Die volle Ausdehnung der Korona wird nur bei einer totalen Sonnenfinsternis erkennbar, da sie kaum heller als der Vollmond leuchtet.

In der Korona treten in den \uparrow Protuberanzen Materieverdichtungen auf, die Thema dieses Musterversuches sind. Diese rötlich leuchtenden Wasserstoffwolken sind wegen der vollständigen Ionisation an das solare Magnetfeld angekoppelt und zeichnen (wie Eisenfeilspäne) seine Struktur nach.

Die Protuberanzen stellen nach Dichte, Temperatur und Spektrum eigentlich chromosphärisches Material dar, welches den Eindruck erweckt, in die Korona „verschlagen“ worden zu sein. Dem widersprechen jedoch die Beobachtungen, die mehr für ein Verdichten und Absinken koronaler Materie sprechen. Im optischen Spektralbereich stellen die Protuberanzen die aktivsten Erscheinungen der Sonne dar. Schneller noch als die Sonnenflecke ändern sie ihre Form und sind somit für Schulbeobachtungen besonders geeignet.

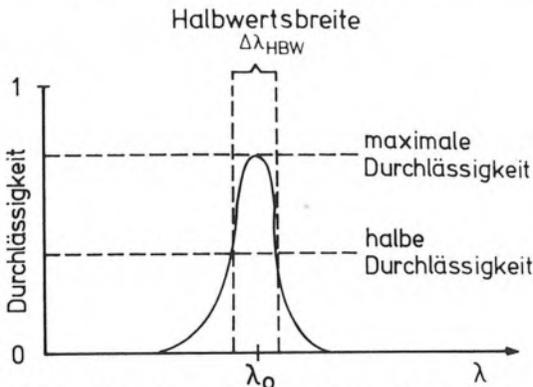
24.5 Grundlagen des Musterversuches

Zur Beobachtung der Protuberanzen ist – neben einem kleinen Teleskop – ein Protuberanzenansatz erforderlich.

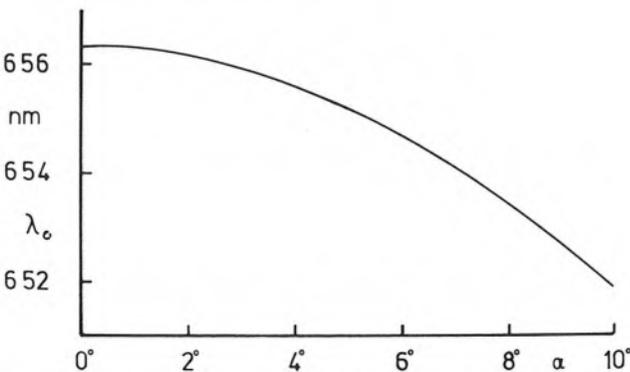
Das wesentliche optische Element des Protuberanzenansatzes ist ein Schmalbandfilter (Interferenzfilter), welches $H\alpha$ durchläßt, die benachbarten Spektralbereiche jedoch unterdrückt. Je enger der Durchlaßbereich des Filters ist, desto stärker vermindert wird das – hauptsächlich aus den unterdrückten Spektralbereichen resultierende – Streulicht und desto deutlicher treten die Protuberanzen hervor.

Die bei derartigen Filtern üblichen Größen und Definitionen gehen aus den Abb. 24.5.1 und 24.5.2 hervor.

Im allgemeinen reicht ein $H\alpha$ -Filter mit einer Halbwertsbreite von 0,6 nm aus. Der Preis liegt etwas oberhalb DM 1000,- für einen Filterdurchmesser von 25 mm (Firma Oriol, Im tiefen See 58, 6100 Darmstadt). In Amateurzeitschriften (Sterne und Weltraum, Sky and Telescope) werden gelegentlich Bausätze angeboten.



24.5.1 Kenndaten eines Interferenzfilters.



24.5.2 Verschiebung von λ_0 bei Variation des Einfallswinkels α für ein $H\alpha$ -Filter.

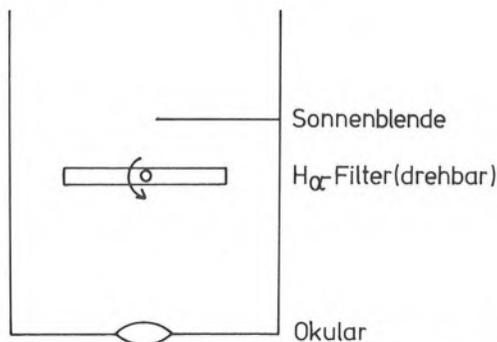
24.6 Durchführung des Musterversuches

Im folgenden wird das im astronomischen Praktikum an der Ruhr-Universität eingesetzte Gerät beschrieben (Abb. 24.6.1). Der Protuberanzenansatz wird am Leitrohr des Übungsteleskopes betrieben, welches mit einer Öffnung von 11 cm und einer Brennweite von 150 cm vielen in Schulen vorhandenen Teleskopen entspricht.

Am Ort der Sonnenblende wird das Sonnenbild vom Fernrohrobjektiv entworfen. Die Blende ist eine dünne Kupferscheibe, die dem Durchmesser der Sonne (etwa 1,5 cm) entspricht und somit die Sonnenscheibe abzudecken gestattet. Die Befestigung dieses Kupferplättchens im Protuberanzenansatz sollte durch eine Schraube erfolgen, da eine Klebung wegen der starken Erwärmung unter Umständen nicht hält.

Bei der Wahl des Interferenzfilters ist zu beachten, daß dessen Transmissionskurve temperaturabhängig ist (ca. 0,1 nm pro 6°C). Bei zunehmender Temperatur verschieben sich die Wellenlängen zu größeren Werten, weil die interferierenden Schichten weiter auseinanderrücken. Man sollte daher das Interferenzfilter für eine **untere** Temperaturgrenze spezifizieren und die Verschiebung der Wellenlänge nach oben bei höheren Temperaturen durch Drehung des Filters kompensieren. Das Filter sollte daher drehbar angeordnet sein, um eine kleine Variation von α zuzulassen.

Natürlich kann man durch das Okular nicht nur die Protuberanzen betrachten, sondern auch photographieren (Abb. 24.6.2, S. 153).



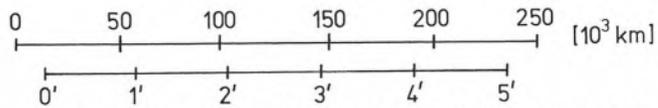
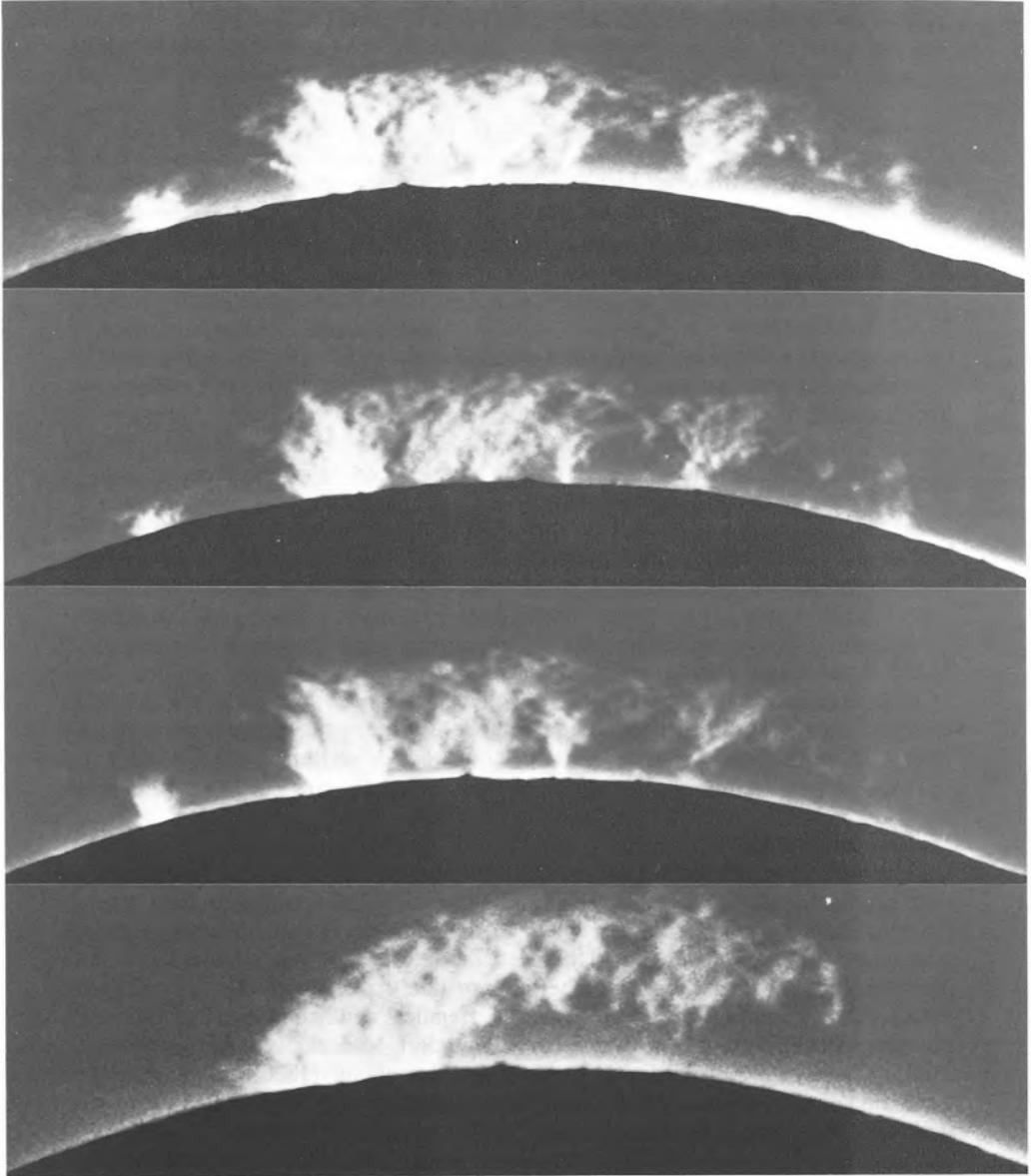
24.6.1 Aufbau eines Protuberanzenansatzes. Um das Interferenzfilter thermisch zu entlasten, muß seine spiegelnde Fläche stets dem Fernrohrobjektiv zugewandt sein.

24.7 Höchstfehlerabschätzung

Entfällt.

24.8 Arbeitsgemeinschaft

Aus einer Serie von aufeinanderfolgenden Protuberanzaufnahmen kann man die Geschwindigkeit von Knoten und Verdichtungen, die Struktur des solaren Magnetfeldes und den Zusammenhang mit Aktivitätszonen der Sonne bestimmen (Sonnenflecken, Fackeln usw., Beobachtung vor allem am Sonnenrand!).



24.6.2 Vier Aufnahmen einer Protuberanz. Die Aufnahmezeiten sind (von oben nach unten):

1980, September 7 10³⁰ OEZ

1980, September 7 16⁰⁰ OEZ

1980, September 7 13⁰⁰ OEZ

1980, September 8 13⁰⁰ OEZ.

Aufnahmematerial: Kodak Ektachrome 400, Belichtungszeit $\frac{1}{30}$ s. Es empfiehlt sich stets die Verwendung von Farbfilm, da Schwarzweißemulsionen im Roten oft recht unempfindlich sind.

25. Musterversuch „Spektralanalyse“

mit den Teilversuchen:

- 25.1 Sternspektren
- 25.2 Spektroskopie irdischer Lichtquellen
- 25.3 Nachweis von Natrium in der Sonne
- 25.4 Objektivprismenspektrograph
- 25.5 Gitterspektrograph.

25.0.1 Vorkenntnisse

Grundsätzliches über die Entstehung der Spektren durch Brechung und Interferenz. Von Nutzen sind zur Vorbereitung einige spektralanalytische Versuche mit Spektrallampen oder gefärbten Flammen.

25.0.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine für Teilversuch 1, ein Taschenspektroskop oder Geradsichtprisma für die Teilversuche 2–3, ein kleines Objektivprisma bzw. Reflexionsgitter für die Teilversuche 4 und 5. Die Teilversuche 4 und 5 erfordern einige Werkstattarbeit.

25.0.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Je eine für die Grundlagen sowie die Teilversuche 1–3. Die Versuche 4 und 5 erfordern etwas ausführlichere experimentelle Vorbereitungen. Besonders hingewiesen sei auf Teilversuch 3, der ein astronomischer Allwetterversuch ist.

25.0.4 Einführung

Die Lichtbrechung in prismatischen Glaskörpern und die Beugung bzw. Interferenz an Spaltsystemen (Snellius 1618, Huygens 1678) führte schon früh zu der Erkenntnis, daß weißes Licht aus einem Kontinuum von Farben besteht, die ihrerseits nicht weiter zerlegbar sind. Über den Zusammenhang von weißem Licht und prismatischen Farben ist lange und heftig gestritten worden (z. B. Goethes Farbenlehre). Um so auffälliger ist es, daß die ziemlich deutlichen Spektrallinien im Sonnenspektrum erst im vergangenen Jahrhundert entdeckt wurden (Wollaston, 1808). Diese ↑ Absorptionslinien wurden von Fraunhofer (1820) gründlich untersucht und tragen dessen Namen. Fraunhofer zählte etwa 600 Linien im Sonnenspektrum. Heute zeigt ein Spektralatlas der Sonne viele tausend.

Schon bald nach der Entdeckung der Linien im Sonnenspektrum stellte man fest, daß die Spektren der Sterne sehr verschieden aussehen. Die Klassifikation der Sternspektren ist verbunden mit den Namen Secchi (1865) und Cannon/Pickering (Henry Draper Catalogue, 1890). Der Henry-Draper Catalogue und die in ihm angewandte ↑ Spektralklassifikation ist noch heute im Gebrauch.

Zur Klassifikation trat auch bald die Deutung der Spektrallinien. Nach der Entwicklung der Spektralanalyse (Kirchhoff, Bunsen, um 1860) fand Huggins (um 1870) die Balmerlinien des Wasserstoff in der Wega und anderen Fixsternen. Damit wurde immer deutlicher, daß die chemische Zusammensetzung des Universums einheitlich ist. Unser Jahrhundert schließlich brachte weitgehend Einsicht in die Entstehung der Spektrallinien. Heute steht nicht mehr die einzelne Linie als solche im Blickpunkt des Interesses (obwohl beispielsweise erst 80% der Fraunhoferlinien in der Sonne identifiziert sind!), sondern die Intensitätsverteilung in ihr,

ihre Stärke in bezug auf andere Linien und dergleichen mehr. Dadurch erhält man Aussagen über vielfältige Parameter der Sternatmosphären wie Druckschichtung, Temperaturschichtung und chemische Zusammensetzung.

25.0.5 Grundlagen des Musterversuches

Die Grundlagen der (astronomischen) Spektralanalyse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- A) Ein glühender Körper strahlt ein kontinuierliches Spektrum aus. Ist er insbesondere „schwarz“ – d. h. absorbiert er alle einfallende Energie – so wird seine Abstrahlung durch das Plancksche Strahlungsgesetz geregelt. Näheres im Musterversuch 22. „Photometrie“.
- B) Linienstrahler (z. B. leuchtende Gase) emittieren Photonen der Energie $h \cdot \nu$, die einer festen Energiedifferenz ΔE zweier möglicher Zustände der Atomhülle entspricht. ΔE kann sich im einfachsten Fall als Differenz der Energien bei zwei Hauptquantenzahlen ergeben (Balmerlinien). In komplizierten Fällen können magnetische oder elektrische Felder die Energieniveaus aufspalten, verschieben oder verschmieren.

Ein Linienspektrum ist für den Astronomen das, was der Fingerabdruck für den Kriminalisten bedeutet: Identifikation des strahlenden Elements bzw. Moleküls. Darüberhinaus lassen Stärke und Form der Spektrallinien noch Aussagen über Druck und Temperatur des Strahlers sowie Magnetfelder zu. Da insbesondere die Temperaturabhängigkeit der Linienstärke in der Astronomie eine große Rolle spielt, soll darüber etwas ausführlicher gesprochen werden.

Maßgeblich für die Stärke einer Linie ist die Besetzung des Ausgangszustandes, von dem das Elektron den Quantensprung durchführt. Bezeichnen wir die Anzahl der Elektronen im Ausgangszustand N_s , die Anzahl der Elektronen im Grundzustand mit N_1 und die Energie für $N_1 \rightarrow N_s$ mit E_s so gilt die Boltzmann-Gleichung

$$25.0.5.1 \quad N_s = N_1 \cdot e^{-E_s/k \cdot T}$$

k bedeutet die Boltzmannkonstante und T die absolute Temperatur. Diese Formel ist der barometrischen Höhenformel über die Variation der Dichte ρ mit der Höhe s analog

$$25.0.5.2 \quad \rho(s) = \rho(0) \cdot e^{-\frac{m \cdot g \cdot s}{k \cdot T}}$$

N_s Teilchenzahl pro Kubikmeter in der Höhe s

N_1 Teilchenzahl pro Kubikmeter am Boden

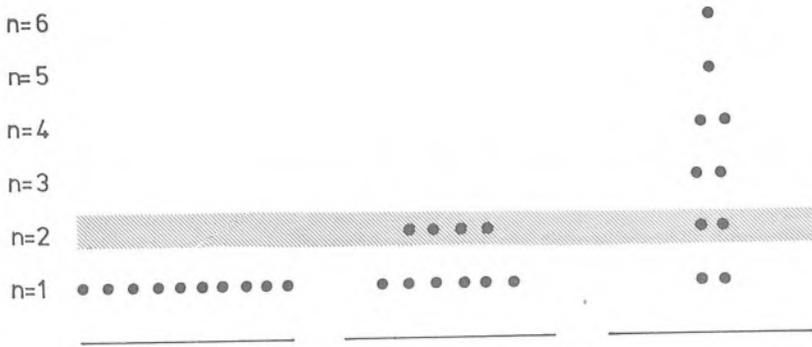
E_s potentielle Energie $m \cdot g \cdot s$ eines Moleküls der Masse m unter dem Schwerfeld g darstellt.

Es wird daher empfohlen, die Besetzung der Energieniveaus der Atome durch die Dichteveriation in einer isothermen Atmosphäre zu verdeutlichen.

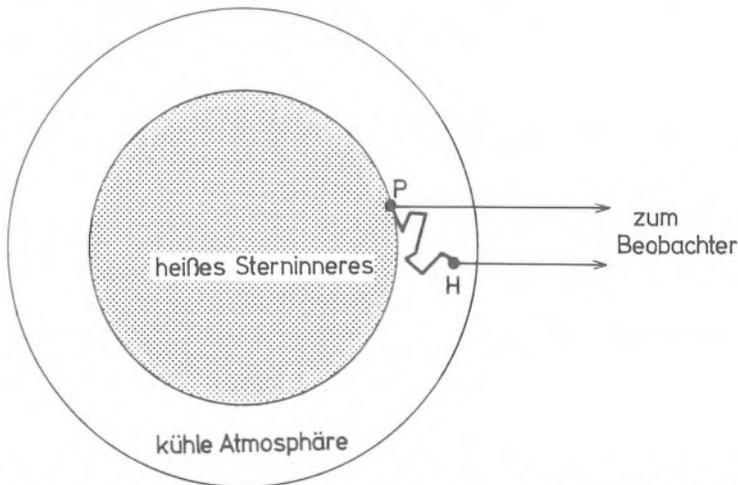
Abb. 25.0.5.3 erläutert die Aussage der Boltzmann-Gleichung resp. barometrischen Höhenformel und ihre Bedeutung für das Entstehen einer Spektrallinie (hier: Lyman α , abgekürzt: Ly α) anhand eines Gases von 10 Wasserstoffatomen mit 10 Elektronen.

Ist die Temperatur des Wasserstoffgases sehr niedrig ($T \ll E_s/k$) so wird N_2 praktisch zu Null. Alle 10 Elektronen sind im Grundzustand: $N_1 = 10$, $N_2 = 0$. Die Linie Ly α kann nicht emittiert werden, da das Ausgangsniveau $n = 2$ nicht besetzt ist (Abb. 25.0.5.3, links).

Wächst die Temperatur, so wird das Ausgangsniveau für Ly α zunehmend besetzt. Abb. 25.0.5.3 (Mitte) zeigt eine Besetzung von $N_2 = 4$. Entsprechend nimmt auch die Stärke der Linie zu.



25.0.5.3 Die Besetzung eines gegebenen Niveaus (und damit die Stärke der Linie) hängt von der Temperatur ab. Ist diese zu gering, so bleiben die Elektronen im Grundzustand (links). Bei der für die Besetzung optimalen Temperatur (Mitte) ist das schraffiert dargestellte Niveau maximal besetzt. Bei zu hoher Temperatur (rechts) stehen den Elektronen zu viele Niveaus frei und damit sinkt wieder die Besetzungswahrscheinlichkeit.



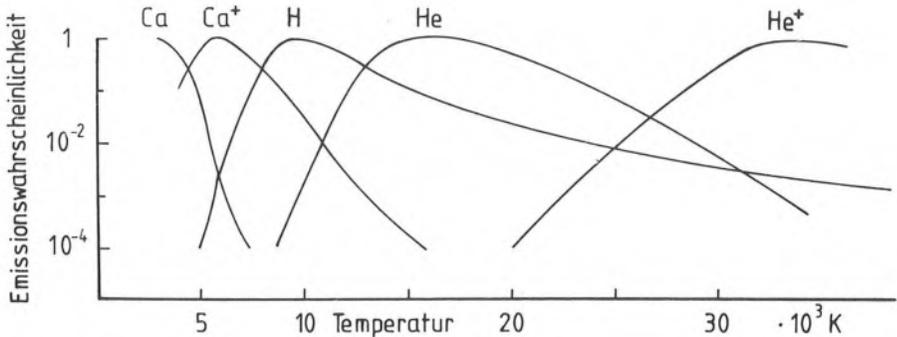
25.0.5.4 Zur Entstehung der Fraunhoferlinien (Näheres siehe Text).

Wächst T weiter, so nimmt die Stärke von $\text{Ly}\alpha$ wieder ab. Dies liegt daran, daß den 10 Elektronen jetzt viele Niveaus zur Verfügung stehen, auf die sie sich aufteilen. Abb. 25.0.5.3, rechts, zeigt für hohe Temperatur ein $N_2 = 2$ und somit wieder eine verminderte Emission von $\text{Ly}\alpha$ (außerdem werden die Elektronen mit zunehmender Temperatur wegionisiert).

C) Der Absorptionskoeffizient der Sternatmosphäre ist stark variabel. Im Kontinuum (dem Bereich weit außerhalb der Linien) ist er recht gering. Entsprechend weit kann man in den Stern hineinschauen und die so wichtige optische Tiefe $\tau = 1$ (siehe den Musterversuch 23. „Die Randverdunklung der Sonne“) wird in großen geometrischen Tiefen erreicht, in denen der Stern sehr heiß ist (Punkt P der Abb. 25.0.5.4). Das Plancksche Strahlungsgesetz liefert (hohes T) eine große Intensität für die betrachtete Kontinuumswellenlänge bzw. -frequenz. Man überlegt leicht, daß der Absorptionskoeffizient im Wellenlängenbe-

reich einer Linie stark ansteigt. Die Atome schlucken mit großer Bereitwilligkeit das Quant der passenden Energie $h\nu$. Entsprechend oft wird es vom Punkt P zum Punkt H absorbiert und emittiert, bis es schließlich bei einer recht geringen geometrischen Tiefe (also einer wesentlich kühleren Sternatmosphärenschicht) die optische Tiefe $\tau = 1$ erreicht. Wegen der geringeren Temperatur ist auch die Sternstrahlung geringer und erscheint bei Frequenz ν deutlich geschwächt: wir beobachten eine Absorptionslinie.

Auch in diesem Falle gilt natürlich wieder, daß eine Linie nur dann entstehen kann, wenn ihr Ausgangsniveau besetzt ist. Abb. 25.0.5.3 gilt also wie beim Linienstrahler, nur ist $n = 2$ jetzt Ausgangsniveau für die Balmerlinien in Absorption.



25.0.5.5 Emissionswahrscheinlichkeit für einige charakteristische Linien stellarer Atome bzw. Ionen. Dieses Diagramm veranschaulicht, warum bei verschiedenen Oberflächentemperaturen die Spektren unterschiedliches Aussehen haben.

In Abb. 25.0.5.5 ist die Emissionswahrscheinlichkeit für verschiedene Atome und Ionen dargestellt, die in Sternspektren eine Rolle spielen. Man erkennt, daß beispielsweise die Balmerlinien des Wasserstoffs bei 10 000 K Oberflächentemperatur optimal angeregt werden. Entsprechend stark erscheinen sie in Sternen, die diese Temperatur haben (A0-Sterne). In Sternen höherer oder tieferer Temperatur sind sie schwächer oder fehlen ganz. Für die anderen Elemente (und die ihnen zugeordneten charakteristischen Linien) gilt ähnliches, nur in anderen Temperaturbereichen. So wird verständlich, daß auch die Intensitätsverhältnisse von Linien eine Aussage über die Temperatur ermöglichen. Da aber das Auftreten der Linien und ihre Intensitätsverhältnisse zueinander zur Klassifikation der Sternspektren herangezogen wurden, wird deutlich, daß die Klassifikation der Spektren im wesentlichen eine Reihung der Oberflächentemperaturen ist.

Die Astronomie führt alle drei Strahlertypen vor:

a) **Rein kontinuierliche Spektren**

Sehr heiße Sterne ohne Linien im sichtbaren Bereich (Boltzmann-Formel für große Temperaturen bzw. Ionisation); sehr kühle (Infrarot-) Objekte, die im optischen Bereich im wesentlichen thermisch strahlen; Synchrotronstrahler.

b) **Reine Linienspektren**

Gasnebel, die durch UV-Quanten benachbarter Sterne zum Leuchten angeregt werden; Chromosphäre der Sonne, angeregt durch das Strahlungsfeld der Photosphäre.

c) **Absorptionsspektren**

Die Mehrzahl der Sterne zeigt ausgeprägte Absorptionsspektren, Spektraltyp, Temperatur und Klassifikationskriterien gehen aus der nachfolgenden Tabelle 25.0.5.6 hervor.

Spektraltyp	Temperatur	Klassifikationskriterien
O	40 000 K	Linien hochionisierter Atome: He II, Si IV, N III ...; Wasserstoff H relativ schwach; gelegentlich Emissionslinien.
B0	25 000 K	He II fehlt; He I stark; Si III, O II, H stärker.
A0	11 000 K	He I fehlt; H im Maximum; Mg II, Si II stark; Fe II, Ti II schwach; Ca II schwach.
F0	7 600 K	H schwächer; Ca II stark; die ionisierten Metalle, z. B. Fe II, Ti II hatten ihr Maximum bei $\sim A 5$; die neutralen Metalle, z. B. Fe I, Ca I erreichen etwa die gleiche Stärke.
G0	6 000 K	Ca II sehr stark; neutrale Metalle Fe I ... stark.
K0	5 100 K	H relativ schwach, neutrale Atomlinien stark; Molekülbanden.
M0	3 600 K	Neutrale Atomlinien, z. B. Ca I, sehr stark; TiO-Banden.
M5	3 000 K	Ca I sehr stark, TiO-Banden stärker.

Die Spektraltypen werden zunächst durch die Buchstaben O, B, A, F, G, K und M gekennzeichnet. Die Unterteilung geschieht durch die nachgestellten Ziffern 0–9. Die römischen Zahlen hinter den Elementensymbolen geben die Ionisationsstufe an. CaI ist beispielsweise das neutrale Kalzium, CaII entspricht dem einfach ionisierten Kalzium Ca^+ etc.

25.1 Teilversuch: Sternspektren

In Abb. 25.1.1–7 sind sieben Sternspektren abgebildet. Es handelt sich dabei um Registrierungen mit einem lichtelektrischen Spektralphotometer. Hierbei wird die Helligkeit im Spektrum direkt mit einer Photozelle gemessen. Gegenüber der sonst üblichen photographischen Aufzeichnung des Spektrums gewinnt man eine wesentlich höhere Genauigkeit (eine gute Sequenz photographischer Spektren findet sich bei Gondolatsch, Groschopf und Zimmermann, „Astronomie II“, p. 370).

Die Tabelle 25.1.9 erläutert die Spektren näher. Der Wellenlängenbereich geht von etwa 350 nm (nahes Ultraviolett) bis 500 nm (grün) und umfaßt das zur Spektralklassifikation herangezogene Gebiet. Die frühen Spektraltypen (O–F) lassen das Kontinuum erkennen. Man bezeichnet damit die (nur langsam variierende) Einhüllende des Spektrums, in welche die Spektrallinien eingelagert sind. Dieses Kontinuum ist zunächst die Plancksche Strahlung der heißen Sternoberfläche. Diese wird jedoch erheblich durch die atmosphärische (und die interstellare) Extinktion sowie die Empfängereigenschaften modifiziert, sodaß beispielsweise die Ermittlung der Oberflächentemperatur etwa durch das Wiensche Verschiebungsgesetz für die Mehrzahl der vom Erdboden aus registrierten Sternspektren nicht möglich ist (im Musterversuch 22. „Photometrie“ werden dazu geeignete Spektren vorgeführt, die extraterrestrisch gewonnen wurden).

Mit zunehmender Spektralklasse wird das Kontinuum immer mehr durch die Vielzahl der Atom- und Moleküllinien zugedeckt, bis es vollständig verschwunden ist.

25.1.1–7 Lichtelektrische Spektralregistrierungen von Sternen der wichtigsten Spektraltypen (Seite 160/161). Während die Abszisse praktisch linear die Wellenlänge darstellt, gibt die Ordinate $S(\lambda)$ nicht unmittelbar die Intensität wieder, sondern enthält auch die Empfindlichkeit des Gesamtsystems einschließlich der Absorption der Erdatmosphäre. Alle Wellenlängenangaben in Nanometern. Nähere Einzelheiten erläutert 25.1.9.

25.1.9

Abb. 25.1.1 Dieses Spektrum zeigt bereits die Balmer Serie, allerdings wegen der hohen Oberflächentemperatur von 40 000 K relativ schwach (man vergleiche etwa Abb. 25.1.3). Gleich stark sind die Heliumlinien. Besonders interessant sind die Linien des einfach ionisierten Heliums (He^+ , astrophysikalisch: HeII), das als wasserstoffähnliches Atom in der sogenannten Pickering-Serie die Balmer-Serie des neutralen Wasserstoff (jedoch mit doppelter Linienzahl) kopiert. In der Tat liegen die Linien HeII 420,0 nm und HeII 454,2 nm ziemlich genau zwischen $\text{H}\beta$, $\text{H}\gamma$ und $\text{H}\delta$.

Abb. 25.1.2 Entsprechend der tieferen Temperatur von 16 000 K gewinnen die Wasserstofflinien an Bedeutung. Kein HeII mehr.

Abb. 25.1.3 Bei einer Oberflächentemperatur von 10 000 K tritt die Balmer Serie stark hervor. Man erkennt, daß die Linien eine erhebliche Breite haben. Diese Breite kommt durch die überlagerte Wirkung der Dopplerverschiebung der bewegten Wasserstoffatome und der gegenseitigen elektrischen Beeinflussung (Stark-Effekt) zustande.

Abb. 25.1.4 Die Balmerlinien nehmen wieder ab ($T = 7000$ K); erste Metalllinien (einfach ionisiertes Kalzium CaII) werden sichtbar.

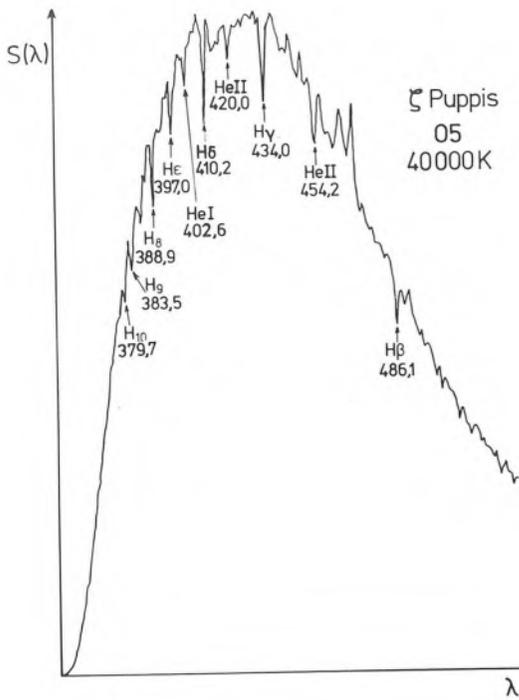
Abb. 25.1.5 Das sonnenähnliche Spektrum des α Centauri zeigt einen weiteren Rückgang der Balmerlinien. Das Kontinuum ist nur noch schwer zu erkennen.

Abb. 25.1.6, 25.1.7 Bei weiter abnehmender Oberflächentemperatur ($T = 4000$ K, 3000 K) beherrschen Metall- und schließlich Moleküllinien das Spektrum.

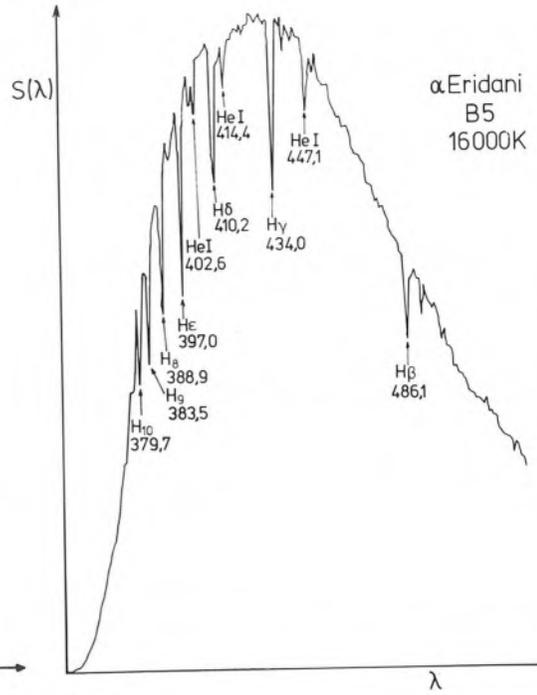
25.2 Teilversuch: Spektroskopie irdischer Lichtquellen

Einen guten Einblick in das Wesen astronomischer Spektroskopie vermittelt die Betrachtung abendlicher Lichtquellen (Straßenbeleuchtung, Hausfenster, Ampeln etc.) durch ein Geradsichtprisma oder ein Transmissionsgitter. Die Lichtquellen sind sowohl kontinuierliche wie Linienstrahler und stellen sich je nach Entfernung als Punkt- oder Flächenstrahler dar. Schauen wir durch unser Geradsichtprisma zuerst auf eine entfernte Reihe Straßenlampen. Das Prisma zeigt sofort, ob es sich um Glühlampen oder Leuchtstoffröhren handelt. Im ersten Falle erblicken wir nämlich ein kontinuierliches Spektrum, im zweiten Fall ein ausgeprägtes Linienspektrum. Das Linienspektrum ändert sich gelegentlich von Straße zu Straße. Dann hat die Stadtverwaltung die Röhrentype gewechselt. Wir halten fest, daß das Prisma uns Aufschluß über die *Natur des Strahlers* gibt und auch eine *Klassifikation* ermöglicht. Nun blicken wir auf ein nahegelegenes erleuchtetes Fenster als Beispiel eines Flächenstrahlers. Wenn dieses Fenster von einer Glühlampe erhellt wird, so verliert das Fenster beim Blick durch das Geradsichtprisma seine Struktur und wird zu einem Farbband ohne Einzelheiten auseinandergezogen. Anders bei einem durch Leuchtstoffröhren erhellten Fenster. Hier zeigt das Prisma an den Orten der Spektrallinien farbige und scharfe Bilder des Fensters. Auch diesen Effekt nützt der Astronom aus. Er erzeugt nämlich in gleicher Weise Spektralaufnahmen von Gasnebeln. Diese sind Linienstrahler und so zeigen die einzelnen Nebelbilder die Helligkeitsverteilung jeder Spektrallinie innerhalb des Nebels. Auf diese Weise können Aussagen über die Anregungsbedingungen innerhalb des Nebels gemacht werden.

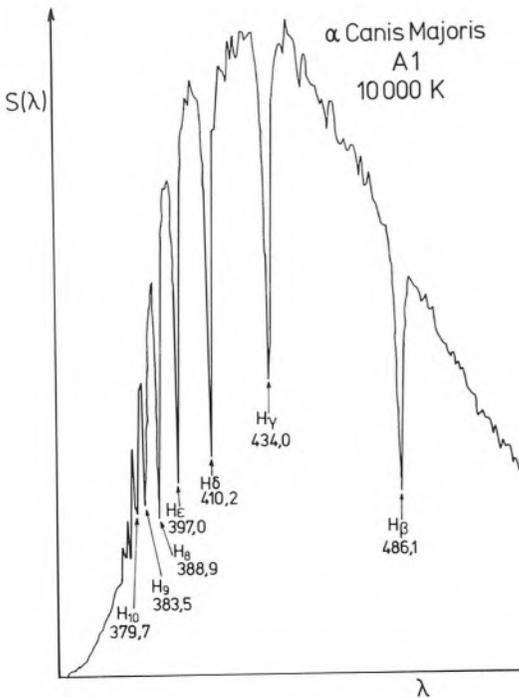
Abschließend richten wir das Geradsichtprisma auf einen sehr hellen Fixstern. Wir erkennen ein schwaches Farbenband und schließen daraus, daß das Sternlicht im wesentlichen von einem glühenden Körper stammt. Für eine genauere Untersuchung des Spektrums ist die Kombination Auge-Geradsichtprisma jedoch nicht geeignet.



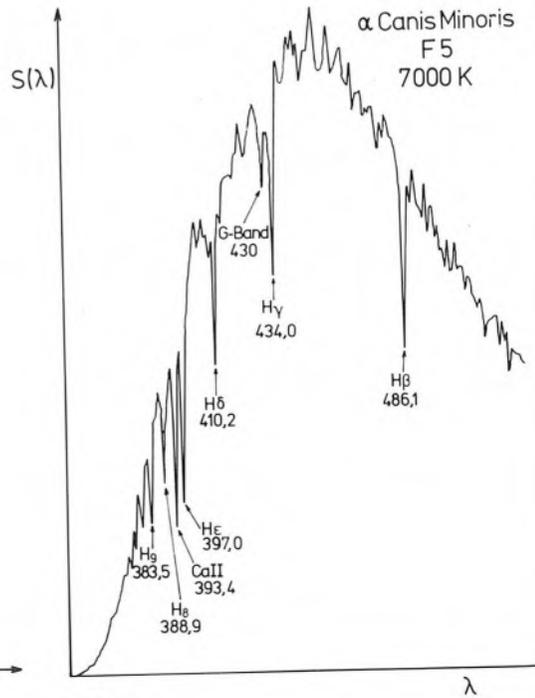
25.1.1



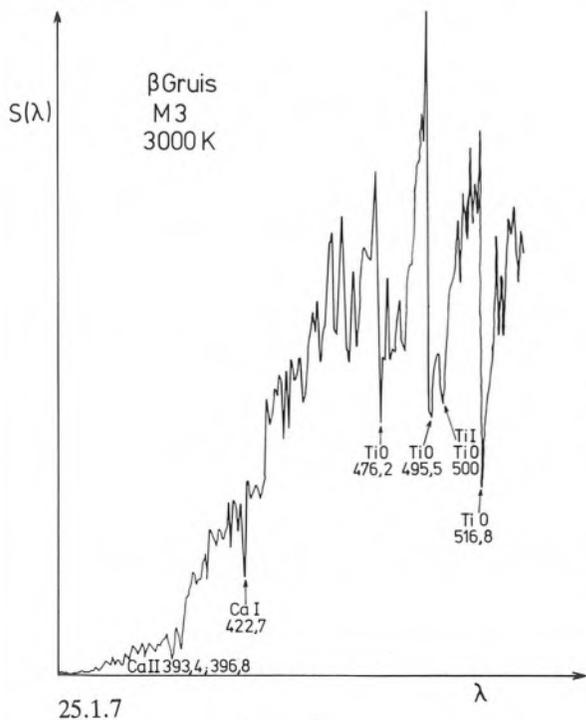
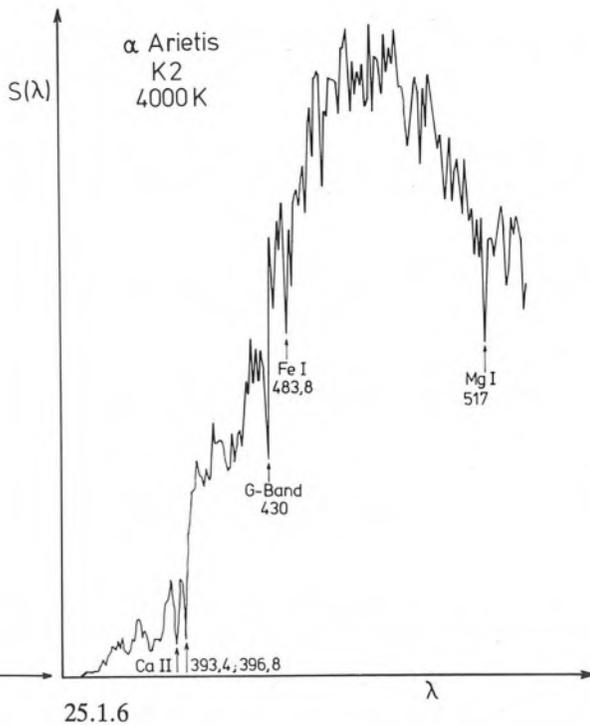
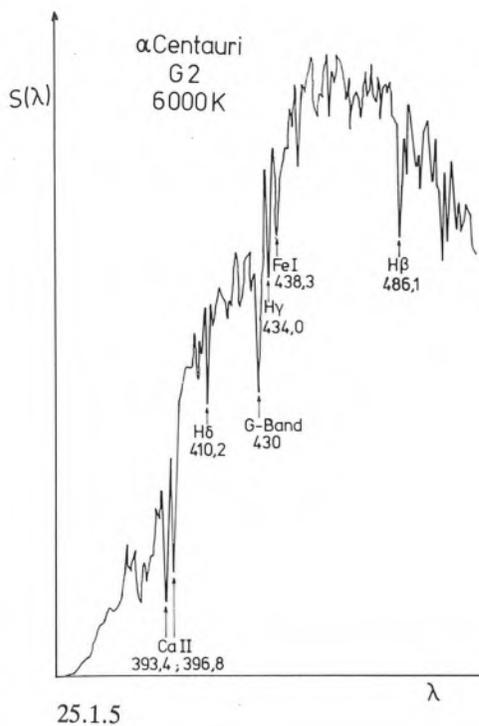
25.1.2



25.1.3



25.1.4



25.1.8

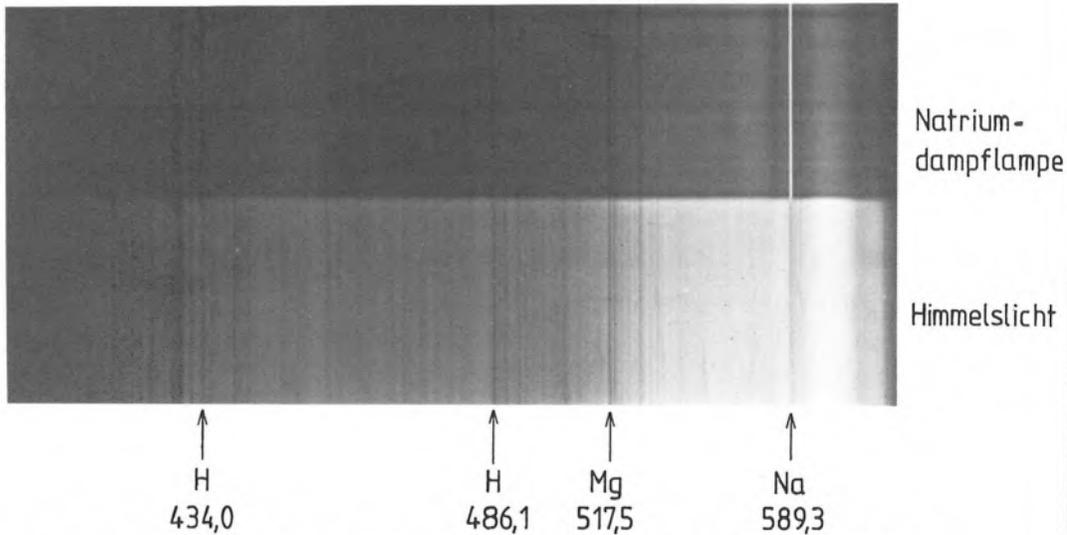
Abb.	Name des Sternes	Spektraltyp	Oberflächen-temperaturen
25.1.1	ζ Puppis	O5	40 000 K
25.1.2	α Eridani	B5	16 000 K
25.1.3	α Canis Majoris	A1	10 000 K
25.1.4	α Canis Minoris	F5	7 000 K
25.1.5	α Centauri	G2	6 000 K
25.1.6	α Arietis	K2	4 000 K
25.1.7	β Gruis	M3	3 000 K

25.3 Teilversuch: Nachweis von Natrium in der Sonne (Schlechtwetterversuch)

Richtet man ein Taschenspektroskop auf die Sonne, so erblickt man (bei hinreichend enger Spaltweite) die auffälligsten Fraunhoferlinien. Dazu zählt insbesondere die D-Linie des solaren Natriums, die an der Grenze des gelben Spektralbereichs zum Orange liegt.

Wir richten das Taschenspektroskop nun auf eine Hauswand oder den bewölkten Himmel. Das Spektrum entspricht genau dem der Sonnenscheibe.

Nun wird die untere Spalthelfte des Taschenspektroskops mit Transparentpapier überklebt. Hier können je nach Typ des Spektroskops Modifikationen nötig werden. In die Nähe des Spalts bringen wir eine Natrium-spektrallampe (wo nicht vorhanden streue man eine Prise Kochsalz in den Bunsenbrenner). Richten wir das Spektroskop jetzt auf den Himmel, so erblicken wir – bei geeignetem Abstand zur Spektrallampe – im oberen Teil das Sonnenspektrum und im unteren Teil die helle NaD-Linie der Lampe. Die Emissionslinie der Lampe und die D-Absorptionslinie im Sonnenspektrum setzen einander stetig fort – ein augenfälliger Beweis für die Existenz von Natrium in der Sonne (Abb. 25.3.1).

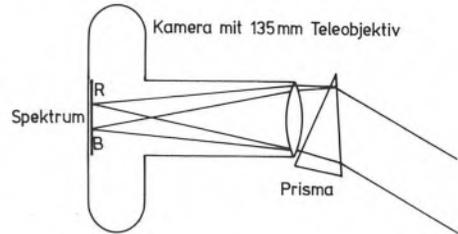


25.3.1 Nachweis des solaren Natrium mit einem Taschenspektroskop und einer Natriumdampflampe.

25.4 Teilversuch: Bau eines einfachen Objektivprismenspektrographen

Im Musterversuch 21. „Astrophotographie“ wird der Einsatz photographischer Verfahren empfohlen. Man kann die Palette der Möglichkeiten noch erweitern, wenn man vor dem Kameraobjektiv ein Prisma anbringt. Abb. 25.4.1 zeigt den prinzipiellen Versuchsaufbau für einen derartigen Objektivprismenspektrographen. Eine Kamera mit Teleobjektiv und vorgesetztem Prisma (Brennweite 100 mm oder etwas größer; Öffnung um 2,8) zieht das Sternlicht in der Brennebene zu einem

fadenförmigen Spektrum auseinander. Das Prisma sollte einen brechenden Winkel um 30° aufweisen. Bei Verwendung von Kronglas und einer Brennweite des Teleobjektivs von 135 mm kommt man auf eine lineare Dispersion von größenordnungsmäßig 150 nm/mm. Da das Filmmaterial (z. B. Agfapan 400 mit 27 DIN) einen Empfindlichkeitsbereich über etwa 300 nm hat, wird das Spektrum etwa 2 mm lang. Damit werden viele spektrale Einzelheiten sichtbar und eine Spektralklassifikation möglich.



25.4.1 Schema eines einfachen Objektivprismenspektrographen.

Die Verbreiterung des Spektrums (die zur Erkennung von Details notwendig ist) läßt sich auf zweierlei Weise verwirklichen.

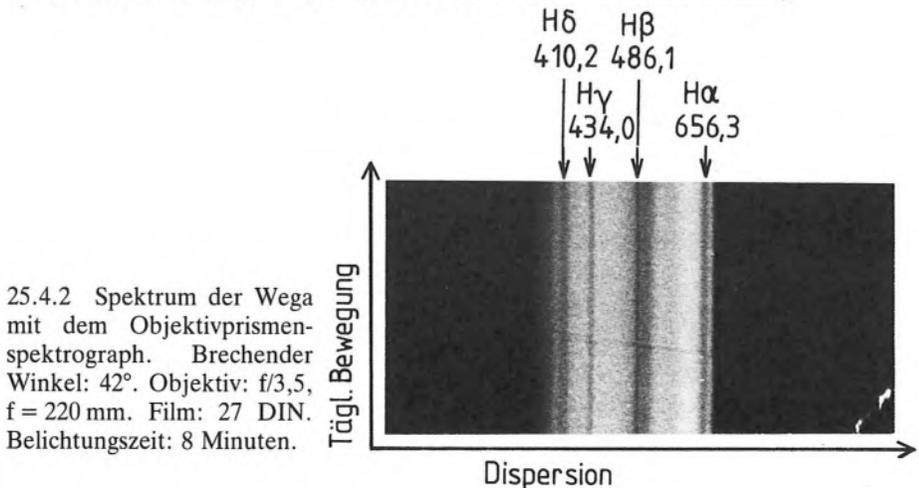
a) Der Objektivprismenspektrograph kann auf einem Fernrohr mit Nachführung angebracht werden

In diesem Fall wird die brechende Kante des Prismas parallel zu einer der beiden Hauptrichtungen (Stunde oder Deklination) angeordnet. Ist das Prisma beispielsweise parallel zum Himmelsäquator ausgerichtet, so entsteht das fadenförmige Spektrum in Deklinationsrichtung. Man kann es dann in Stundenrichtung durch regelmäßiges Hin- und Herdrehen des Stundenfeintriebes verbreitern.

Noch besser ist es, wenn die Fernrohrnachführung mit variabler Frequenz betrieben werden kann. Dann läßt man den Spektralfaden – wie oben – in Deklinationsrichtung entstehen und verstimmt die Frequenz etwas, sodaß der Stern in Stunde leicht herausläuft. Dadurch findet ebenfalls eine Verbreiterung statt.

b) Es ist keinerlei Nachführungsmöglichkeit gegeben

Wenn man sich auf hellere Sterne (Wega) beschränkt, kann man die tägliche Bewegung der Sterne zur Verbreiterung nutzen. Dazu wird die Kamera auf ein Stativ gesetzt, die brechende Kante des Prismas parallel zum Himmelsäquator gerichtet und der Verschuß einige Minuten geöffnet (Abb. 25.4.2). Die Öffnungszeit des Verschlusses beeinflusst lediglich die Verbreiterung des Spektrums (eine Steigerung der Grenzgröße gelingt bei diesem Verfahren natürlich nicht.)



25.4.2 Spektrum der Wega mit dem Objektivprismenspektrographen. Brechender Winkel: 42° . Objektiv: $f/3,5$, $f = 220$ mm. Film: 27 DIN. Belichtungszeit: 8 Minuten.

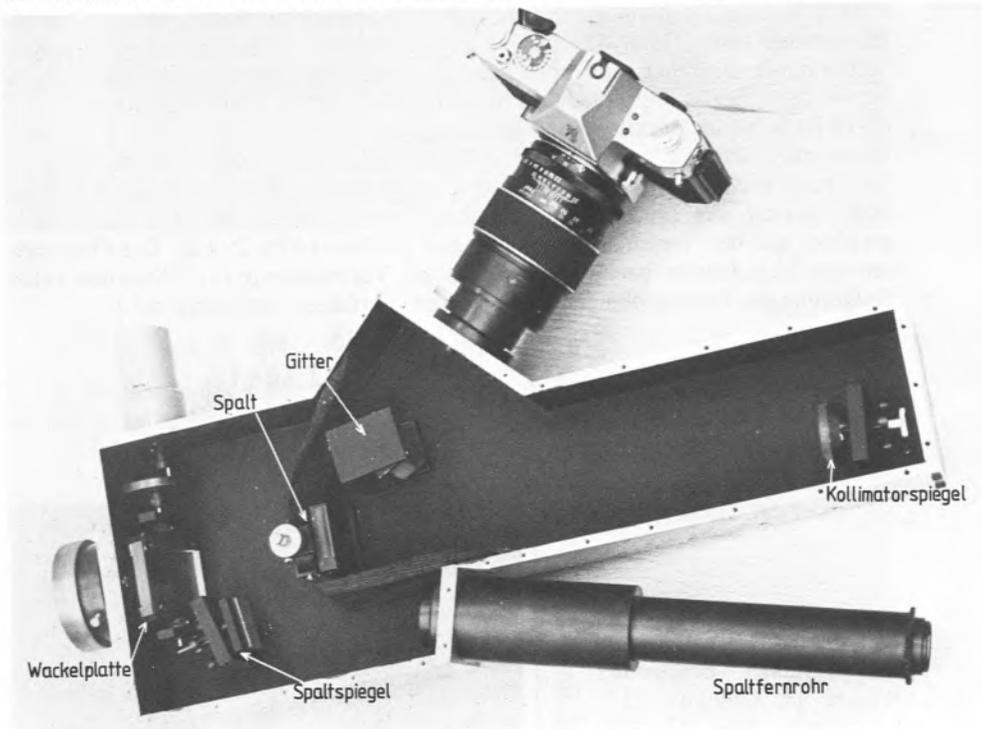
Reizvoll sind auch Aufnahmen des Himmelspols mit ruhender Kamera. Wegen der geringen Geschwindigkeit der Sterne in Polnähe werden auch die Spektren merklich schwächerer Sterne abgebildet.

25.5 Teilversuch: Ein einfacher Gitterspektrograph

Im folgenden wird ein Gitterspektrograph vorgestellt, der im Praktikum des Astronomischen Instituts der Ruhr-Universität eingesetzt wird. Herzstück des Spektrographen ist ein Reflexionsgitter mit 1200 Linien pro Millimeter und 30 mm Kantlänge. Da das Auflösungsvermögen eines Gitters in erster Ordnung durch die

$$25.5.1 \quad \text{Anzahl der Linien} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 36\,000$$

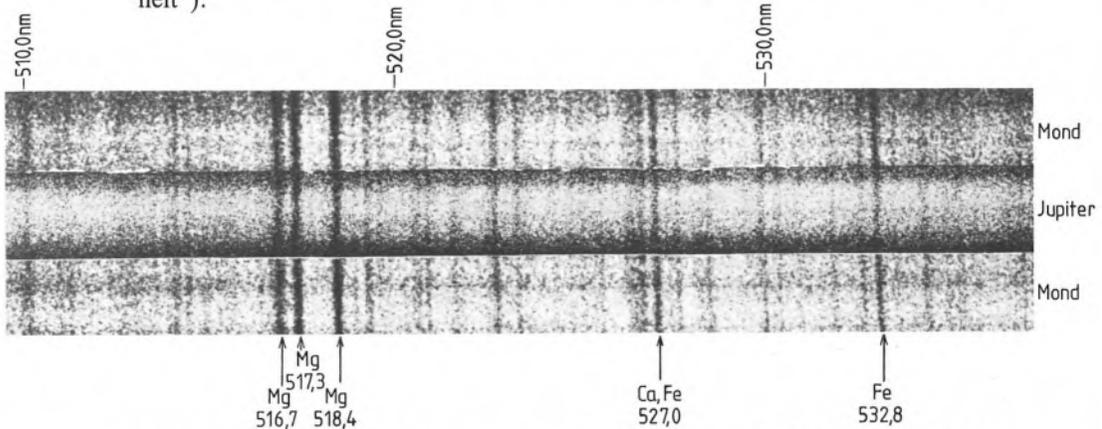
gegeben ist, kann theoretisch bei $\lambda = 500 \text{ nm}$ eine Auflösung von $\Delta\lambda = 0,014 \text{ nm}$ erreicht werden. Dies ist auch annähernd der Fall. Der Spektrograph ist in Abb. 25.5.2 dargestellt. Das Licht des Sterns wird in der Brennebene des Fernrohres gesammelt, die zugleich Spaltebene ist. Hinter dem Spalt divergiert das Licht wieder und fällt auf den Kollimatorspiegel. Dessen Brennweite entspricht seinem Abstand zum Spalt. Daher verläßt das Licht den Kollimator parallel. Vom Kollimator gelangt das Licht auf das Gitter. Hier wird es wellenlängenabhängig in unterschiedliche Richtungen reflektiert. Für jede Wellenlänge bleibt es aber parallel und kann daher mit der auf Unendlich eingestellten Kamera abgebildet werden.



25.5.2 Der Gitterspektrograph für das Praktikum des Astronomischen Instituts der Ruhr-Universität Bochum. Nähere Einzelheiten siehe Text.

Die Verbreiterung des Spektrums wird hier durch die sogenannte Wackelplatte bewirkt. Das ist einfach eine dicke Glasplatte, die senkrecht zum Spalt um ihre Ruhelage (senkrecht zur optischen Achse) hin- und herbewegt wird. Dabei wird der auf dem Spalt abgebildete punktförmige Stern im Spalt ebenfalls auf- und abbewegt und das Spektrum so verbreitert. Die Lage des Sterns auf dem Spalt wird über das Spaltfernrohr bestimmt. Man beobachtet durch das Spaltfernrohr und den Spaltspiegel den Spalt von der Teleskopseite. Befindet sich der punktförmige Stern genau auf dem Spalt, so erblickt man im Spaltfernrohr nur eine schwache symmetrische Aufhellung der beiden Spaltbacken, die durch das restliche Streulicht bedingt ist. Bewegt sich der Stern vom Spalt fort, so erscheint sein Bild auf einer der Spaltbacken.

Abb. 25.5.3 zeigt die Aufnahme eines Jupiterspektrums, das in ein Mondspektrum als Referenzspektrum eingefügt ist. Während der Aufnahme lag der Spalt des Spektrographen auf dem Äquator des Planeten Jupiter, so daß die unterschiedlichen Radialgeschwindigkeiten der verschiedenen Teile des projizierten Jupiteräquators durch ihre Dopplerverschiebung sichtbar werden. Man erkennt die Neigung der Linien des Jupiters gegenüber denen des ruhenden Mondes (man vergleiche etwa mit der Abb. 5.6.1 des Musterversuches 5. „Die Astronomische Einheit“).



25.5.3 Aufnahmen des Mond- und Jupiterspektrums vom 6. 2. 79 mit dem Spektrographen der Abb. 25.5.2 am 40-cm Übungsteleskop des Astronomischen Instituts der Ruhr-Universität. Film: Agfapan 400. Belichtungszeiten: Mond 2 Minuten, Jupiter 3 Minuten. Während der Belichtung des Jupiterspektrums lag der Spalt über dem Jupiteräquator, um die unterschiedlich große Dopplerverschiebung der verschiedenen Teile des Jupiteräquators zu erfassen. Diese Abbildung zeigt das Jupiterspektrum in das Mondspektrum eingeklebt und zwar an der gleichen Stelle, die ihm auch im Bildfeld der Kamera zukommt (anhand der Filmperforation leicht zu ermitteln). Nur so können instrumentelle Linienneigungen ausgeschaltet werden.

25.6 Höchstfehlerabschätzung

Entfällt.

25.7 Arbeitsgemeinschaft

Aufnahme von Objektivprismenspektren gemäß Teilversuch 1 und 4 und Spektralklassifikation etwa anhand der Vergleichsspektren bei Gondolatsch, Groschopf und Zimmermann „Astronomie II“, S. 370. Die so klassifizierten Sterne können zum Beispiel zur Durchführung des Musterversuches 7. „Die Entfernung eines sonnenähnlichen Fixsterns“ herangezogen werden.

26. Musterversuch „Der Dopplereffekt“

mit den Teilversuchen:

26.1 Bestätigung des Dopplergesetzes im Mikrowellenbereich

26.2 Anwendung des Dopplergesetzes auf ein astronomisches Objekt (Nova).

26.0.1 Vorkenntnisse

Interferenz, das Dopplergesetz in der Form $\Delta\lambda/\lambda = v/c$, trigonometrische Additionstheoreme.

26.0.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Einige Mikrowellenbauteile für den Teilversuch 1; keine für den Teilversuch 2.

26.0.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Je eine pro Teilversuch.

26.0.4 Einführung

Der Dopplereffekt (Chr. Doppler, 1842) ist für Wissenschaft und Technik von grundlegender Bedeutung. Mit seiner Hilfe unterscheidet das Flugradar feste von bewegten Objekten. Im Straßenverkehr wird mit dem Dopplerradar die Geschwindigkeit der Fahrzeuge gemessen. Der Astronom bestimmt analog die Geschwindigkeiten von Fixsternen und die Oberflächenstrukturen von Planeten.

Je nach Medium und Relativbewegung treten verschiedene Varianten des Dopplereffektes auf. Ist die Geschwindigkeit v klein gegen die Signalgeschwindigkeit c , so gilt für die Wellenlängenverschiebung $\Delta\lambda$ bzw. Frequenzverschiebung $\Delta\nu$ stets

$$26.0.4.1 \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{-\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c}$$

Dieser Formel entnehmen wir die Vorzeichenfestlegung der Geschwindigkeit v :

$v > 0$ Bewegung vom Empfänger fort

$v < 0$ Bewegung zum Empfänger hin

26.1 Teilversuch: Bestätigung des Dopplergesetzes im Mikrowellenbereich

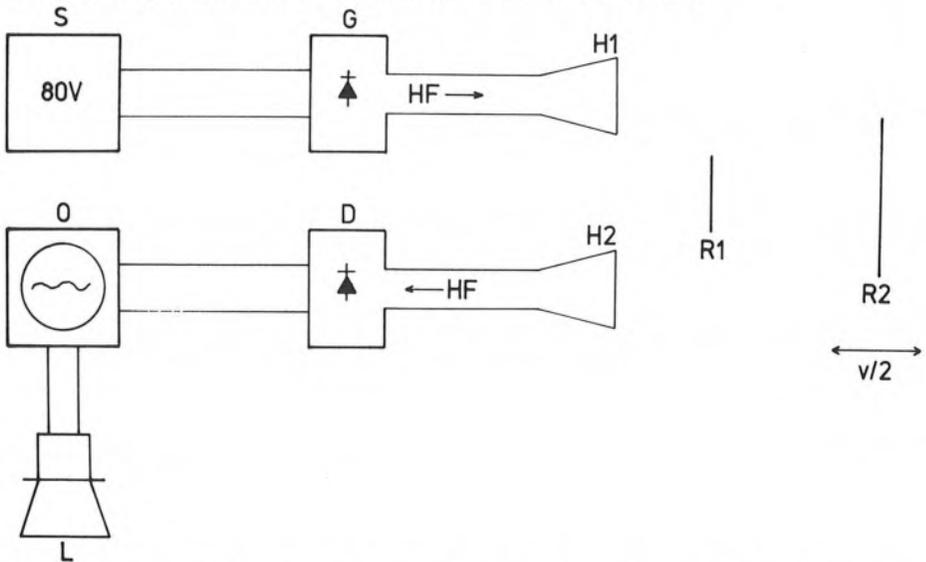
26.1.1 Grundlagen des Teilversuches

Aus Mikrowellenbauteilen, die die Lehrmittelverlage anbieten: der einfach zu betreibenden Gunndiode G ($\lambda = 3 \text{ cm}$) mit Spannungsversorgung S, dem Horn H1, der Detektordiode D, dem Horn H2 sowie dem Reflektorstreifen R1, dem Oszilloskop O und dem Lautsprecher mit Verstärker L bauen wir gemäß Abb. 26.1.3 eine Sende- und Empfangseinrichtung auf. Ein bewegter Metallreflektor R2 mit definierter Geschwindigkeit $v/2$ sorgt dafür, daß das reflektierte Signal eine Dopplerverschiebung entsprechend der Geschwindigkeit v zeigt. Auf der Diode D überlagern sich nun zwei Signale. Der schmale Metallstreifen R1 spiegelt ein unverändertes Signal mit λ bzw. ν ein. Der bewegte Reflektor R2 gibt ein Signal mit $\lambda + \Delta\lambda$ bzw. $\nu + \Delta\nu$.

Um die Überlagerung dieser beiden Wellenzüge zu ermitteln, gehen wir von der Identität

$$26.1.2 \quad \sin x + \sin y = 2 \cdot \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

aus. Die Amplituden werden der Einfachheit halber zu 1 normiert.



26.1.3 Versuchsaufbau zum Teilversuch 1. Eine Dopplerverschiebung entsprechend der Geschwindigkeit ν (Gleichung 26.0.4.1) wird dann beobachtet, wenn der bewegliche Reflektor eine Geschwindigkeit von $\nu/2$ hat.

26.1.4 Mit $x = 2\pi \cdot (\nu + \Delta\nu) \cdot t$: Signal verschoben durch Dopplereffekt
 $y = 2\pi \cdot \nu \cdot t$: ursprüngliches Signal

erhalten wir für die Interferenz

$$26.1.5 \quad f(t) = \sin(2\pi(\nu + \Delta\nu) \cdot t) + \sin(2\pi\nu \cdot t) = 2 \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(\nu + \frac{\Delta\nu}{2}\right) \cdot t\right) \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{\Delta\nu}{2} \cdot t\right)$$

Die Diode empfängt somit ein Signal, das als Grundfrequenz $\nu + \frac{\Delta\nu}{2}$ (also praktisch ν) zeigt, in der Amplitude jedoch mit $\frac{\Delta\nu}{2}$ „schwebt“.

Abb. 26.1.7 zeigt die Überlagerung der beiden Wellenzüge. Da die nachfolgenden elektronischen Komponenten für den Gigahertzbereich viel zu träge sind, würden Oszilloskop und Lautsprecher den Mittelwert „Null“ geben, also keinen Signalnachweis ermöglichen.

Die Empfängerdiode D vermag jedoch eine Halbwelle zu unterdrücken (Abb. 26.1.8). Ist nun die Schwebungsfrequenz $\frac{\Delta v}{2}$ so klein, daß sie in der Bandbreite von Oszilloskop und Lautsprecher liegt, so wird der Effektivwert (Abb. 26.1.9) mit der Frequenz Δv meßbar. Die Dopplerverschiebung Δv erscheint also als Schwebungsfrequenz.

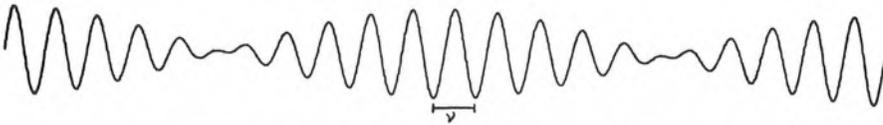
Zur Vorbereitung des Versuches kann die Tabelle 26.1.6 herangezogen werden.

26.1.6

v	Δv	
3 cm/s	1 Hz	} Oszilloskop
10 cm/s	3 Hz	
30 cm/s	10 Hz	
1 m/s	30 Hz	} Lautsprecher
3 m/s	100 Hz	

(für $\lambda = 3 \text{ cm}$)

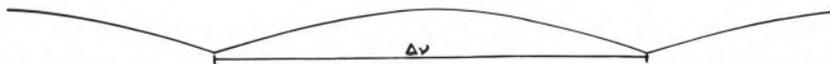
Eine Verschiebung von R2 gegen H1, H2 mit der Geschwindigkeit $v/2$ resultiert also in einer Dopplerfrequenz Δv , die schon bei mäßigen Geschwindigkeiten ($v/2 = 50 \text{ cm/s}$) in den hörbaren Bereich fällt.



26.1.7 Überlagerung zweier Wellenzüge mit $\frac{\Delta v}{v} = 0,1$. Die Schwebungsfrequenz beträgt $\Delta v/2$



26.1.8 Nach Gleichrichtung bleiben nur die (positiven) Halbwellen übrig.



26.1.9 Der träge Empfänger folgt nur dem Effektivwert mit der Wiederholungsfrequenz Δv . Bei einem Empfänger mit quadratischer Kennlinie ist dieser gemittelte Verlauf wieder eine Sinuskurve.

26.1.10 Durchführung des Teilversuches

Mit dem Stehwellenverfahren wurde die Wellenlänge der Gunnediode G zu

$$26.1.11 \quad \lambda = 3,268 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

bestimmt. Dieser Wellenlänge entspricht eine Frequenz von

$$26.1.12 \quad \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,268 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 9,174 \cdot 10^9 \text{ Hz.}$$

Der Reflektor R2 wurde mit einer Geschwindigkeit von

$$26.1.13 \quad v/2 = 0,7889 \text{ m/s}$$

bewegt. Diese Geschwindigkeit erhielt er auf einer sich mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit drehenden Scheibe, auf deren Rand er radial aufsaß. Die resultierende Schwebungsfrequenz $\Delta\nu$ wurde mit einem Oszilloskop gemessen, dessen Zeitablenkung durch Einspielen von Netzbrumm (streng 50 Hz) geeicht wurde. $\Delta\nu$ folgt zu

$$26.1.14 \quad \Delta\nu = 49,02 \text{ Hz}$$

und somit

$$26.1.15 \quad \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{49,02 \text{ s}^{-1}}{9,174 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}} = 5,343 \cdot 10^{-9} .$$

Für das Verhältnis v/c folgt mit 26.1.13

$$26.1.16 \quad \frac{v}{c} = \frac{1,578 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5,263 \cdot 10^{-9} .$$

Damit ist (bis auf das bei diesem Versuch unentscheidbare Vorzeichen) die Gleichung 26.0.4.1 bestätigt.

26.1.17 Höchstfehlerabschätzung für den Teilversuch

Die Wellenlänge λ beziehungsweise Frequenz ν wird aus der Abfolge von Wellenknoten und Wellenbäuchen bestimmt. Damit liegt der Messung ein periodisches Phänomen zugrunde (siehe auch den Musterversuch 14. „Das Dritte Keplersche Gesetz am Beispiel der Jupitermonde“) und die Genauigkeit ist sehr hoch (besser als 1%). Das gleiche gilt für die Geschwindigkeit v . Nicht steigern läßt sich die Ablesegenauigkeit der Schwebungsfrequenz $\Delta\nu$ auf dem Oszilloskopschirm. In praxi dürfte diese bei 2–3% liegen. Da $\Delta\nu$ linear in 26.0.4.1 eingeht, ist dies zugleich der zu erwartende Fehler des Teilversuches.

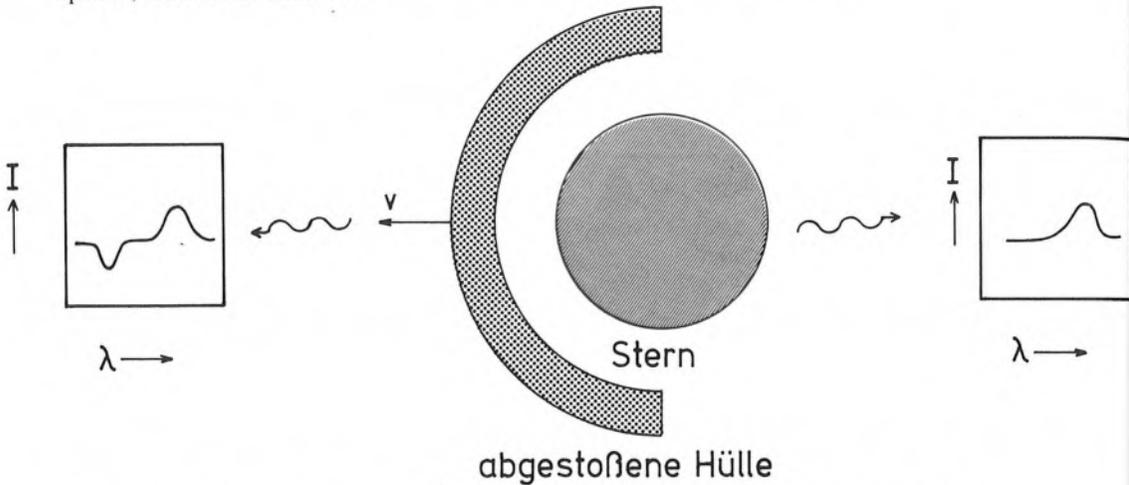
26.2 Teilversuch: Anwendung des Dopplergesetzes auf ein astronomisches Objekt (Nova)

26.2.1 Grundlagen des Teilversuches

Im Sommer 1975 erschien im Sternbild Schild eine Nova (Nova Scuti 1975), die auch an der Außenstelle des Astronomischen Instituts der Ruhr-Universität La Silla/Chile beobachtet wurde.

Eine \uparrow Nova ist unter anderem dadurch charakterisiert, daß sie Materie in Hüllenform abstößt. Diese Hülle bewegt sich in der Sichtlinie Nova-Beobachter mit der Geschwindigkeit v auf den Beobachter zu, besitzt also eine negative \uparrow Radialgeschwindigkeit. Die Hülle absorbiert die Sternstrahlung wie eine Sternatmosphäre (im wesentlichen in den Balmerlinien). Die Balmerlinien sind jedoch durch den Dopplereffekt blauverschoben. Zusätzlich zu den (blauverschobenen) Balmerlinien der Hülle zeigt die eigentliche Nova die Balmerserie ruhend in Emission (Abb. 26.2.2). Diese charakteristische Kombination von Absorption und Emission bezeichnet man auch als P Cygni-Profil.

In der Nähe der Nova stand der Stern Atair (α Aquilae). Ihn umgibt eine ruhende Sternatmosphäre; seine Balmerlinien liegen daher unverschoben. Da das Strahlungsfeld in seiner Photosphäre einem schwarzen Strahler (mit $T_{\text{eff}} = 8000$ K) entspricht, entfällt die Emission.



26.2.2 Das Spektrum einer Nova. Der Kern liefert eine Emissionslinie, die auf die Geschwindigkeit des Sterns hinweist (rechtes Teilbild); die abgestoßene Hülle eine zusätzliche, blauverschobene Absorptionslinie (linkes Teilbild).

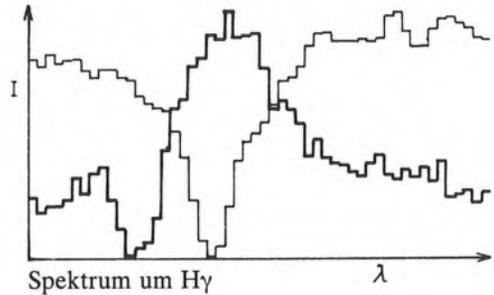
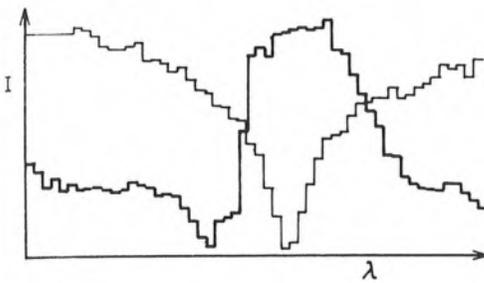
Das Spektrum der Nova wie auch von Atair wurden mit einem lichtelektrischen Spektralphotometer registriert und in einem Ausdruck vereinigt. In Abb. 26.2.5 sind die Balmerlinien $H\beta$, $H\gamma$ und $H\delta$ der Nova (dick) sowie von Atair (dünn) dargestellt. Der Unterschied zwischen dem einfachen Absorptionsprofil von Atair und dem P Cygni-Profil der Nova tritt deutlich hervor. Offenbar hat die Nova selbst – wie Atair – eine nur geringe Radialgeschwindigkeit bezüglich des Beobachters, während die Hülle mit hoher Geschwindigkeit ausgestoßen wurde.

26.2.3 Durchführung des Teilversuches

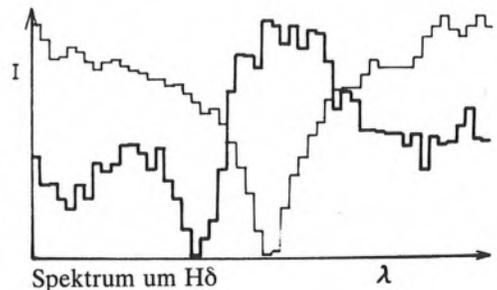
Die Balmerlinien des Atair gelten als Wellenlängenstandard*. Der Abstand zweier Schritte des Spektrographen entspricht einer Wellenlängendifferenz von 0,2 nm. Damit kann die Hüllengeschwindigkeit der Nova bestimmt werden (Tabelle 26.2.4)

26.2.4

Linie/Wellenlänge λ	Abstand der Absorptionslinien Schritte $\Delta\lambda$		Geschwindigkeit der Hülle aus 26.0.4.1
H β 484,1 nm	-9	-1,8 nm	- 1115 km/sec
H γ 434,0 nm	-9	-1,8 nm	- 1243 km/sec
H δ 410,2 nm	-8	-1,6 nm	- 1169 km/sec
			Mittel: - 1176 km/sec



26.2.5 Balmerlinien von Atair (dünn) und P Cygni-Profil der Nova Scuti 1975 (dick). Die Wellenlänge nimmt nach rechts zu und zwar um 0,2 nm pro Schritt.



26.2.6 Höchstfehlerabschätzung für den Teilversuch

Der Abstand der Absorptionslinien läßt sich auf einen Schritt entsprechend 0,2 nm angeben. Diese Ungenauigkeit geht umso stärker in 26.0.4.1 ein, je kleiner die Wellenlänge ist. Damit ergibt sich der Höchstfehler zu

$$26.2.7 \quad \frac{\Delta v}{c} = \frac{0,2 \text{ nm}}{410,2 \text{ nm}} = 4,88 \cdot 10^{-4}$$

oder

$$26.2.8 \quad \Delta v = 146 \text{ km/sec}$$

* Atair bewegt sich mit 26 km/sec auf uns zu. Dies entspricht jedoch nur etwa $\frac{1}{5}$ Schrittweite des Spektrographen.

27. Musterversuch „Das Magnetfeld der Erde und die Ionosphäre“

mit den Teilversuchen:

- 27.1 Bestimmung der Deklination
- 27.2 Stärke der Horizontalkomponente
- 27.3 Die stündliche Änderung der Deklination
- 27.4 Die Magnetosphäre der Erde

27.0.1 Vorkenntnisse

Magnetostatik, das magnetische Feld einer Drahtschleife, Definition des magnetischen Momentes.

27.0.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Magnetnadel in horizontaler Aufhängung, Taschenmikroskop aus Plastik.

27.0.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Zwei Stunden für die Grundlagen. Je eine Schulstunde für die Teilversuche 1, 2 und 4. Die Verfolgung der stündlichen Änderung der Deklination (Teilversuch 3) geschieht am besten zwischen den Extrema der Auslenkung (8^{00} und 14^{00} Ortszeit).

27.0.4 Einführung

Die astronomischen Musterversuche überdecken viele Bereiche der Physik. Naturgemäß können gewisse Teilgebiete – wie Mechanik und Optik – besonders gut behandelt werden; weniger zufriedenstellend gelingt dies beispielsweise bei der Elektrizitätslehre. Das bedeutet nicht, daß Ströme und Magnetfelder keinen Platz in der Astronomie hätten. Der Raum zwischen den Planeten und Fixsternen ist von \uparrow Plasma erfüllt, was zu einer engen Zusammenarbeit zwischen Astronomie und Plasmaphysik geführt hat. Die komplizierten Nachweisverfahren und oft indirekten Schlußweisen verhindern aber eine Verwendung im Schulunterricht.

Um trotzdem im Rahmen dieser Musterversuche auch auf magnetische Phänomene mit astronomischem Bezug hinweisen zu können, werden in diesem Musterversuch einige Eigenschaften des Erdmagnetfeldes und seiner Variation durch die Stromsysteme in der Ionosphäre behandelt.

Die Existenz einer magnetischen Kraft war schon im antiken Griechenland bekannt; bekanntlich verdankt diese der kleinasiatischen Ortschaft Magnesia ihren Namen. Im Abendland wie auch im Vorderen Orient wurde der Magnetismus erst spät für Zwecke der Navigation genutzt (11. Jahrhundert n. Chr.). Viel früher kannten die Chinesen die Nord-Süd-Ausrichtung der Magnetnadel. Ihr „Anzeiger des Südens“ fand zunächst in „magnetischen Wagen“ Verwendung; erst später wurden Magnetkompasser auch auf Schiffen eingesetzt.

Früh war auch die Mißweisung der Magnetnadel bekannt. Kolumbus fand einen Monat vor der Entdeckung Amerikas am 13. 9. 1492 die Lage einer „Linie ohne Abweichung“, d. h. die Magnetnadel zeigte genau nach Norden. Hierauf gründete sich die Hoffnung, die so wichtige Seelänge auf einfache Weise bestimmen zu können, was sich aber nicht erfüllen sollte.

Im sechzehnten Jahrhundert unterschied William Gilbert zum ersten Male klar zwischen elektrischen und magnetischen Phänomenen. Für ihn war der Erdball Quelle der magnetischen Kraft, die die Kompaßnadel ausrichtete.

Im siebzehnten Jahrhundert wurden wegen des immer ausgedehnteren Schiffsverkehrs die ersten Karten der Linien gleicher Deklination und Inklination (Neigung der Feldlinien gegen den Horizont) gezeichnet. Das achtzehnte Jahrhundert brachte die Entdeckung der stündlichen Änderung der Deklination (Graham, Celsius und Hiorter) und der Breitenvariation der Intensität (La Pérouse, Humboldt). Im neunzehnten Jahrhundert wurden schließlich die ersten magnetischen Observatorien gegründet und gleichzeitige Beobachtungen an verschiedenen Orten durchgeführt (Gauß' Magnetischer Verein, 1838). Die so entdeckten globalen Zusammenhänge bildeten ein wesentliches Kapitel der im Entstehen begriffenen Geophysik.

Unser Jahrhundert brachte in allen Bereichen eine Vertiefung der Kenntnisse über das Erdfeld. Von besonderer Bedeutung ist die Entdeckung der mehrfachen Umkehrung der Feldrichtung in der jüngeren geologischen Vergangenheit. Weiterhin ist die Ankopplung des Erdfeldes an den interplanetaren Raum (\uparrow Magnetosphäre) zentrales Forschungsthema, an welchem Geophysik, Plasmaphysik und Extraterrestrische Physik gleichermaßen beteiligt sind.

27.0.5 Grundlagen des Musterversuches

Das Magnetfeld der Erde entspricht in erster Näherung dem eines kurzen, aber starken Stabmagneten, der im Erdmittelpunkt ruht und annähernd nord-südlich ausgerichtet ist. Die Feldlinien dieses Dipols verlaufen in mittleren Breiten stark gegen den Horizont geneigt, bei uns etwa um 64° . Dieser Winkel wird als Inklination bezeichnet. Eine Magnetnadel in üblicher Aufhängung verhüllt diesen Sachverhalt, da sie nur die Horizontalkomponente des Feldes anzeigt. Die Richtung der Horizontalkomponenten weicht im allgemeinen mehr oder weniger von der Nordrichtung ab: die Nadel zeigt eine Mißweisung, die durch die Deklination D angegeben wird. Ihr gilt der erste Teilversuch.

27.1 Teilversuch: Bestimmung der magnetischen Deklination

Die Tabelle 27.1.1 gibt an, wann die Sonne genau im Süden steht. Bekanntlich ist dies nicht so ohne weiteres „mittags um 12 Uhr“ der Fall, sondern hängt von der geographischen Länge λ und der Jahreszeit (\uparrow Zeitgleichung) ab. Wenn man also die Südmarkierung eines Kompasses zur angegebenen Zeit zur Sonne richtet, gibt die Stellung der Nadel die Deklination an.

27.1.1

Genauer Südstand der Sonne für 10° östlicher Länge.
(Für andere Längen siehe Text.)

Januar		Mai		September (Forts.)	
1. – 2.	12 ^h 23 ^m MEZ	1. – 6.	12 ^h 17 ^m MEZ	21. – 23.	12 ^h 13 ^m MEZ
3. – 4.	12 ^h 24 ^m MEZ	7. – 20.	12 ^h 16 ^m MEZ	24. – 26.	12 ^h 12 ^m MEZ
5. – 6.	12 ^h 25 ^m MEZ	21. – 29.	12 ^h 17 ^m MEZ	27. – 28.	12 ^h 11 ^m MEZ
7. – 8.	12 ^h 26 ^m MEZ	30. – 31.	12 ^h 18 ^m MEZ	29. – 30.	12 ^h 10 ^m MEZ
9. – 10.	12 ^h 27 ^m MEZ				
11. – 14.	12 ^h 28 ^m MEZ	Juni		Oktober	
15. – 17.	12 ^h 29 ^m MEZ	1. – 5.	12 ^h 18 ^m MEZ	1. – 2.	12 ^h 10 ^m MEZ
18. – 21.	12 ^h 30 ^m MEZ	6. – 12.	12 ^h 19 ^m MEZ	3. – 5.	12 ^h 09 ^m MEZ
22. – 24.	12 ^h 31 ^m MEZ	13. – 15.	12 ^h 20 ^m MEZ	6. – 9.	12 ^h 08 ^m MEZ
25. – 27.	12 ^h 32 ^m MEZ	16. – 20.	12 ^h 21 ^m MEZ	10. – 12.	12 ^h 07 ^m MEZ
28. – 31.	12 ^h 33 ^m MEZ	21. – 25.	12 ^h 22 ^m MEZ	13. – 16.	12 ^h 06 ^m MEZ
		26. – 29.	12 ^h 23 ^m MEZ	17. – 22.	12 ^h 05 ^m MEZ
		30.	12 ^h 24 ^m MEZ	23. – 31.	12 ^h 04 ^m MEZ
Februar		Juli		November	
1. – 22.	12 ^h 34 ^m MEZ	1. – 5.	12 ^h 24 ^m MEZ	1. – 13.	12 ^h 04 ^m MEZ
23. – 28.	12 ^h 33 ^m MEZ	6. – 11.	12 ^h 25 ^m MEZ	14. – 19.	12 ^h 05 ^m MEZ
		12. – 31.	12 ^h 26 ^m MEZ	20. – 23.	12 ^h 06 ^m MEZ
März		August		24. – 26.	12 ^h 07 ^m MEZ
1. – 5.	12 ^h 32 ^m MEZ	1. – 8.	12 ^h 26 ^m MEZ	27. – 29.	12 ^h 08 ^m MEZ
6. – 9.	12 ^h 31 ^m MEZ	9. – 14.	12 ^h 25 ^m MEZ	30.	12 ^h 09 ^m MEZ
10. – 13.	12 ^h 30 ^m MEZ	15. – 19.	12 ^h 24 ^m MEZ	Dezember	
14. – 16.	12 ^h 29 ^m MEZ	20. – 23.	12 ^h 23 ^m MEZ	1. – 3.	12 ^h 09 ^m MEZ
17. – 19.	12 ^h 28 ^m MEZ	24. – 27.	12 ^h 22 ^m MEZ	4. – 5.	12 ^h 10 ^m MEZ
20. – 23.	12 ^h 27 ^m MEZ	28. – 30.	12 ^h 21 ^m MEZ	6. – 7.	12 ^h 11 ^m MEZ
24. – 26.	12 ^h 26 ^m MEZ	31.	12 ^h 20 ^m MEZ	8. – 9.	12 ^h 12 ^m MEZ
27. – 30.	12 ^h 25 ^m MEZ			10. – 11.	12 ^h 13 ^m MEZ
31.	12 ^h 24 ^m MEZ			12. – 13.	12 ^h 14 ^m MEZ
				14. – 15.	12 ^h 15 ^m MEZ
April		September		16. – 17.	12 ^h 16 ^m MEZ
1. – 5.	12 ^h 23 ^m MEZ	1. – 2.	12 ^h 20 ^m MEZ	18. – 19.	12 ^h 17 ^m MEZ
6. – 8.	12 ^h 22 ^m MEZ	3. – 5.	12 ^h 19 ^m MEZ	20. – 21.	12 ^h 18 ^m MEZ
9. – 13.	12 ^h 21 ^m MEZ	6. – 8.	12 ^h 18 ^m MEZ	22. – 23.	12 ^h 19 ^m MEZ
14. – 17.	12 ^h 20 ^m MEZ	9. – 11.	12 ^h 17 ^m MEZ	24. – 25.	12 ^h 20 ^m MEZ
18. – 22.	12 ^h 19 ^m MEZ	12. – 14.	12 ^h 16 ^m MEZ	26. – 27.	12 ^h 21 ^m MEZ
23. – 27.	12 ^h 18 ^m MEZ	15. – 17.	12 ^h 15 ^m MEZ	28. – 30.	12 ^h 22 ^m MEZ
28. – 30.	12 ^h 17 ^m MEZ	18. – 20.	12 ^h 14 ^m MEZ	31.	12 ^h 23 ^m MEZ

Am 23.5.77 wurde die Deklination für Bochum bestimmt. Für $\lambda = 10^\circ$ östlich Greenwich gibt die Tabelle 27.1.1 an diesem Tag als Augenblick des Südstandes: 12^h17^m. Nun liegt Bochum bei $\lambda = 7^\circ,25'$; also 2^h,75 westlich vom Bezugsmeridian. Da für jedes Grad weiter westlich (östlich) die Sonne 4 Minuten später (früher) kulminiert, gilt für den Bochumer Kulminationszeitpunkt

$$27.1.2 \quad 12^{\text{h}}17^{\text{m}} + 4 \text{ m} \cdot 2,75 = 12^{\text{h}}28^{\text{m}}$$

Zum berechneten Zeitpunkt wurde die Kompaßachse genau zur Sonne ausgerichtet. Die Kompaßnadel war um $D = 3^\circ,5$ nach Westen ausgelenkt, womit die Mißweisung bestimmt ist.

27.2 Teilversuch: Stärke der Horizontalkomponente

Um gibt man eine Magnetnadel mit einer kreisförmig gebogenen Drahtschlinge (Kreisebene senkrecht zur Nadel), so kann durch geeignete Wahl der Stromstärke die Horizontalkomponente des Erdfeldes kompensiert werden. Es wurde beispielsweise in einem Laborraum der Ruhr-Universität gefunden, daß die Horizontalkomponente in der Mitte eines kreisförmig gebogenen Leiters mit $R = 23,5$ cm bei einem Strom von $I = 3,8$ A kräftefrei war (Durchdrehen der Nadel bei Anstoß und sehr schwache Ausrichtung in Ost-West-Richtung).

Es gilt in diesem Falle für die Horizontalkomponente H_i

$$27.2.1 \quad H_i = \frac{I}{2 \cdot R} = 8,09 \text{ A/m} \quad \text{bzw.} \quad B_i = 1,02 \cdot 10^{-5} \text{ Tesla}^*$$

Nun ist das Feld im Inneren eines Laborraumes H_i sicher anders als im Freien H_a . Eine direkte Feldmessung im Freien würde eine aufwendige Umkleidung der Magnetnadel erfordern (störende Luftbewegung!).

Den Faktor

$$27.2.2 \quad \frac{H_a}{H_i}$$

kann man aus den Schwingungszeiten der Magnetnadel um ihre Ruhelage T ermitteln. Es gilt (analog zum mechanischen Pendel)

$$27.2.3 \quad T \sim \sqrt{\frac{1}{H}}$$

also

$$27.2.4 \quad \frac{H_a}{H_i} = \frac{T_i^2}{T_a^2}$$

wenn T_i und T_a die Schwingungszeiten im Labor und im Freien bedeuten. Mit den gemessenen Schwingungszeiten

$$27.2.5 \quad T_i = 5,75 \text{ s}; T_a = 4,25 \text{ s}$$

wird

$$27.2.6 \quad \frac{H_a}{H_i} = 1,83.$$

Die Horizontalkomponente wird damit zu

$$27.2.7 \quad H_a = 14,8 \text{ A/m} \quad \text{bzw.} \quad B_a = 1,86 \cdot 10^{-5} \text{ Tesla}$$

Bei einem Inklinationwinkel von 64° wird die Totalintensität zu

$$27.2.8 \quad H = \frac{14,8 \text{ A/m}}{\cos 64^\circ} = 33,8 \text{ A/m} \quad \text{bzw.} \quad B = 4,2 \cdot 10^{-5} \text{ Tesla}$$

(H variiert von den Polen zum Äquator).

Das magnetische Moment M der Erde mit dem Erdradius $R_o = 6,378 \cdot 10^6$ m folgt wegen

$$27.2.9 \quad M = B \cdot R_o^3$$

zu

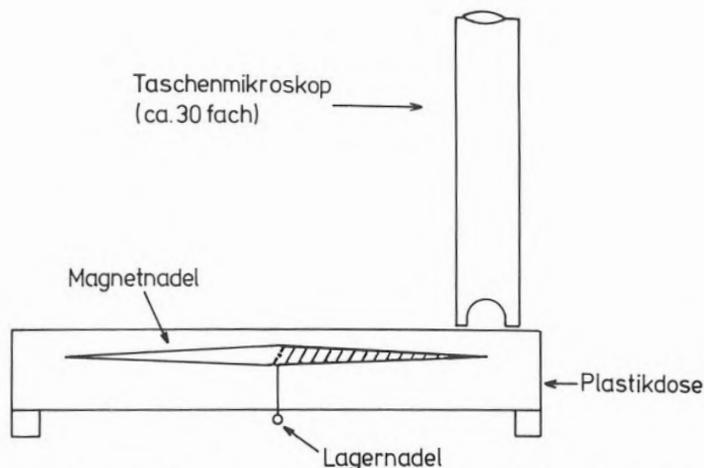
$$27.2.10 \quad M \approx 10^{16} \text{ Tesla} \cdot \text{m}^3$$

* oft wird B auch in Gauß oder γ (Gamma) ausgedrückt: $1 \text{ Tesla} = 10^4 \text{ Gauß} = 10^9 \gamma$

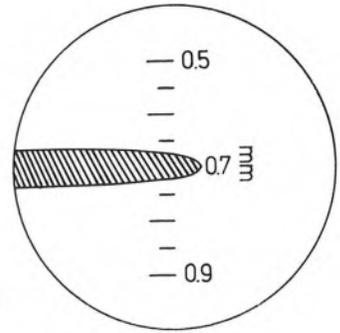
27.3 Teilversuch: Die stündliche Änderung der Deklination

Das uns umgebende Magnetfeld ist nicht konstant. Im Laufe von Jahrzehnten beobachtet man eine merkliche Änderung der Deklination (Säkularvariation). Das System der Isogonen (= Linien gleicher Deklination) verschiebt sich langsam nach Westen. Ging in den vierziger Jahren die Isogone $D = 0^\circ$ noch durch Ostpreußen, so läuft sie jetzt durch Berlin. Aber auch Schwankungen auf kleineren Zeitskalen – bis in den Millisekundenbereich – werden beobachtet. Für schulische Zwecke eignet sich besonders das Studium des Tagesganges der Deklination mit Amplituden der Größenordnung $10'$ (abhängig von Jahreszeit und Sonnenfleckenzahl). Gegen 8^{00} nimmt die Nadel ihre östlichste Stellung ein; am frühen Nachmittag ihre westlichste. Um diesen Effekt beobachten zu können, wird eine Magnetnadel von etwa 8 cm Länge in einer Plastikdose gelagert (Abb. 27.3.2). Mit einem Taschenmikroskop (aus Plastik!) wird die Positionsänderung der Nadel anhand der eingeblendeten Skala verfolgt (Abb. 27.3.3). Die scharfe Kante der Nadel kann auf $\frac{1}{100}$ mm eingeschätzt werden. Im vorliegenden Fall (Abstand Mitte der Nadel-Ablesestelle: 39,5 mm) entspricht das einer Meßunsicherheit von

$$27.3.1 \quad \frac{\frac{1}{100} \text{ mm}}{39,5 \text{ mm}} \triangleq 45''$$



27.3.2 Versuchsaufbau zur Messung der stündlichen Änderung der Deklination mittels einer wie bei einem Kompaß gelagerten Magnetnadel. Die hohe Nachweisgenauigkeit macht es notwendig, den Hin- und Hertransport von Metallobjekten während der Messung zu vermeiden. Andererseits ist eine konstante Verzerrung des Erdfeldes durch Eisenträger etc. unkritisch. Die Messungen der Abb. 27.3.7 wurden im 5. Stock einer Wohnsiedlung gemacht.



27.3.3 Typischer Anblick der Magnetnadel in einem Taschenmikroskop.

Abb. 27.3.7 zeigt den Verlauf der Deklinationsänderung an zwei aufeinanderfolgenden Tagen. Trotz unterschiedlicher Amplitude ist der Tagesgang ähnlich. Der (gemittelten) Amplitude von $11'$ entspricht eine Änderung der H-Komponente in Ost-West-Richtung von

$$27.3.4 \quad \Delta H = H \cdot \text{arc } 11'$$

Mit $H = 14,8 \text{ A/m}$ (Teilversuch 2) wird

$$27.3.5 \quad \Delta H = 4,7 \cdot 10^{-2} \text{ A/m}$$

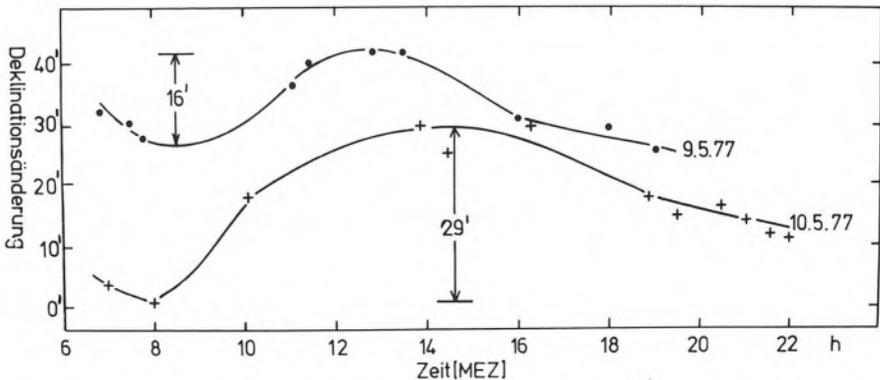
Diese Störung ΔH rührt zum wesentlichen Teil von einem Stromsystem in der \uparrow Ionosphäre her.

Die Ionosphäre ist eine leitende Schicht in etwa 100 km Höhe. Gezeiteneffekte durch Sonne und Mond heben und senken diese leitende Schicht im Magnetfeld der Erde. Dadurch induziert das Erdmagnetfeld Ringströme, die wiederum das schwache Zusatzfeld ΔH bewirken.

Die Erde dreht sich unter diesem Stromsystem weg. Der charakteristische Durchmesser $2R$ des Stromsystems wird durch die Zeitdifferenz zwischen den Extrema um 8^{00} und 14^{00} bestimmt. Mit der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde (am Äquator 1667 km/Stunde) folgt

$$27.3.6 \quad 2R = 1667 \text{ km/h} \cdot (14-8)\text{h} = 10\,000 \text{ km}$$

$$R = 5000 \text{ km}$$



27.3.7 Stündliche Änderung der magnetischen Deklination an zwei aufeinanderfolgenden Tagen. Die Messung erfolgte im Versuchsaufbau gemäß Abb. 27.3.2

Damit kann – zumindest größenordnungsmäßig – die Ringstromstärke in der Hochatmosphäre abgeschätzt werden. Die in Gleichung 27.2.1 eingeführte Verbindung zwischen Stromstärke und Magnetfeld einer kreisförmigen Drahtschleife ergibt umgestellt

$$27.3.8 \quad I = 2 \cdot R \cdot H$$

H bedeutet hierin das Zusatzfeld $\Delta H = 4,7 \cdot 10^{-2} \text{ A/m}$ aus Gleichung 27.3.5. Mit $R = 5000 \text{ km} = 5 \cdot 10^6 \text{ m}$ wird

$$27.3.9 \quad I \approx 5 \cdot 10^5 \text{ A}$$

27.4 Teilversuch: Die Magnetosphäre der Erde

Die Feldlinien des Erdfeldes sind in der Nähe der Erde geschlossen. Befände sich die Erde allein im Universum, so würden die Linien auch in großer Entfernung denen eines Dipolfeldes gleichen. Nun nimmt die Feldstärke aber mit R^{-3} ab (Teilversuch 2). Sie beträgt in der Entfernung R (R_0 : Erdradius)

$$27.4.1 \quad B_e = \frac{4,2 \cdot 10^{-5} \text{ Tesla}}{(R/R_0)^3}$$

Wenn B_e dem interplanetaren Magnetfeld (des anströmenden Sonnenwindes) mit $B_s \approx 10^{-8} \text{ Tesla}$ vergleichbar wird, (oder aber die magnetischen Energiedichten $\sim B_e^2$; $\sim B_s^2$, was in der Abschätzung auf das gleiche hinauskommt), so ist offenbar der „Herrschaftsbereich“ des irdischen Magnetfeldes zu Ende.

Bei

$$27.4.2 \quad B_s = B_e$$

oder

$$27.4.3 \quad 10^{-8} \text{ Tesla} = \frac{4,2 \cdot 10^{-5} \text{ Tesla}}{(R/R_0)^3}$$

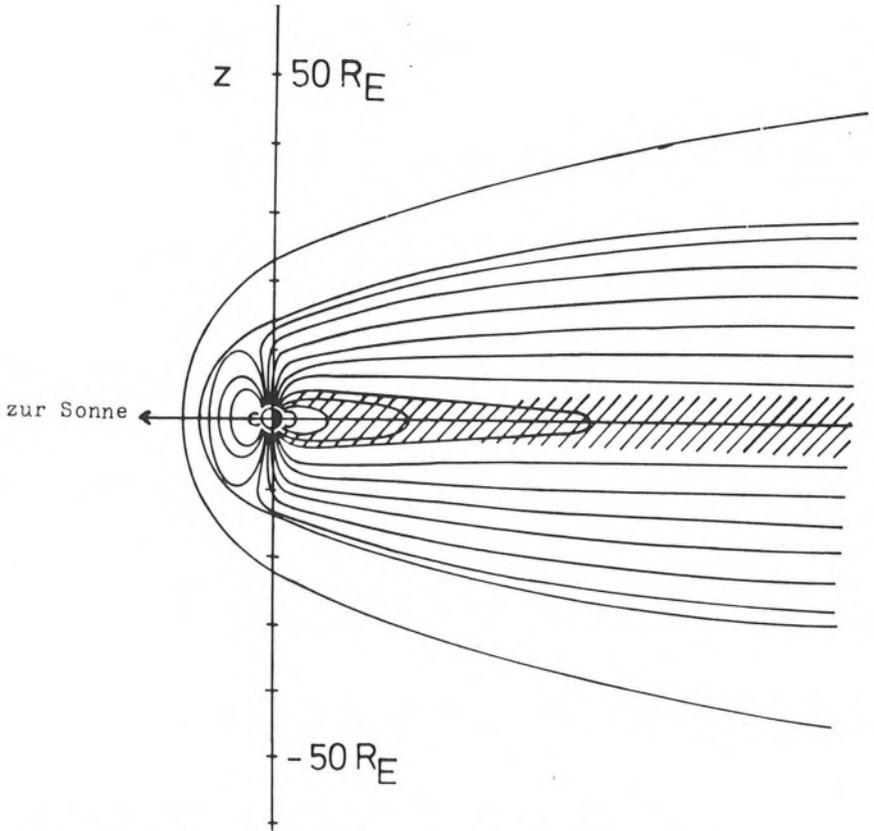
wird

$$27.4.4 \quad R = \sqrt[3]{\frac{4,2 \cdot 10^{-5}}{10^{-8}}} \text{ Erdradien}$$

oder

$$27.4.5 \quad R \approx 16 \text{ Erdradien}$$

Dieser Wert für den „direkten Konfrontationsbereich“ entlang der Linie Erde-Sonne wird durch Satellitenmessungen größenordnungsmäßig bestätigt (Abb. 27.4.6). Es erscheint plausibel, daß in den anderen Richtungen das irdische Magnetfeld in einer Art „Kometenschweif“ auseinandergezogen wird. Das gesamte System dieser verformten Magnetfeldlinien heißt „Magnetosphäre“; die Grenzschicht zum interplanetaren Plasma „Magnetopause“.



27.4.6 Querschnitt durch die Magnetosphäre der Erde.

28. Musterversuch „Empfang und Analyse von Wettersatellitensignalen“

mit den Teilversuchen:

28.1 Satellitenbahnradius

28.2 Rekonstruktion eines Satellitenbildes.

28.0.1 Vorkenntnisse

Ein Satellit mit vernachlässigbar kleiner Masse bewegt sich in einer Kreisbahn um den Erdmittelpunkt, wenn Fliehkraft und Anziehungskraft in jedem Augenblick einander entgegengesetzt gleich sind. Die gravitierende Masse der Erdkugel kann in ihrem Mittelpunkt vereinigt gedacht werden. UKW-Signale breiten sich wie Lichtstrahlen geradlinig aus. Kenntnisse der Kreisgeometrie.

28.0.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine bei Heranziehung der Abb. 28.1.11. Zum Empfang der Satellitensignale ist ein UKW-FM-Empfänger für den Bereich um 137 MHz erforderlich*. Die Bildrekonstruktion erfordert einen Oszillographen mit externer Helligkeitssteuerung (sogenannte Z-Achse) sowie eine quarzstabilisierte Impulsquelle für Impulse im Abstand von 0,5 Sekunden. Die Bildaufzeichnung geschieht mit einer Kleinbildkamera.

28.0.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Bei vorliegendem Material gelingt die Durchführung der Teilversuche in je einer Schulstunde.

28.0.4 Einführung

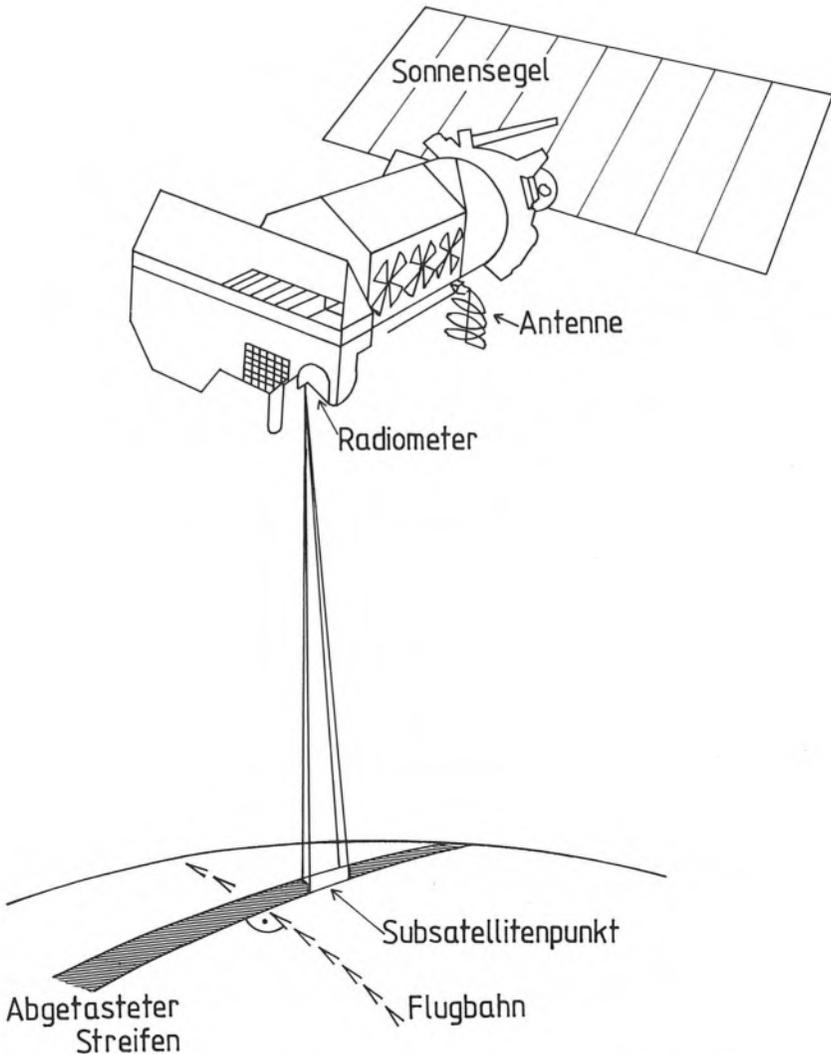
Seit dem 4. Oktober 1957 kreisen künstliche Satelliten um unsere Erde. Ihre Bahnen sind so vielfältig wie ihre Aufgaben. Manche Forschungssatelliten, insbesondere diejenigen, die das Erdmagnetfeld erkunden sollen, haben langgestreckte elliptische Bahnen. Nachrichtensatelliten bewegen sich hingegen oft auf Kreisbahnen in der Erdäquatorebene in Richtung der Erdrotation. Dabei ist der Abstand vom Erdmittelpunkt mit rund $R = 42\,000\text{ km}$ so gewählt, daß ihre Umlaufzeit gleich der Umdrehungszeit der Erde von 23 h 56 m ist. Damit stehen solche Satelliten immer über dem gleichen Punkt der Erdoberfläche und können als Relaisstationen für den Fernschreib-, Fernsprech- und Fernsehverkehr dienen (Synchronsatelliten). Von großer Bedeutung für die Wettervorhersage sind die Wettersatelliten geworden. Sie umrunden die Erde auf polnahen Bahnen mit Umlaufzeiten von etwa zwei Stunden und senden Bilder der überflogenen Wolkenformationen, die von den Wetterdiensten ausgewertet werden. Da diese Aufnahmen aus Gründen gleichbleibender Bildqualität immer aus der gleichen Höhe über dem Erdboden erfolgen müssen, haben die Wettersatelliten fast ideale Kreisbahnen. Dies erleichtert ihre Nutzung im Schulunterricht.

* Erfahrungsgemäß genehmigt die Deutsche Bundespost den Antrag von Schulen auf Betrieb einer Satellitenempfangsanlage (NOAA, Meteor) für Unterrichtszwecke. Näheres teilen die Oberpostdirektionen mit.

28.0.5 Grundlagen des Musterversuches

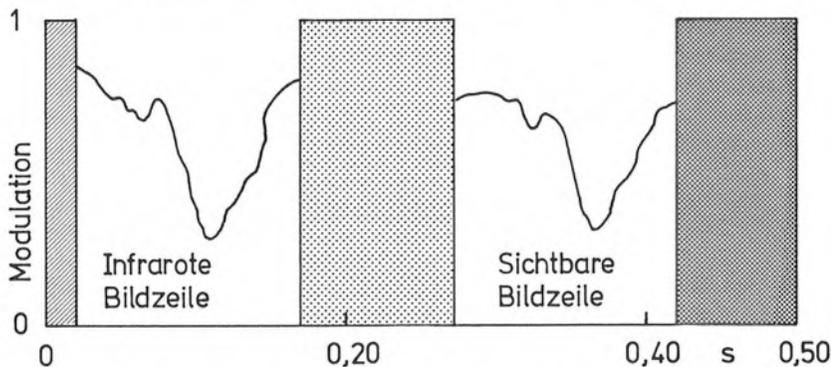
Unter den Satelliten sind für eine Schulstation vor allem die Wettersatelliten der NOAA-Serie geeignet. Diese Satelliten gehören zum „Automatic Picture Transmission“ – Programm der National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) der USA. Die Umlaufhöhe der Satelliten über der Erdoberfläche beträgt etwa 800 km, die Umlaufzeit der fast über die Pole führenden Bahn rund hundert Minuten.

Die Sendefrequenz von 137 MHz liegt günstig im UKW-Bereich; Empfänger und Antenne sind relativ preiswert. Die Satelliten senden Bilder des überflogenen Gebiets im sichtbaren und infraroten Spektralbereich mit einer Zeilenfrequenz von zwei Hertz. Der Bildinhalt ist amplitudenmoduliert und läßt sich in einfacher Weise zu einem Bild zusammensetzen.



28.0.5.1 Schematischer Aufbau und Flugbahn eines Wettersatelliten.

Abb. 28.0.5.1 zeigt den prinzipiellen Aufbau des Satelliten. Die elektrische Energie wird von den Sonnensegeln geliefert. Die Abtastung der Erdoberfläche geschieht durch die Radiometer. Alle 0,5 s wird ein schmaler Streifen senkrecht zur Flugrichtung abgetastet. Dieser Abtastvorgang liefert die Bildzeile und ist im Lautsprecher des UKW-Empfängers als charakteristischer Pfeifton mit einer Frequenz von 2,4 kHz zu hören. Es ist also nicht so, daß – wie bei den ersten Wettersatelliten – zunächst ein Fernsehbild aufgenommen wird, welches anschließend Zeile für Zeile zur Erde gefunkt wird. Es wird vielmehr jede Bildzeile während des Fluges in Echtzeit zur Erde gesendet.



28.0.5.2 Informationsinhalt einer Bildzeile der NOAA-Satelliten. Nebeneinander sind untergebracht: Eigeninformationen wie Grautreppen etc. (Balken) sowie die Zeile des infraroten wie des sichtbaren Teilbildes.

Innerhalb der Bildzeile sind untergebracht (Abb. 28.0.5.2)

- a) ≈ 175 ms Wärmebild
- b) ≈ 175 ms sichtbares Bild
- c) ≈ 150 ms Eichmarken etc.

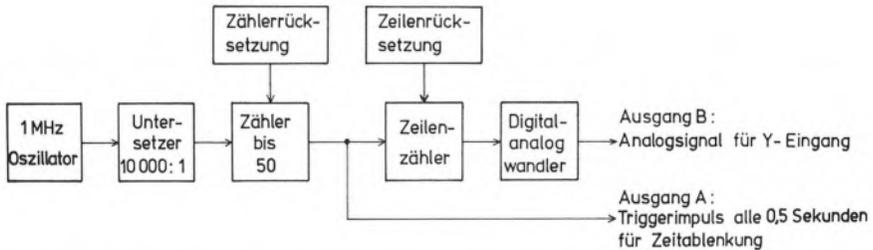
Der Empfang der NOAA – Satelliten erfordert einen UKW-FM-Empfänger im VHF-Bereich (137 MHz). Der Gebrauchtelektronikmarkt bietet viele geeignete Typen für einige hundert Mark. Bezugsquellen weisen die örtlichen Radioamateurvereine nach, die beim Aufbau der Anlage sicher auch gern mit Rat und Tat zur Seite stehen*.

Die Sendeleistung der Satelliten ist so stark, daß sie bereits mit einer 0 dB-Antenne (Drahtschleife, Rundstrahler) empfangen werden können. Für einen gleichmäßigen Empfang über die gesamte Passagezeit von maximal 15 Minuten ist eine kleine Richtantenne erforderlich, die dem Satelliten nach Gehör oder Aussteueranzeige nachgeführt wird.

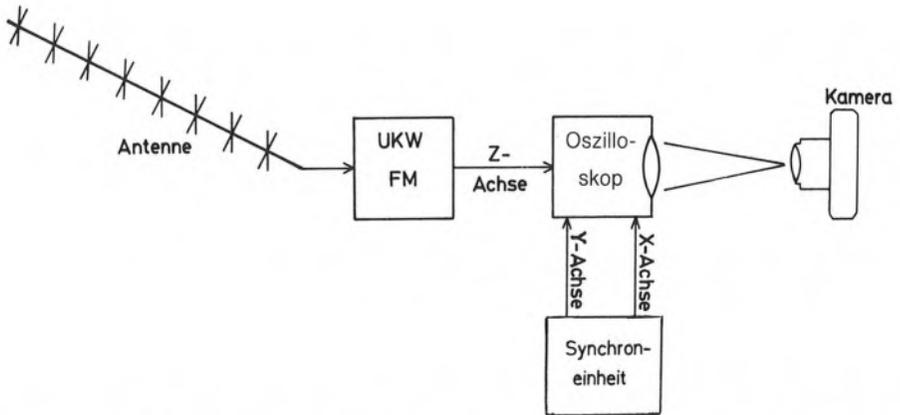
Das Niederfrequenzsignal wird durch das typische Pfeifen des 2,4 kHz-Trägers im 2 Hz-Takt charakterisiert. Auf diesen Träger ist die Bild- und Eigeninformation aufmoduliert (Abb. 28.0.5.2). Die Bildrekonstruktion ist einfach. Neben Hellschreiber oder Bildwalze bietet sich als einfache Lösung die Intensitätsmodulation (Z-Modulation) eines Kathodenstrahloszilloskopes an (Abb. 28.0.5.3–4). Die Strahlenablenkung (X- und Y- Koordinate des Oszilloskopes) erfolgt durch eine Schaltung wie in Abb. 28.0.5.3. Diese kann (bei einiger Bastelfreude) leicht aus kommerziellen integrierten Schaltkreisen zusammengesetzt werden. Dabei triggern die Impulse des Ausgangs A im 0,5 s-Rhythmus die Zeitablenkung, während die

* Da die Satelliten eine begrenzte Lebensdauer haben und die Sendefrequenzen neuer Satelliten leicht variieren können, nehme man vorher Kontakt mit dem nächsten Wetteramt auf.

Spannung am Ausgang B langsam (linear mit der Zeit) ansteigt und über dem Y-Eingang des Oszilloskopes jede folgende Bildzeile etwas höher setzt. Um die Bildgeometrie des Subsatellitenpunktes abbildgetreu zu halten, muß bedacht werden, daß einem Zeilenabstand von y mm in Y-Richtung eine Ablenkgeschwindigkeit von $0,3 \cdot y$ cm/ms in X-Richtung entsprechen muß. Dieses Schirmbild wird dann mit einer handelsüblichen Kamera per Langzeitbelichtung aufgenommen. Die Qualität des empfangenen Bildes hängt naturgemäß vom Signal/Rausch-Verhältnis ab. Stets werden aber die großräumigen Wolkenwirbel der Tiefdruckgebiete und die Küstenlinien in Erscheinung treten. Falls die Anlage quarzstabilisiert ist, kann auch der Dopplereffekt des Satelliten nachgewiesen werden. Dieser beträgt maximal 3 kHz, so daß eine Frequenzkonstanz von einigen hundert Hertz über 15 Minuten erforderlich ist.



28.0.5.3 Blockschaltbild einer Synchronisiereinheit für die Strahlablenkung eines Oszilloskopes zur Aufzeichnung von Wettersatellitenbildern.



28.0.5.4 Aufbau einer Satellitenempfangsstation. Teilversuch 1 bedarf nur der Antenne und des Empfängers; Teilversuch 2 erfordert zusätzlich ein Oszilloskop, die Synchronisiereinheit (beispielsweise gemäß Abb. 28.0.5.3) sowie eine Kamera.

28.1 Teilversuch: Der Bahnradius des Satelliten

Die UKW-Signale des Satelliten bleiben von der Ionosphäre weitgehend unbeeinflusst und breiten sich gradlinig aus. Abb. 28.1.5, S. 185, zeigt schraffiert denjenigen Teil der Erdoberfläche, der zu einem gegebenen Zeitpunkt vom Satellitensignal erreicht wird. Er kann durch den Zentrumswinkel φ beschrieben werden. Mit den Größen

- 28.1.1 r Erdradius
 R Bahnradius des Satelliten
 und $h = R - r$ Abstand des Satelliten von der Erdoberfläche

steht φ in folgender einfacher Beziehung:

$$28.1.2 \quad \cos(\varphi/2) = \frac{r}{R} = \frac{r}{r+h}$$

Der Winkel φ kann aber auch anders interpretiert werden. Er beschreibt denjenigen Teil der Bahn, der von einem festen Beobachtungspunkt auf der Erde maximal überblickt werden kann. Wenn also weiterhin eingeführt wird:

- 28.1.3 T Umlaufszeit des Satelliten
 und t maximale Beobachtungszeit des Satelliten

so gilt für φ ebenfalls

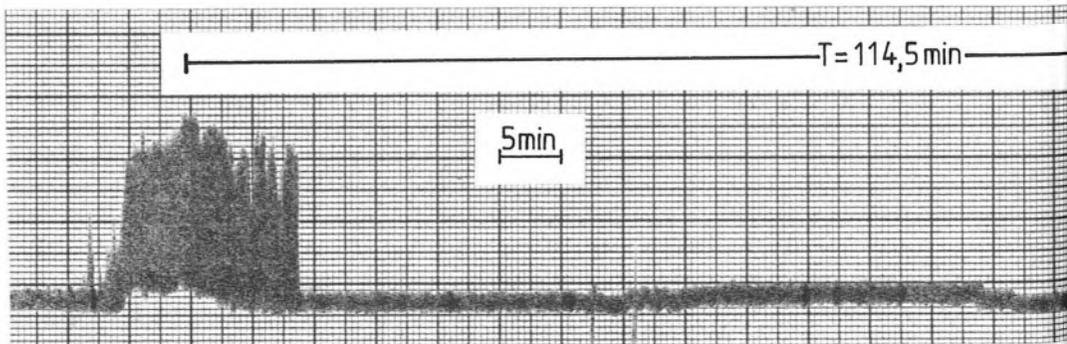
$$28.1.4 \quad \frac{\varphi}{360^\circ} = \frac{t}{T}$$

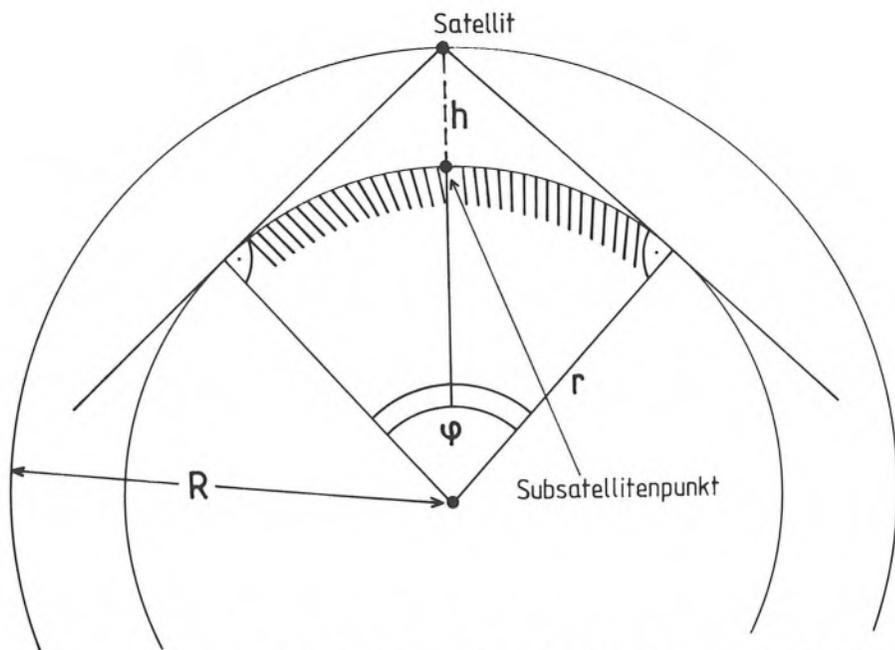
Die maximale Beobachtungszeit ist natürlich in Übereinstimmung mit Abb. 28.1.5 nur dann gegeben, wenn der Satellit durch den Stationszenit zieht (oder ihm mindestens nahe kommt).

Durch Verknüpfung von 28.1.2 und 28.1.4 ergibt sich also der Bahnradius des Satelliten R bei Kenntnis der Stationspassagezeit t , der Umlaufszeit T und des Erdradius r zu

$$28.1.6 \quad R = r + h = \frac{r}{\cos\left(180^\circ \cdot \frac{t}{T}\right)}$$

In Abb. 28.1.11 ist die Lautstärke des auf die Satellitenfrequenz eingestellten Empfängers (Abb. 28.0.5.4) während zweier Satellitenpassagen aufgezeichnet. Dabei erfolgte der zweite Durchgang (rechts im Diagramm) zenitnah. Wir entnehmen dem Diagramm





28.1.5 Zusammenhang von Erdradius r , Satellitenbahnradius R und Satellitenflughöhe $h = R - r$ mit dem Zentrumswinkel φ .

28.1.7 Umlaufzeit $T = 114,5$ min
 Passagezeit $t = 22,5$ min*

Für den Erdradius setzen wir

28.1.8 $r = 6371$ km

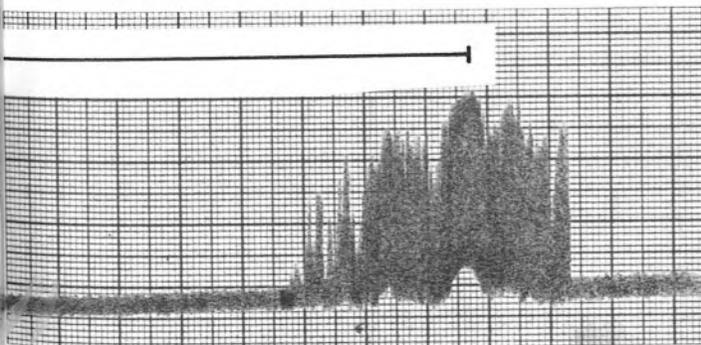
Damit erhalten wir für den Satellitenbahnradius

28.1.9 $R = 7813$ km

und für den Abstand des Satelliten von der Erdoberfläche

28.1.10 $h = R - r = 1442$ km

* Die neue Satellitengeneration fliegt erheblich dichter über der Erdoberfläche mit entsprechend kleinerem t und T .



28.1.11 Registrierung der Feldstärke während zweier aufeinanderfolgender Satellitendurchgänge. Der Abstand maximaler Feldstärken entspricht der Umlaufzeit von $T = 114,5$ min. Der Satellit erschien jeweils rund 20 min über dem Horizont. Der zenitnähere Durchgang ist der rechte.

28.1.12 Höchstfehlerabschätzung (nur Teilversuch 1)

Nach Gleichung 28.1.6 sind R und h bei bekanntem Erdradius r nur von der maximalen Beobachtungszeit t und der Umlaufzeit T abhängig. t und T werden beide mit der gleichen Unschärfe von etwa einer Minute dem Diagramm Abb. 28.1.11 entnommen. Da T aber etwa sechsmal so groß wie t ist, beträgt $\Delta T/T$ nur etwa ein Sechstel von $\Delta t/t$. Damit bestimmt im wesentlichen t die Ungenauigkeit.

Differenziert man R bzw. h in 28.1.6 nach t , wobei man das Argument des Kosinus im Bogenmaß nimmt, so erhält man

$$28.1.13 \quad \frac{dR}{dt} = \frac{dh}{dt} = \frac{\pi \cdot r}{T} \cdot \frac{\sin\left(\pi \frac{t}{T}\right)}{\cos^2\left(\pi \frac{t}{T}\right)}$$

Mit r , t und T aus 28.1.7 und 28.1.8 wird

$$28.1.14 \quad \frac{dR}{dt} = \frac{dh}{dt} = 152 \text{ km/min} .$$

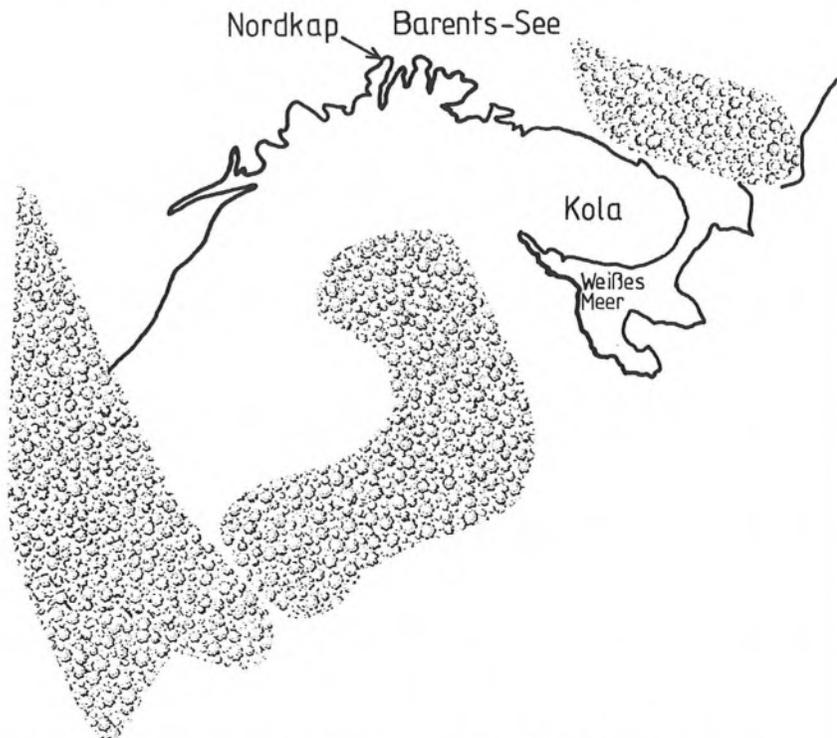
Eine mögliche Unsicherheit von ± 1 min bei der Bestimmung von t äußert sich also im Satellitenbahnradius R wie auch der Höhe über dem Erdboden h mit ± 152 km.

28.2 Teilversuch: Rekonstruktion eines Satellitenbildes

Während zur Durchführung des Teilversuches 1 nur Empfänger (mit einfacher Rundstrahlantenne) und Stoppuhr nötig sind, muß zur Rekonstruktion des Satellitenbildes etwas mehr Aufwand getrieben werden. Neben einer kleinen Richtantenne (etwa 14 dB Gewinn, rund 40° Öffnung; siehe die einschlägigen Kataloge) muß natürlich die Synchronisereinheit beispielsweise in Anlehnung an Abb. 28.0.5.3 gebaut werden. Dies erfordert aber nicht mehr als zehn integrierte Schaltkreise und einen 10-bit Digital-Analog-Wandler zur Erzeugung der gleichmäßigen Y-Ablenkung. Ferner darf das Oszilloskop keine starke Eigenhelligkeitsmodulation des Bildpunktes aufweisen. Dies prüft man am besten durch Aufzeichnen eines Bildes bei freiem Z-Eingang. Das entwickelte Negativ (oder Sofortbild) sollte gleichmäßig grau aussehen.

28.2.1 Wenn die Bildaufzeichnung bei Tageslicht stattfindet, muß für eine sorgfältige Abschirmung der Außenhelligkeit gesorgt werden. Zwischen Kamera und Frontplatte des Oszilloskopes ist dies kein Problem. Erfahrungsgemäß stiehlt sich aber stets noch etwas Restlicht durch die Entlüftungsöffnungen im Gehäuse. Auch hier muß ein Vortest „schwache Stellen“ aufzeigen. Unproblematisch ist eine Registrierung in einem abgedunkelten Raum.

Abb. 28.2.2 zeigt eine Aufzeichnung des Satellitensignals gemäß Abb. 28.0.5.3 und 28.0.5.4.



28.2.2 Wettersatellitenbild von Nordskandinavien vom 16. 7. 76 9⁰⁰ (Infrarotbild).

29. Musterversuch „Die Berechnung geozentrischer Planetenörter“

29.1 Vorkenntnisse

Erstes und Zweites Keplersches Gesetz. Empfehlenswert ist die vorherige Behandlung des Musterversuches 10. „Berechnung der Stellung der Jupitermonde“ sowie des Anhangs zum Musterversuch 12. „Das Erste Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn“.

29.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine.

29.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Eine Schulstunde für die Grundlagen (sofern die obigen Vorkenntnisse erarbeitet worden sind) und eine Stunde für die Durchführung.

29.4 Einführung

Bis zum Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts war die Beobachtung und Berechnung der Stellung der Gestirne dasjenige Gebiet der Astronomie, auf welchem die meisten Forscher tätig waren. Einer der größten Astronomen des neunzehnten Jahrhunderts, Friedrich Wilhelm Bessel (1784–1846) meinte sogar, daß es die alleinige Aufgabe der Astronomie sei, Regeln für die Bewegung jedes Gestirnes zu finden, aus welchen sein Ort für jede beliebige Zeit errechnet werden könnte, und fügte hinzu, daß alles andere nicht von eigentlich astronomischem Interesse sei. Fünfzig Jahre später begann der Siegeszug der Astrophysik und heute sind nur noch wenige Astronomen auf dem Gebiet der klassischen Astronomie – der \uparrow Himmelsmechanik – tätig.

Die Verfolgung der Bewegung der Gestirne und ihre Vorausberechnung läßt sich bis in das zweite vorchristliche Jahrtausend zurückverfolgen. Seit der Zeit Hammurabis (um 1750 v. Chr.) trägt die babylonische Astronomie wissenschaftliche Züge dank ihren sorgfältigen Planetenbeobachtungen und Fixsternlisten. Natürlich konnte erst nach der Auffindung des Gravitationsgesetzes durch Isaac Newton (1643–1727) eine physikalisch begründete \uparrow Bahnbestimmung durchgeführt werden, das heißt, die räumliche Bahn (zuerst im Sonnensystem, später im Fixsternraum) aus den Beobachtungen an der Sphäre erschlossen werden. Hier ist vor allem Carl Friedrich Gauß (1777–1855) zu nennen, der in seinem Werk „Theoria motus corporum coelestium“ (1809) das auch heute noch angewandte Verfahren zur Bestimmung der Bahn aus drei Beobachtungen entwickelte.

Die umgekehrte Aufgabe wird gelöst durch die Ephemeridenrechnung: die Ermittlung der Position eines Planeten an der Himmelskugel für einen gegebenen Zeitpunkt bei bekannter Bahn. Die Ephemeridenrechnung ist grundsätzlich einfacher als die Bahnbestimmung.

29.5 Grundlagen des Musterversuches

Im Anhang zum Musterversuch 12. „Das Erste Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn“ wird ausgeführt, daß die Perigäumszeitpunkte wegen der strengen Periodizität des Bahnlaufes aus einer linearen Beziehung ermittelt werden können. Das gleiche gilt auch für die Perihelzeiten t_0 der Planeten. Ist also in Anlehnung an Gleichung 12.10.1 des erwähnten Musterversuches

a ein Perihelzeitpunkt des Planeten

b die Umlaufzeit

sowie

n eine ganze Zahl,

so wird jeder Periheldurchgang zur Zeit

$$29.5.1 \quad t_0 = a + n \cdot b$$

stattfinden (Tabelle 29.5.5)

In gleicher Weise wiederholen sich auch die anderen Positionen des Planeten in seiner Bahn. So findet beispielsweise der Apheldurchgang t_1 eine halbe Umlaufzeit später statt:

$$29.5.2 \quad t_1 = a + (n + 0,5) \cdot b$$

und für jeden anderen Bahnpunkt gilt

$$29.5.3 \quad t = a + (n + n') \cdot b$$

mit

$$29.5.4 \quad 0 \leq n' < 1.$$

Im Falle einer Kreisbahn wächst der Bahnwinkel ebenfalls proportional mit der Zeit (siehe Musterversuch 10. „Berechnung der Stellung der Jupitermonde“, Gleichung 10.5.2). Im Falle der merklich exzentrischen Planetenbahnen ist das nicht der Fall, da in der Nähe des Perihels ein größerer Bogen der Bahn pro Zeiteinheit durchlaufen wird als zur Zeit des Aphels (Musterversuch 13. „Das Zweite Keplersche Gesetz am Beispiel der Mondbahn“). Hier muß die Bahnposition durch Lösung der transzendenten Keplergleichung ermittelt werden. Für die meisten schulpraktischen Fälle reicht es jedoch, die Lösung dieser Gleichung für jeden Planeten mit hinreichend fein unterteiltem n' zu tabulieren (Tabelle 29.5.13). Dann kann man für jeden Zeitpunkt t aus 29.5.3 und den Konstanten der Tabelle 29.5.5 zunächst n' bestimmen und anschließend aus Tabelle 29.5.3 die Position des Planeten in seiner Bahn ermitteln. Es sei allerdings angemerkt, daß ein solches vereinfachtes Verfahren nur für Planetenpositionen der Gegenwart zulässig ist (etwa zur Vorbereitung von Schulbeobachtungen). Längerfristige Vor- und Rückrechnungen erfordern wegen der langsamen Veränderung der Bahnelemente ausführliche Rechnungen*.

* Beispielsweise in P. Duffett-Smith „Practical Astronomy with your Calculator“ (Cambridge University Press, 1979).

29.5.5 Perihelzeit a (Julianisches Datum) und Umlaufzeit b (Tage) zur Ermittlung der Planetenpositionen.

Gestirn	a	b
Sonne	--- ohne Bedeutung ---	
Merkur	244 3937,4	87,970
Venus	244 4098,9	224,71
Erde	244 1320,8	365,26
Mars	244 3951,5	687,00
Jupiter	244 2638,0	4332,7
Saturn	244 2064,5	10759,4
Uranus	243 9607,0	30686
Neptun	240 8719,5	60192
Pluto	235 7268,8	90700

Als Bahnposition verwendet man zweckmäßigerweise die kartesischen Koordinaten $X(t)$, $Y(t)$ und $Z(t)$ in der Äquatorebene (Abb. 29.5.10).

Dann ist nämlich die Richtung eines Planeten P von der Erde E durch die Koordinatendifferenzen

$$29.5.6 \quad \Delta X = X_p - X_E$$

$$\Delta Y = Y_p - Y_E$$

$$\text{und} \quad \Delta Z = Z_p - Z_E$$

gegeben. Mit der Hilfsgröße Δr

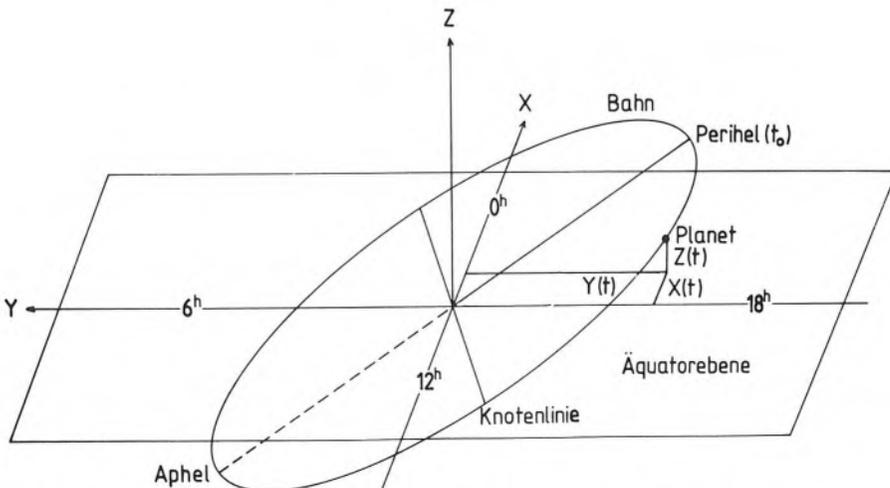
$$29.5.7 \quad \Delta r = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$$

wird seine Deklination δ zu

$$29.5.8 \quad \delta = \arctan \frac{\Delta Z}{\Delta r} .$$

Die Rektaszension des Planeten α folgt zu

$$29.5.9 \quad \alpha = \Lambda + \arctan \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$



29.5.10 Zur Definition der im Musterversuch verwendeten Koordinaten.

wobei A für die korrekte Quadrantenwahl sorgt:

$$29.5.11 \quad A = 360^\circ \text{ falls } \Delta X > 0, \Delta Y < 0$$

$$A = 180^\circ \text{ falls } \Delta X < 0$$

$$A = 0^\circ \text{ sonst}$$

Üblicherweise rechnet man die Rektaszension durch Division durch 15 noch ins Stundenmaß um.

Aus 29.5.6 folgt weiterhin die Entfernung des Planeten ΔR von der Erde in Astronomischen Einheiten

$$29.5.12 \quad \Delta R = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}$$

Die Entfernung ΔR beeinflusst beispielsweise die Helligkeit eines Planeten. Bei den äußeren Planeten Uranus, Neptun und Pluto ist die Helligkeitsänderung ausschließlich der Änderung ihrer Entfernung von der Erde zuzuschreiben; bei den Planeten Merkur bis Saturn kommt noch die Stellung des Planeten in bezug auf Sonne und Erde hinzu (Phaseneffekt).

Dieser Musterversuch läßt sich in vielfacher Weise variieren. So kann man zum Beispiel berechnen, wie ein Beobachter auf einem anderen Planeten die Mitglieder des Sonnensystems sieht. Zu diesem Zweck ersetzt man in Gleichung 29.5.6 X_E , Y_E , Z_E durch die entsprechenden Werte für diesen Planeten. Weiterhin kann man die kartesischen Koordinaten X, Y Z für die Bahn einer Raumsonde etwa zum Jupiter vorgeben und die wechselnde Stellung von Erde (Antennenausrichtung) und Jupiter (Kameraausrichtung) ermitteln.

29.5.13 Rechtwinklige Koordinaten der Sonne und der Planeten im Äquatorsystem (Astronomische Einheiten) für jedes Hundertstel der Umlaufzeit.

SONNE									
n'	X			Y			Z		
ohne Bedeutung	0,00			0,00			0,00		
n'	Merkur			Venus			Erde		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
0,00	0,070	0,267	0,136	-0,473	0,481	0,247	-0,213	0,881	0,382
0,01	0,041	0,271	0,141	-0,506	0,452	0,236	-0,275	0,866	0,376
0,02	0,011	0,272	0,145	-0,538	0,421	0,224	-0,336	0,848	0,368
0,03	-0,019	0,272	0,147	-0,567	0,388	0,211	-0,395	0,826	0,358
0,04	-0,048	0,269	0,149	-0,594	0,354	0,197	-0,453	0,801	0,348
0,05	-0,077	0,265	0,149	-0,618	0,318	0,182	-0,509	0,773	0,335
0,06	-0,106	0,258	0,149	-0,640	0,281	0,167	-0,562	0,741	0,322
0,07	-0,134	0,249	0,147	-0,660	0,243	0,151	-0,614	0,707	0,306
0,08	-0,161	0,239	0,145	-0,676	0,204	0,135	-0,663	0,669	0,290
0,09	-0,187	0,227	0,141	-0,690	0,164	0,117	-0,709	0,629	0,273
0,10	-0,211	0,214	0,136	-0,702	0,123	0,100	-0,752	0,586	0,254
0,11	-0,234	0,199	0,131	-0,710	0,082	0,082	-0,792	0,541	0,234
0,12	-0,256	0,183	0,124	-0,716	0,040	0,064	-0,829	0,493	0,214
0,13	-0,276	0,166	0,117	-0,719	-0,001	0,045	-0,863	0,443	0,192
0,14	-0,295	0,148	0,110	-0,719	-0,043	0,026	-0,893	0,392	0,170
0,15	-0,312	0,129	0,102	-0,716	-0,084	0,007	-0,919	0,339	0,147
0,16	-0,328	0,110	0,093	-0,710	-0,125	-0,012	-0,941	0,285	0,124
0,17	-0,342	0,090	0,083	-0,701	-0,166	-0,030	-0,960	0,229	0,099
0,18	-0,354	0,069	0,074	-0,690	-0,206	-0,049	-0,975	0,173	0,075
0,19	-0,364	0,049	0,064	-0,675	-0,245	-0,068	-0,986	0,116	0,050
0,20	-0,373	0,028	0,053	-0,658	-0,283	-0,086	-0,993	0,058	0,025
0,21	-0,381	0,007	0,043	-0,639	-0,320	-0,104	-0,996	0,000	0,000
0,22	-0,387	-0,015	0,032	-0,617	-0,356	-0,121	-0,995	-0,058	-0,025
0,23	-0,391	-0,036	0,021	-0,592	-0,390	-0,138	-0,990	-0,115	-0,050
0,24	-0,394	-0,057	0,011	-0,566	-0,423	-0,155	-0,981	-0,172	-0,075
0,25	-0,395	-0,077	-0,001	-0,536	-0,454	-0,171	-0,969	-0,229	-0,099
0,26	-0,396	-0,098	-0,011	-0,505	-0,484	-0,186	-0,952	-0,284	-0,123
0,27	-0,394	-0,118	-0,022	-0,472	-0,511	-0,200	-0,932	-0,339	-0,147
0,28	-0,392	-0,138	-0,033	-0,437	-0,537	-0,214	-0,908	-0,392	-0,170
0,29	-0,388	-0,157	-0,044	-0,400	-0,560	-0,227	-0,881	-0,444	-0,192
0,30	-0,383	-0,176	-0,054	-0,362	-0,581	-0,239	-0,850	-0,493	-0,214
0,31	-0,377	-0,194	-0,065	-0,322	-0,600	-0,250	-0,815	-0,541	-0,235
0,32	-0,370	-0,212	-0,075	-0,281	-0,616	-0,260	-0,778	-0,587	-0,255
0,33	-0,361	-0,229	-0,085	-0,239	-0,630	-0,269	-0,738	-0,631	-0,274
0,34	-0,352	-0,246	-0,095	-0,196	-0,642	-0,277	-0,694	-0,672	-0,291
0,35	-0,342	-0,261	-0,104	-0,152	-0,651	-0,284	-0,649	-0,710	-0,308
0,36	-0,331	-0,277	-0,114	-0,108	-0,658	-0,289	-0,600	-0,746	-0,324
0,37	-0,319	-0,291	-0,123	-0,063	-0,662	-0,294	-0,550	-0,779	-0,338
0,38	-0,306	-0,305	-0,131	-0,018	-0,663	-0,297	-0,497	-0,809	-0,351
0,39	-0,292	-0,318	-0,140	0,027	-0,662	-0,300	-0,442	-0,836	-0,363
0,40	-0,278	-0,330	-0,148	0,072	-0,658	-0,301	-0,386	-0,860	-0,373
0,41	-0,263	-0,341	-0,155	0,117	-0,652	-0,301	-0,328	-0,881	-0,382
0,42	-0,248	-0,352	-0,163	0,161	-0,643	-0,300	-0,269	-0,898	-0,389
0,43	-0,231	-0,361	-0,169	0,205	-0,632	-0,297	-0,209	-0,912	-0,395
0,44	-0,215	-0,370	-0,176	0,248	-0,618	-0,294	-0,148	-0,922	-0,400
0,45	-0,198	-0,378	-0,182	0,290	-0,602	-0,289	-0,087	-0,929	-0,403

n'	Merkur			Venus			Erde		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
0,46	-0,180	-0,386	-0,188	0,331	-0,584	-0,284	-0,025	-0,932	-0,404
0,47	-0,162	-0,392	-0,193	0,370	-0,563	-0,277	0,037	-0,932	-0,404
0,48	-0,143	-0,397	-0,198	0,408	-0,540	-0,269	0,099	-0,928	-0,403
0,49	-0,125	-0,402	-0,202	0,445	-0,515	-0,260	0,160	-0,921	-0,399
0,50	-0,106	-0,405	-0,206	0,480	-0,488	-0,250	0,221	-0,911	-0,395
0,51	-0,086	-0,408	-0,209	0,512	-0,459	-0,239	0,280	-0,897	-0,389
0,52	-0,067	-0,410	-0,212	0,543	-0,428	-0,227	0,339	-0,879	-0,381
0,53	-0,047	-0,411	-0,215	0,572	-0,396	-0,215	0,397	-0,859	-0,372
0,54	-0,028	-0,411	-0,217	0,599	-0,362	-0,201	0,453	-0,835	-0,362
0,55	-0,008	-0,410	-0,218	0,623	-0,327	-0,187	0,507	-0,808	-0,350
0,56	0,012	-0,408	-0,219	0,645	-0,290	-0,172	0,560	-0,778	-0,337
0,57	0,032	-0,405	-0,220	0,664	-0,253	-0,156	0,610	-0,745	-0,323
0,58	0,051	-0,401	-0,220	0,681	-0,214	-0,140	0,658	-0,709	-0,307
0,59	0,071	-0,396	-0,219	0,696	-0,175	-0,123	0,704	-0,670	-0,291
0,60	0,090	-0,390	-0,218	0,707	-0,135	-0,105	0,746	-0,629	-0,273
0,61	0,110	-0,384	-0,216	0,716	-0,094	-0,088	0,786	-0,586	-0,254
0,62	0,128	-0,376	-0,214	0,722	-0,053	-0,070	0,824	-0,540	-0,234
0,63	0,147	-0,367	-0,212	0,725	-0,012	-0,051	0,857	-0,493	-0,214
0,64	0,165	-0,358	-0,208	0,725	0,030	-0,033	0,888	-0,443	-0,192
0,65	0,183	-0,348	-0,205	0,723	0,071	-0,014	0,915	-0,392	-0,170
0,66	0,200	-0,336	-0,200	0,717	0,112	0,005	0,939	-0,339	-0,147
0,67	0,217	-0,324	-0,196	0,709	0,152	0,024	0,959	-0,285	-0,124
0,68	0,233	-0,311	-0,190	0,698	0,192	0,042	0,976	-0,230	-0,100
0,69	0,249	-0,297	-0,184	0,685	0,231	0,061	0,988	-0,174	-0,075
0,70	0,264	-0,282	-0,178	0,669	0,269	0,079	0,997	-0,117	-0,051
0,71	0,278	-0,266	-0,171	0,650	0,306	0,097	1,002	-0,060	-0,026
0,72	0,291	-0,250	-0,164	0,628	0,342	0,114	1,003	-0,002	-0,001
0,73	0,303	-0,232	-0,156	0,604	0,377	0,131	1,001	0,055	0,024
0,74	0,314	-0,214	-0,147	0,578	0,410	0,148	0,994	0,112	0,049
0,75	0,324	-0,196	-0,138	0,549	0,441	0,164	0,983	0,169	0,073
0,76	0,334	-0,176	-0,129	0,519	0,471	0,179	0,969	0,225	0,098
0,77	0,341	-0,156	-0,119	0,486	0,499	0,194	0,950	0,280	0,122
0,78	0,348	-0,135	-0,108	0,451	0,525	0,208	0,928	0,334	0,145
0,79	0,353	-0,114	-0,097	0,414	0,549	0,221	0,902	0,387	0,168
0,80	0,357	-0,092	-0,086	0,376	0,570	0,233	0,873	0,438	0,190
0,81	0,359	-0,070	-0,075	0,337	0,590	0,244	0,840	0,488	0,212
0,82	0,360	-0,048	-0,063	0,296	0,607	0,254	0,804	0,535	0,232
0,83	0,359	-0,025	-0,051	0,253	0,621	0,264	0,764	0,581	0,252
0,84	0,356	-0,003	-0,038	0,210	0,634	0,272	0,721	0,624	0,270
0,85	0,352	0,020	-0,026	0,166	0,643	0,279	0,676	0,664	0,288
0,86	0,345	0,043	-0,013	0,122	0,650	0,285	0,628	0,702	0,304
0,87	0,337	0,065	0,000	0,076	0,655	0,290	0,577	0,737	0,320
0,88	0,327	0,087	0,013	0,031	0,657	0,294	0,524	0,769	0,333
0,89	0,315	0,109	0,026	-0,015	0,656	0,296	0,468	0,797	0,346
0,90	0,301	0,130	0,038	-0,060	0,652	0,297	0,411	0,823	0,357
0,91	0,285	0,150	0,051	-0,106	0,646	0,298	0,352	0,845	0,366
0,92	0,268	0,169	0,063	-0,150	0,638	0,297	0,292	0,864	0,375
0,93	0,248	0,187	0,074	-0,195	0,626	0,294	0,230	0,879	0,381
0,94	0,227	0,203	0,085	-0,238	0,613	0,291	0,167	0,890	0,386
0,95	0,204	0,218	0,096	-0,281	0,597	0,286	0,104	0,898	0,389
0,96	0,180	0,232	0,105	-0,322	0,578	0,281	0,040	0,902	0,391
0,97	0,154	0,243	0,114	-0,362	0,557	0,274	-0,024	0,902	0,391
0,98	0,127	0,253	0,122	-0,401	0,534	0,266	-0,087	0,898	0,390
0,99	0,099	0,261	0,129	-0,438	0,509	0,257	-0,151	0,892	0,387

n'	Mars			Jupiter			Saturn		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
0,00	1,258	-0,506	-0,266	4,80	1,13	0,37	-0,39	8,33	3,46
0,01	1,298	-0,417	-0,226	4,71	1,44	0,50	-1,02	8,27	3,46
0,02	1,331	-0,326	-0,185	4,60	1,73	0,63	-1,65	8,18	3,45
0,03	1,357	-0,233	-0,144	4,46	2,02	0,76	-2,27	8,05	3,42
0,04	1,376	-0,139	-0,101	4,30	2,30	0,88	-2,88	7,88	3,38
0,05	1,388	-0,045	-0,058	4,13	2,57	1,00	-3,48	7,67	3,32
0,06	1,392	0,050	-0,015	3,93	2,82	1,12	-4,06	7,43	3,24
0,07	1,390	0,145	0,029	3,72	3,07	1,23	-4,62	7,15	3,15
0,08	1,380	0,239	0,072	3,49	3,30	1,33	-5,16	6,84	3,05
0,09	1,363	0,331	0,115	3,25	3,51	1,43	-5,68	6,50	2,93
0,10	1,340	0,422	0,158	2,99	3,71	1,52	-6,17	6,13	2,80
0,11	1,310	0,511	0,199	2,71	3,90	1,61	-6,63	5,73	2,65
0,12	1,273	0,598	0,240	2,43	4,06	1,68	-7,06	5,31	2,50
0,13	1,231	0,681	0,279	2,13	4,21	1,75	-7,46	4,86	2,33
0,14	1,182	0,762	0,318	1,83	4,34	1,82	-7,83	4,39	2,15
0,15	1,128	0,838	0,354	1,52	4,45	1,87	-8,17	3,90	1,97
0,16	1,069	0,911	0,389	1,20	4,54	1,92	-8,46	3,40	1,77
0,17	1,005	0,980	0,423	0,87	4,62	1,96	-8,73	2,88	1,57
0,18	0,936	1,045	0,454	0,55	4,67	1,99	-8,95	2,35	1,36
0,19	0,864	1,105	0,484	0,22	4,70	2,01	-9,14	1,81	1,14
0,20	0,788	1,160	0,511	-0,12	4,72	2,03	-9,29	1,26	0,92
0,21	0,708	1,210	0,536	-0,45	4,71	2,03	-9,40	0,70	0,70
0,22	0,626	1,255	0,559	-0,77	4,69	2,03	-9,47	0,14	0,47
0,23	0,541	1,296	0,580	-1,10	4,64	2,02	-9,50	-0,41	0,24
0,24	0,454	1,331	0,598	-1,42	4,58	2,00	-9,50	-0,97	0,01
0,25	0,365	1,361	0,614	-1,74	4,50	1,97	-9,46	-1,52	-0,22
0,26	0,274	1,385	0,628	-2,05	4,41	1,94	-9,38	-2,07	-0,45
0,27	0,183	1,405	0,640	-2,35	4,29	1,90	-9,26	-2,61	-0,68
0,28	0,091	1,419	0,649	-2,64	4,16	1,85	-9,11	-3,14	-0,90
0,29	-0,002	1,428	0,655	-2,92	4,01	1,79	-8,93	-3,65	-1,12
0,30	-0,094	1,432	0,659	-3,19	3,85	1,73	-8,71	-4,16	-1,34
0,31	-0,186	1,431	0,661	-3,45	3,67	1,66	-8,46	-4,65	-1,55
0,32	-0,277	1,424	0,661	-3,70	3,48	1,58	-8,18	-5,12	-1,76
0,33	-0,368	1,413	0,658	-3,93	3,28	1,50	-7,86	-5,57	-1,96
0,34	-0,457	1,397	0,653	-4,15	3,06	1,41	-7,52	-6,00	-2,15
0,35	-0,545	1,377	0,646	-4,35	2,84	1,32	-7,15	-6,41	-2,34
0,36	-0,631	1,351	0,637	-4,54	2,60	1,23	-6,76	-6,80	-2,52
0,37	-0,714	1,322	0,626	-4,71	2,35	1,12	-6,34	-7,16	-2,68
0,38	-0,796	1,288	0,612	-4,86	2,10	1,02	-5,90	-7,50	-2,84
0,39	-0,875	1,250	0,597	-5,00	1,84	0,91	-5,44	-7,81	-2,99
0,40	-0,951	1,208	0,580	-5,12	1,57	0,80	-4,96	-8,09	-3,13
0,41	-1,024	1,162	0,561	-5,22	1,29	0,68	-4,46	-8,35	-3,26
0,42	-1,094	1,113	0,540	-5,30	1,02	0,56	-3,95	-8,58	-3,37
0,43	-1,161	1,060	0,518	-5,36	0,73	0,45	-3,42	-8,77	-3,48
0,44	-1,224	1,004	0,493	-5,41	0,45	0,32	-2,89	-8,94	-3,57
0,45	-1,283	0,944	0,468	-5,44	0,16	0,20	-2,34	-9,08	-3,65
0,46	-1,338	0,882	0,441	-5,45	-0,12	0,08	-1,78	-9,19	-3,72
0,47	-1,389	0,817	0,413	-5,43	-0,41	-0,04	-1,22	-9,26	-3,77
0,48	-1,436	0,750	0,383	-5,41	-0,70	-0,17	-0,66	-9,31	-3,82
0,49	-1,479	0,681	0,352	-5,36	-0,98	-0,29	-0,09	-9,32	-3,85

n'	Mars			Jupiter			Saturn		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
0,50	-1,517	0,609	0,320	-5,29	-1,26	-0,41	0,48	-9,30	-3,86
0,51	-1,551	0,535	0,288	-5,21	-1,53	-0,53	1,04	-9,25	-3,87
0,52	-1,580	0,460	0,254	-5,11	-1,80	-0,65	1,61	-9,17	-3,86
0,53	-1,604	0,384	0,219	-4,99	-2,07	-0,76	2,16	-9,06	-3,84
0,54	-1,623	0,306	0,184	-4,85	-2,32	-0,88	2,71	-8,92	-3,80
0,55	-1,638	0,228	0,149	-4,70	-2,57	-0,99	3,26	-8,75	-3,75
0,56	-1,647	0,149	0,113	-4,53	-2,81	-1,09	3,79	-8,55	-3,69
0,57	-1,651	0,069	0,076	-4,34	-3,04	-1,20	4,30	-8,32	-3,62
0,58	-1,651	-0,011	0,039	-4,14	-3,26	-1,30	4,81	-8,06	-3,54
0,59	-1,645	-0,091	0,003	-3,93	-3,47	-1,39	5,29	-7,77	-3,44
0,60	-1,633	-0,177	-0,037	-3,70	-3,66	-1,48	5,76	-7,46	-3,33
0,61	-1,618	-0,250	-0,071	-3,46	-3,85	-1,56	6,21	-7,12	-3,21
0,62	-1,596	-0,328	-0,107	-3,20	-4,01	-1,64	6,63	-6,76	-3,08
0,63	-1,570	-0,405	-0,144	-2,94	-4,17	-1,72	7,04	-6,37	-2,93
0,64	-1,538	-0,481	-0,179	-2,66	-4,31	-1,78	7,41	-5,96	-2,78
0,65	-1,502	-0,555	-0,214	-2,38	-4,43	-1,84	7,77	-5,53	-2,62
0,66	-1,460	-0,628	-0,249	-2,08	-4,54	-1,90	8,09	-5,08	-2,45
0,67	-1,414	-0,698	-0,282	-1,78	-4,64	-1,94	8,39	-4,61	-2,27
0,68	-1,363	-0,766	-0,315	-1,47	-4,71	-1,98	8,65	-4,12	-2,08
0,69	-1,307	-0,832	-0,346	-1,16	-4,77	-2,02	8,88	-3,62	-1,88
0,70	-1,246	-0,894	-0,377	-0,84	-4,81	-2,04	9,08	-3,11	-1,68
0,71	-1,181	-0,953	-0,406	-0,52	-4,83	-2,06	9,25	-2,58	-1,47
0,72	-1,112	-1,009	-0,433	-0,20	-4,83	-2,07	9,38	-2,05	-1,25
0,73	-1,039	-1,061	-0,459	0,12	-4,82	-2,07	9,48	-1,50	-1,03
0,74	-0,962	-1,110	-0,483	0,45	-4,79	-2,06	9,54	-0,96	-0,81
0,75	-0,881	-1,154	-0,506	0,77	-4,73	-2,05	9,56	-0,40	-0,58
0,76	-0,797	-1,193	-0,526	1,09	-4,66	-2,03	9,55	0,15	-0,35
0,77	-0,710	-1,228	-0,544	1,40	-4,57	-2,00	9,49	0,70	-0,12
0,78	-0,620	-1,258	-0,561	1,71	-4,47	-1,96	9,40	1,26	0,11
0,79	-0,527	-1,283	-0,574	2,01	-4,34	-1,91	9,27	1,80	0,34
0,80	-0,432	-1,303	-0,586	2,30	-4,20	-1,86	9,11	2,34	0,57
0,81	-0,336	-1,317	-0,595	2,59	-4,04	-1,79	8,90	2,87	0,80
0,82	-0,238	-1,325	-0,602	2,86	-3,86	-1,73	8,66	3,38	1,02
0,83	-0,139	-1,328	-0,606	3,12	-3,67	-1,65	8,38	3,89	1,24
0,84	-0,039	-1,324	-0,607	3,37	-3,46	-1,57	8,07	4,37	1,46
0,85	0,061	-1,316	-0,605	3,60	-3,24	-1,48	7,72	4,84	1,67
0,86	0,160	-1,301	-0,601	3,82	-3,00	-1,38	7,34	5,29	1,87
0,87	0,259	-1,279	-0,594	4,02	-2,75	-1,28	6,93	5,71	2,06
0,88	0,357	-1,252	-0,584	4,21	-2,49	-1,17	6,48	6,11	2,24
0,89	0,452	-1,219	-0,571	4,37	-2,22	-1,06	6,01	6,48	2,42
0,90	0,546	-1,180	-0,556	4,52	-1,93	-0,94	5,51	6,82	2,58
0,91	0,637	-1,135	-0,538	4,64	-1,64	-0,82	4,98	7,13	2,73
0,92	0,725	-1,084	-0,517	4,75	-1,34	-0,69	4,44	7,41	2,87
0,93	0,809	-1,028	-0,493	4,83	-1,04	-0,56	3,87	7,65	2,99
0,94	0,889	-0,966	-0,467	4,90	-0,73	-0,43	3,28	7,86	3,10
0,95	0,964	-0,900	-0,439	4,94	-0,42	-0,30	2,68	8,03	3,20
0,96	1,034	-0,829	-0,408	4,96	-0,10	-0,16	2,07	8,17	3,28
0,97	1,099	-0,753	-0,375	4,95	0,21	-0,03	1,45	8,27	3,35
0,98	1,159	-0,674	-0,340	4,92	0,53	0,11	0,82	8,32	3,40
0,99	1,212	-0,591	-0,304	4,87	0,84	0,24	0,18	8,34	3,44

URANUS

n'	X	Y	Z
0,15	-11,74	-13,42	-5,71
0,16	-10,78	-14,13	-6,04
0,17	- 9,77	-14,79	-6,34
0,18	- 8,72	-15,38	-6,61
0,19	- 7,63	-15,90	-6,86
0,20	- 6,52	-16,36	-7,08
0,21	- 5,37	-16,76	-7,26
0,22	- 4,20	-17,08	-7,42
0,23	- 3,02	-17,33	-7,55
0,24	- 1,83	-17,52	-7,65
0,25	- 0,62	-17,64	-7,72
0,26	0,58	-17,68	-7,75
0,27	1,79	-17,66	-7,76
0,28	2,98	-17,57	-7,74
0,29	4,17	-17,41	-7,68
0,30	5,34	-17,18	-7,60
0,31	6,48	-16,89	-7,49
0,32	7,61	-16,53	-7,35
0,33	8,71	-16,12	-7,18
0,34	9,77	-15,64	-6,99
0,35	10,80	-15,11	-6,77
0,36	11,79	-14,52	-6,53
0,37	12,73	-13,88	-6,26
0,38	13,63	-13,19	-5,97
0,39	14,48	-12,45	-5,66
0,40	15,28	-11,67	-5,33

NEPTUN

n'	X	Y	Z
0,59	- 5,38	-27,68	-11,20
0,60	- 3,51	-27,91	-11,34
0,61	- 1,62	-28,03	-11,44
0,62	0,27	-28,05	-11,49
0,63	2,16	-27,95	-11,50
0,64	4,04	-27,74	-11,46
0,65	5,90	-27,42	-11,37
0,66	7,74	-27,00	-11,25
0,67	9,56	-26,47	-11,07
0,68	11,33	-25,83	-10,86
0,69	13,06	-25,10	-10,60
0,70	14,73	-24,26	-10,30
0,71	16,35	-23,33	- 9,96

PLUTO

n'	X	Y	Z
0,96	-27,08	-12,56	4,24
0,97	-25,67	-15,08	3,02
0,98	-24,03	-17,47	1,78
0,99	-22,17	-19,70	0,52
0,00	-20,10	-21,75	- 0,76
0,01	-17,85	-23,60	- 2,02
0,02	-15,44	-25,23	- 3,27
0,03	-12,89	-26,63	- 4,48
0,04	-10,22	-27,80	- 5,65

29.6 Durchführung des Musterversuches

Die Konstellation der Planeten im Jahre 1982 wurde in der Presse vielfach so angekündigt, als ständen die Planeten in einer Linie und es bestünde durch ihre vereinte Gezeitenwirkung die Gefahr verstärkter Sonnenaktivität und großer Erdbeben. Derartige Befürchtungen sind grundlos. Die Gezeitenkräfte von Sonne und Mond übersteigen diejenigen der Planeten um ein Vieltausendfaches, selbst wenn sich deren Wirkungen addieren. Zum anderen kann auch nicht von einer besonders engen Nachbarschaft der Planeten am Himmel gesprochen werden. Dies wird im folgenden für die engste Stellung von Mars, Jupiter und Saturn am 23. 7. 1982 nachgeprüft.

29.6.1 Das Julianische Datum des 23. 7. 1982 0^h MEZ ist JD 244 5174*.

Die folgende Tabelle 29.6.2 enthält für die genannten Gestirne die Zwischenergebnisse wie auch die Rektaszension und Deklination. n' ist auf drei Dezimalen berechnet worden. Entsprechend wurden die kartesischen Koordinaten X, Y und Z aus Tabelle 29.5.13 linear interpoliert.

29.6.2 Zur Berechnung der Stellung von Sonne, Mars, Jupiter und Saturn am 23. 7. 1982

Gestirn	a	b	n'	X	Y	Z	ΔX	ΔY
Erde	2441320,8	365,26	0,549	0,502	-0,811	-0,351		
Sonne	---	---	---	0,00	0,00	0,00	-0,502	0,811
Mars	2443951,5	687,00	0,779	-0,629	-1,255	-0,559	-1,131	-0,444
Jupiter	2442638,0	4332,7	0,585	-4,04	-3,37	-1,35	-4,54	-2,56
Saturn	2442064,5	10759,4	0,289	-8,95	-3,60	-1,10	-9,45	-2,79

Gestirn	ΔZ	Δr	δ	A	α	α im Stundenmaß	ΔR
Sonne	0,351	0,954	20,2°	180°	121,8°	8 ^h 7 ^m	1,016
Mars	-0,208	1,215	- 9,7°	180°	201,4°	13 ^h 26 ^m	1,233
Jupiter	-1,00	5,21	-10,9°	180°	209,4°	13 ^h 58 ^m	5,31
Saturn	-0,75	9,85	- 4,4°	180°	196,5°	13 ^h 6 ^m	9,88

29.7 Höchstfehlerabschätzung

Mit schulgemäßen Mitteln nicht möglich.

* Es wird noch einmal darauf hingewiesen, daß die Tageszählung abweichend von der Fachliteratur in den Musterversuchen grundsätzlich um Mitternacht MEZ beginnt.

30. Musterversuch „Statistische Auswertung von Versuchsergebnissen“

mit den Teilversuchen

30.1 Die Gaußverteilung

30.2 Die Poissonverteilung

30.0.1 Vorkenntnisse

Vertrautheit mit dem Begriff der Wahrscheinlichkeit, Binomialverteilung am Galtonschen Nagelbrett, Pascalsches Dreieck.

30.0.2 Schulpraktische Voraussetzungen

Keine bei Heranziehung der Abb. 30.1.12 und 30.2.11. Bei Erstellung eigenen Materials zur Gaußverteilung ist ein Fernrohr mit Sonnenprojektionsschirm erforderlich (Musterversuch 23. „Die Randverdunklung der Sonne“).

30.0.3 Empfohlene Stundenaufteilung

Je nach Kenntnisstand bis zu 3 Schulstunden für die Grundlagen, je 1 Schulstunde für die Auswertung der Messungen.

30.0.4 Einführung

Über kein Gebiet der Mathematik gehen die Meinungen so auseinander wie über die Statistik. Der Wertschätzung aller empirisch arbeitenden Naturwissenschaftler für dieses unentbehrliche Hilfsmittel steht das fast einhellige Mißtrauen des Restes der Menschheit gegenüber. Sätze wie „Mit der Statistik läßt sich alles beweisen“ sind oft zu hören. Natürlich kommt ein solches Mißtrauen nicht von ungefähr. Oft wird unter dem Deckmantel einer „statistisch begründeten Aussage“ frisiertes Zahlenmaterial dargeboten oder die Auswahlkriterien bleiben im Verborgenen.

Es muß daher Aufgabe des Mathematik- oder Physikunterrichtes der Oberstufe sein, anhand einiger Beispiele dem Schüler die saubere statistische Behandlung eines Datensatzes vor Augen zu führen. Damit wird auch seine Kritikfähigkeit geschärft, und er kann später manche statistisch belegte Aussage auf ihren Wert hin beurteilen. Weiterhin sollte darauf hingewiesen werden, daß statistische Phänomene unser Leben sichern. Sie sorgen beispielsweise dafür, daß der Luftdruck in allen Teilen eines Autoreifens konstant bleibt und damit die Fahrersicherheit gewährleistet. Es wäre nämlich durchaus mit den Gesetzen der Physik vereinbar, daß die Luftmoleküle im Reifen schlagartig auf zwei entgegengesetzte, eng begrenzte Stellen der Innenwand des Reifens auftreffen und diesen wie durch einen Pistolenschuß zum Platzen bringen.

Die Chance für ein Wasserstoffatom in der Sonne, in einen Kernfusionsprozeß einbezogen zu werden, ist von der Größenordnung 10^{-17} s^{-1} . Das kann morgen sein oder erst in einigen Milliarden Jahren. Trotz der großen Spannweite für das einzelne Atom scheint die Sonne Tag für Tag mit unveränderter Helligkeit. Auch hier sorgt die Statistik nach dem „Gesetz der großen Zahl“ für ein gleichmäßiges Kernbrennen.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist ein Kind des Glückspiels. Vor mehr als zweihundert Jahren bat der Pariser Glücksspieler de Méré den französischen Mathematiker und Philosophen Blaise Pascal (1623–1662) um die Berechnung seiner Gewinnchancen bei gewissen Arten des Würfelspiels. In der darauffolgenden Zeit gewann sie in den Naturwissenschaften zunehmend an Bedeutung, weil mit der Durchführung immer umfangreicherer Beobachtungsreihen eine objektive Bewertung ihrer Qualität notwendig wurde. Es überrascht daher nicht, daß gerade die Astronomie besonders zum Fortschritt der Statistik beigetragen hat. Carl Friedrich Gauß (1777–1855) – damals Direktor der Göttinger Sternwarte – begründete in seinem Werk „Theoria combinationis observationum“ die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. In der Folgezeit wurde die Statistik einerseits mathematisch axiomatisiert, andererseits anhand praktischer Fragestellungen namentlich aus Biologie, Physik und Wirtschaftswissenschaften fortentwickelt. Es entstanden die statistischen Testverfahren, die die Gültigkeit einer den Beobachtungen zugrundegelegten Hypothese zu bestätigen oder zu verwerfen erlauben.

30.0.5 Grundlagen des Musterversuches

Führt man eine Vielzahl von Messungen einer physikalischen Größe x unter vergleichbaren Bedingungen durch, so werden sich jedesmal etwas andere Meßwerte x_i ergeben. Diese Meßwerte liegen im **Ereignisraum** F . Die Meßwerte sind stets „gequantelt“. Das kann zum einen an der begrenzten Ablesegenauigkeit liegen. Wenn es sich beispielsweise um Zeitmessungen mit einer Stoppuhr handelt und die Ablesegenauigkeit eine Zehntelsekunde beträgt, so ist die Quantelung $q = 0,1$ s. Zum anderen kann die Messung in einer Zählung bestehen, die also die natürlichen Zahlen ≥ 0 umfaßt und mit $q = 1$ gequantelt ist.

Die Versuchsdurchführungen über Gauß- und Poissonverteilung bieten Beispiele für beide Fälle.

Die Quantelung q bewirkt eine Aufteilung der Messungen x_i auf

$$30.0.5.1 \quad n = \frac{F}{q} \text{ Intervalle.}$$

Natürlich kann n sehr groß werden, so daß man praktisch einen lückenlosen Ereignisraum vorliegen hat. In der Wahrscheinlichkeitstheorie ist F sogar oft identisch mit dem Kontinuum der reellen Zahlen. In der Mehrzahl der in der Praxis auftretenden Fälle – besonders aber im schulischen Bereich – ist n recht klein.

Die Meßwerte x_i treten in ihrem Ereignisraum in unterschiedlicher Häufigkeit f_i auf. Die f_i sind das Ergebnis von Zählungen und daher natürliche Zahlen

$$30.0.5.2 \quad f_i \geq 0.$$

Bei einer Meßserie (**Stichprobe**) von N Messungen können im extremen Fall alle Messungen ins gleiche Intervall fallen. Daher kann 30.0.5.2 zu

$$30.0.5.3 \quad 0 \leq f_i \leq N$$

erweitert werden.

Es ist nun sinnvoll, den f_i normierte Häufigkeiten φ_i mit

$$30.0.5.4 \quad \varphi_i = \frac{f_i}{N}$$

zuzuordnen. Die φ_i sind jetzt rationale Zahlen

$$30.0.5.5 \quad 0 \leq \varphi_i \leq 1$$

Sie repräsentieren die **Wahrscheinlichkeitsdichte** und sind durch

$$30.0.5.6 \quad \sum_{i=1}^n \varphi_i = 1$$

miteinander verbunden.

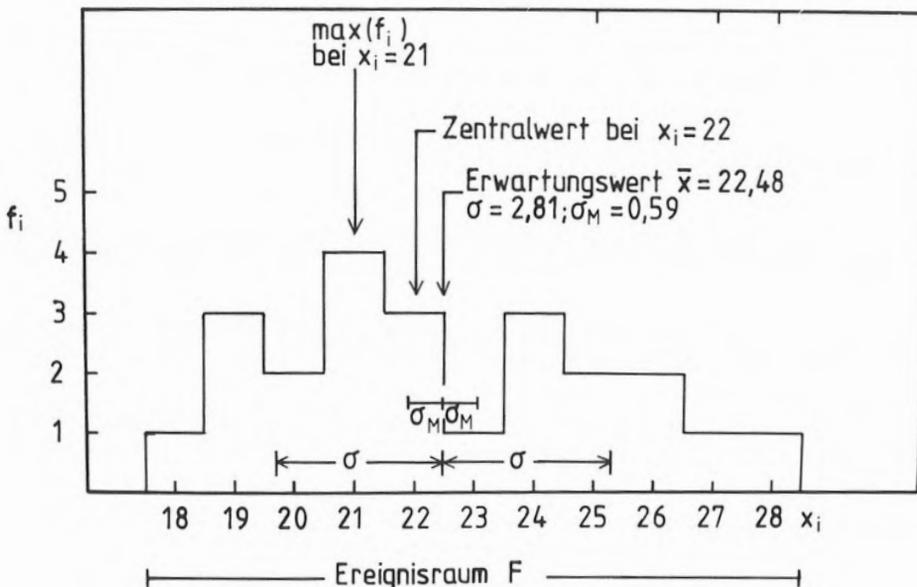
Die Schreibweise 30.0.5.4 hat unter anderem den Vorteil, daß bei einer zweiten Stichprobe mit M Messungen die in jedes Intervall fallenden Werte durch

$$30.0.5.7 \quad M \cdot \varphi_i$$

abgeschätzt werden können.

Es ist oft von Vorteil, den wesentlichen Inhalt einer möglicherweise umfangreichen Meßserie durch einige wenige Zahlen (Parameter) zu beschreiben. Am Beispiel der Abb. 30.0.5.9 sollen die wichtigsten bei der statistischen Bearbeitung eines Datenmaterials auftretenden Begriffe und Größen besprochen werden, wobei für die mathematische Begründung auf die einschlägigen Werke verwiesen werden muß.

Abb. 30.0.5.9 zeigt die Verteilung von 23 Meßergebnissen im Ereignisraum F von 18 bis 28. Eine vollständige Beschreibung der zugrundeliegenden Messungen – also die Übermittlung des Histogramms oder einer entsprechenden Liste – ist aber nur selten notwendig. Meist reicht es, das Datenmaterial durch eine oder zwei Zahlen zu charakterisieren. Hierzu bietet sich zunächst das Maximum der f_i an. Es besagt im vorliegenden Falle, daß kein anderer Meßwert so häufig wie $x_i = 21$ auftrat, dieser also gewissermaßen von der Natur mit Mehrheit gewählt wurde. Allerdings bemerkt man auch, daß diese Wahl nur knapp ausfiel. Die $x_i = 19, 22$ und 24 liegen nur um eine Einheit zurück und hätten durchaus auch die Möglichkeit zum $\max(f_i)$ gehabt. Es hing also an einer einzigen Messung (von insgesamt 23), wo dieses Maximum im Bereich von 19 bis 24 auftrat und damit kann $\max(f_i)$ nicht die gesamte Meßreihe repräsentieren.



30.0.5.9 Zur Verdeutlichung der wichtigsten statistischen Begriffe.

Eine Berücksichtigung aller Messungen erlaubt der **Zentralwert** oder **Medianwert**. Man versteht darunter dasjenige x_i , für welches „links“ wie „rechts“ gleich (oder vergleichbar) viele Messungen vorliegen. In Abb. 30.0.5.9 liegt der Zentralwert bei $x_i = 22$, da im Bereich der x_i von 18 bis 21 wie auch von 23 bis 28 jeweils 10 Messungen vorhanden sind.

Bekannter als der Zentralwert ist der **Erwartungswert**. Er ist das arithmetische Mittel der N Messungen

$$30.0.5.8 \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i$$

und damit der in der Schule fast ausschließlich verwendete „Mittelwert“. Physikalisch kann 30.0.5.8 durch einen Waagebalken mit Wägestücken der Gewichte f_i in den Positionen x_i dargestellt werden. Der Balken befindet sich dann im Gleichgewicht, wenn die Achse durch \bar{x} geht.

Für viele Zwecke reicht die Charakterisierung einer Meßreihe durch Zentralwert oder Erwartungswert aus. Man denke nur an die Zeugnisvergabe, wo der Erwartungswert der dargebotenen Leistungen ohne jeden Zusatz „die“ Zensur ist. Ein zweiter Parameter ist hingegen notwendig, wenn auch die Streubreite der Messungen erfaßt werden soll. Dafür bietet sich zunächst die Angabe des Ereignisraumes F an. Wie in Abb. 30.0.5.9 jedoch deutlich macht, sind die Grenzen des Ereignisraumes im allgemeinen nur schwach belegt (hier mit jeweils einer Messung), so daß die gleiche Kritik wie bei der Verwendung der $\max(f_i)$ anzubringen ist. Auch hierbei müssen wieder alle Messungen einbezogen werden und man definiert als **Streuung** σ eines Datensatzes

$$30.0.5.10 \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}$$

Für 30.0.5.10 ist auch die Bezeichnung „mittlerer Fehler der Einzelmessung“ üblich.

Ist der Erwartungswert von vornherein bekannt (zum Beispiel im Falle des Galtonischen Nagelbrettes, Teilversuch 30.1), so ist die nunmehr mit s bezeichnete Streuung etwas kleiner

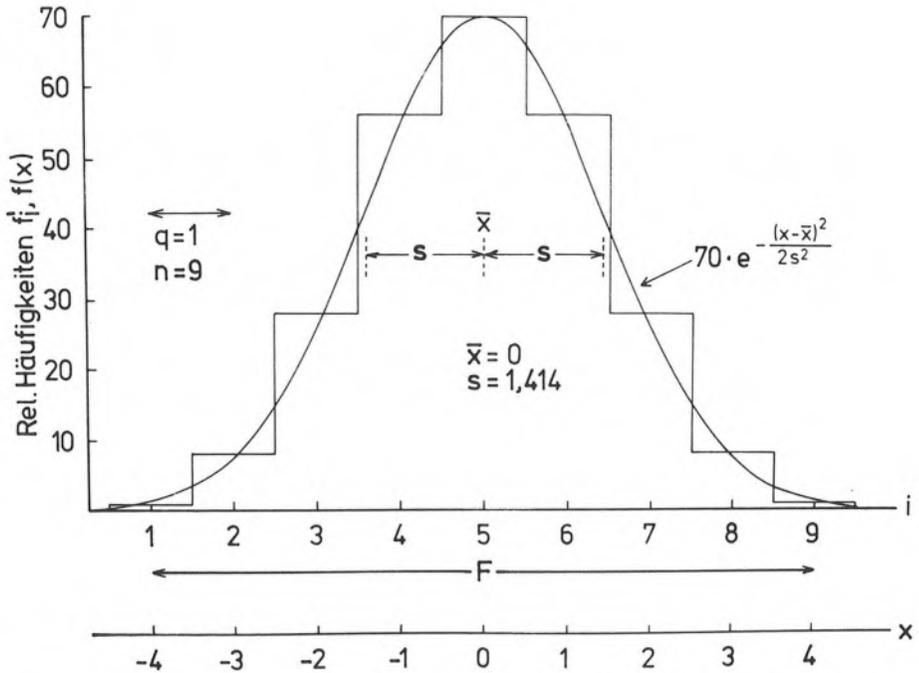
$$30.0.5.11 \quad s = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}$$

Zu 30.0.5.10 tritt noch der „mittlere Fehler des Mittels“ σ_M , der gleich

$$30.0.5.12 \quad \sigma_M = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

ist. 30.0.5.12 gibt die Verlässlichkeit des Erwartungswertes \bar{x} an.

Die Gleichungen 30.0.5.8, 10 und 12 bilden gewissermaßen die statistische Grundausrüstung jedes empirisch arbeitenden Wissenschaftlers.



30.1.7 Durchfallen hinreichend viele Kugeln acht Nagelreihen des Galtonschen Nagelbrettes, so ordnen sie sich in den neun möglichen Endpositionen i des Ereignisraumes F mit der durch das Histogramm gegebenen relativen Häufigkeit f'_i an (Pascalsches Dreieck). In gleicher Weise würden acht Elementarfehler gleicher Quantelung $q = 1$ einen „wahren Wert“ bei $x = 0$ in das Intervall $-4 \leq x \leq 4$ legen, wobei jedoch der Erwartungswert \bar{x} (bei vielen Messungen) dem unverfälschten Wert nahekommt. Die zusätzlich eingezeichnete Gaußfunktion $f(x)$ für die gegebenen Werte \bar{x} und s approximiert das Histogramm trotz der groben Schrittweite schon recht gut.

Man errechnet für Erwartungswert \bar{x} und Streuung s aus 30.0.5.8 und 30.0.5.11

$$30.1.8 \quad \bar{x} = 0$$

$$s = \sqrt{2}$$

Es läßt sich zeigen, daß die Verteilung der Fallpositionen der Kugeln bei zunehmender Anzahl der Nagelreihen immer mehr die Gaußfunktion (auch **Fehlerkurve** oder **Glockenkurve** genannt) approximiert. Wenn $f(\bar{x})$ die Belegung im Maximum (Erwartungswert) darstellt, so werden die anderen Positionen durch

$$30.1.9 \quad f(x) = f(\bar{x}) \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2s^2}}$$

dargestellt. Die Gaußfunktion für die Werte gemäß 30.1.8 und $f(\bar{x}) = 70$ ist ebenfalls in Abb. 30.1.7 eingezeichnet. Man erkennt, daß sogar für das relativ grob unterteilte Histogramm die Gaußsche Funktion bereits eine recht gute Annäherung darstellt.

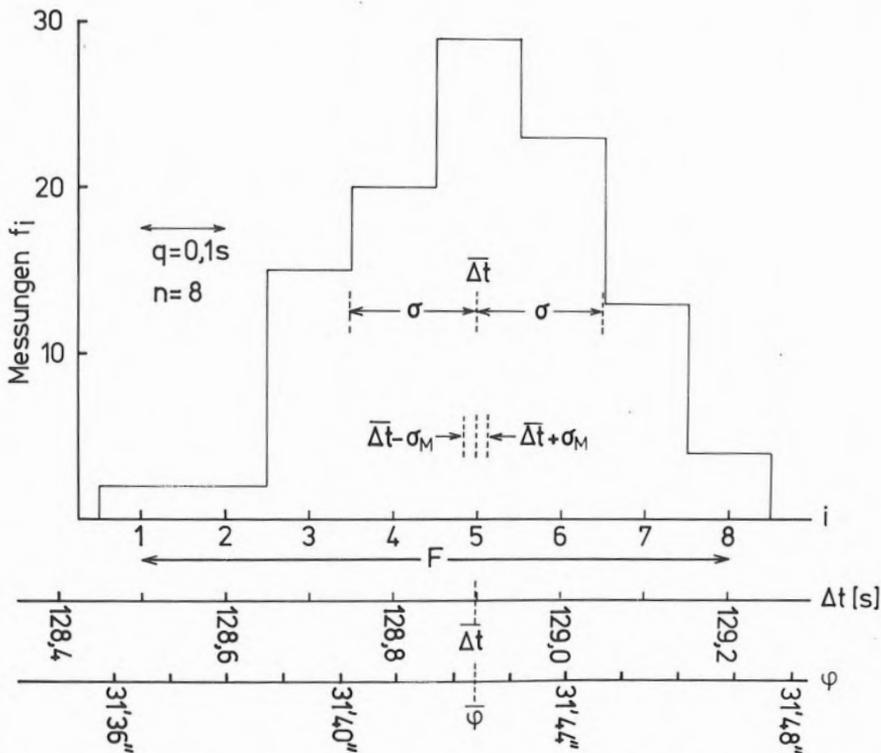
30.1.10 Durchführung des Teilversuchs

Zur Bestätigung der Fehlerverteilung gemäß 30.1.5, Abb. 30.1.7 oder 30.1.9 ist eine größere Anzahl von Messungen N in einem nicht zu großen Ereignisraum F mit n Intervallen nötig. Dabei haben sich Stoppuhrmessungen des Sonnendurchmessers bewährt. Auf einem Sonnenprojektionsschirm (siehe den Musterversuch 23. „Die Randverdunklung der Sonne“) wird Millimeterpapier befestigt und so orientiert, daß der Sonnenrand bei abgeschalteter Fernrohrnachführung entlang einer Koordinate wandert (auf einem Strich verbleibt). Dann wird die Passage des westlichen Sonnenrandes durch mehrere vorher festgelegte Millimeterstriche gestoppt, danach die Passage des östlichen Randes durch die gleichen Striche und schließlich werden die dem Sonnendurchmesser entsprechenden Zeitdifferenzen

$$30.1.11 \quad \Delta t = t_{\text{östlicher Rand}} - t_{\text{westlicher Rand}}$$

gebildet.

Wenn man beispielsweise das Sonnenbild auf 10 cm Durchmesser projiziert und die feinen Millimeterstriche unmittelbar vor oder nach den stets etwas dicker gedruckten Zentimeterstrichen als Referenzmarken heranzieht, so kommt man pro Sonnenpassage auf etwa neun komplette Messungen für Δt . Da Δt bei etwa 130 Sekunden liegt, hat man rund 15 Sekunden Zeit, um einen Meßwert aufzuschreiben. Zu beachten ist jedoch, daß die Stoppuhr einen Schleppeizer (oder sein elektronisches Äquivalent) haben muß, damit die Zeit kontinuierlich weiterläuft.



30.1.12 Die Verteilung von 108 Messungen der Durchlaufzeiten der Sonne Δt sowie der daraus abgeleiteten Winkeldurchmesser ϕ . Die Messungen sind um die Erwartungswerte sowie deren Streuungen ergänzt.

Abb. 30.1.12 zeigt die Verteilung der Zeiten Δt von 108 Sonnendurchläufen am 26. 8. 80 gegen 12³⁰ OEZ. Die Verteilung der Meßwerte und damit der Meßfehler ähnelt sehr dem Diagramm Abb. 30.1.7, das für eine ähnliche Anzahl von Quantenintervallen gezeichnet wurde. Mit der Formel für den Sonnendurchmesser φ

$$30.1.13 \quad \varphi = 15'' \cdot \cos \delta \cdot \frac{\Delta t}{1s}$$

kann auch der Sonnendurchmesser im Winkelmaß berechnet werden (siehe den Musterversuch 15. „Die mittleren Dichten von Sonne und Jupiter im Vergleich zur Erde“). Die Deklination der Sonne betrug $\delta = +10^\circ 17' 9''$.

Damit wird unter Heranziehung von 30.0.5.8, 10 und 12:

$$30.1.14 \quad \begin{array}{llll} \overline{\Delta t} & = & 128,897 \text{ s} & \bar{\varphi} & = & 31'42'',39 \\ \sigma(\Delta t) & = & 0,150 \text{ s} & \sigma(\varphi) & = & 2'',215 \\ \sigma_M(\Delta t) & = & 0,014 \text{ s} & \sigma_M(\varphi) & = & 0'',213 \end{array}$$

Die Ergebnisse 30.1.14 werden üblicherweise wie folgt zusammengefaßt:

Die Messungen ergaben am 26. 8. 80 gegen 12³⁰ OEZ für die Sonne eine Durchlaufzeit von $\overline{\Delta t} = 128,897 \pm 0,014 \text{ s}$. Ihr entspricht ein Winkeldurchmesser der Sonnenscheibe von $\bar{\varphi} = 31'42'',39 \pm 0'',21$.

Daß derartige Messungen bei sorgfältiger Durchführung eine hohe Genauigkeit besitzen, zeigt der Vergleich mit dem Jahrbuchwert ($31'42'',66$).

Entscheidend ist jedoch nicht die möglichst gute Übereinstimmung mit einem anderweitig ohnehin genauer nachzuschlagenden Wert, sondern die exemplarische Diskussion eines Satzes von Meßwerten. Nach den Versuchen der Autoren liegen bei solchen Durchlaufmessungen die Meßwerte stets innerhalb eines Ereignisraumes von einer Sekunde oder weniger. Ferner lassen sich innerhalb einer Stunde etwa 100 Messungen zusammentragen. Man gewinnt also innerhalb relativ kurzer Zeit eine ausreichende Belegung aller Intervalle des Ereignisraumes.

Man darf jedoch nicht in jedem Falle eine so gute Übereinstimmung von Beobachtung und Jahrbuchwert wie oben erwarten. Wenn das Okular beispielsweise starke Farbsäume am Sonnenrand liefert oder das Sonnenbild durch Überstrahlung vergrößert erscheint, so wird den Messungen ein konstanter **systematischer Fehler** überlagert, der stets in die gleiche Richtung wirkt und daher durch Mittelung nicht zu unterdrücken ist. Ein solcher systematischer Fehler ist immer dann zu vermuten, wenn der Mittelwert der Beobachtungen vom genauen Wert im Himmelskalendar oder Jahrbuch um das mehr als Dreifache des mittleren Fehlers des Mittels σ_M abweicht. Dies ist nämlich bei einer Gaußverteilung der Fehler nur in 3% der Fälle zu erwarten (30.3).

30.2 Teilversuch: Die Poissonverteilung

30.2.1 Grundlagen

Neben der im Teilversuch 30.1 behandelten Gaußverteilung ist die Poissonverteilung von großer Bedeutung. Sie wird hier als wichtiger Vertreter einer unsymmetrischen Verteilung vorgestellt.

Die Poissonverteilung beschreibt die Häufigkeit von Ereignissen. Ihr Ereignisraum ist daher grundsätzlich ganzzahlig und dimensionslos. Ein alltägliches Beispiel für eine Poissonverteilung ist die Verteilung der Anzahl der Regentropfen auf einem mit Platten ausgelegten Hof nach einem schwachen Regenfall. Wenn z. B. im Mittel nur zwei Tropfen pro Platte gefallen sind (Erwartungswert), so können doch in seltenen Fällen fünf oder mehr Tropfen pro Platte auftreten, nie aber die zum

Erwartungswert symmetrische Zahl, nämlich -1 oder weniger. Damit ist die Asymmetrie erwiesen.

Wenn N die Zahl sämtlicher Ereignisse ist, die in K Messungen registriert wurden, so ist der Erwartungswert an Ereignissen pro Messung

$$30.2.2 \quad \bar{x} = \frac{N}{K}$$

Ohne Beweis wird aufgeführt, daß dann jeder ganzzahlige Meßwert $x \geq 0$ mit der Häufigkeit

$$30.2.3 \quad f(x) = K \cdot \frac{\bar{x}^x}{x!} e^{-\bar{x}}$$

mit $x! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot x$
sowie $0! = 1! = 1$

auftritt. Die Streuung der Messungen ist einfach durch

$$30.2.4 \quad s = \sqrt{\bar{x}}$$

gegeben. Vergleicht man die Poissonverteilung 30.2.3 mit der Gaußverteilung 30.1.9, so bemerkt man, daß die Poissonverteilung nur von zwei Parametern (N und K) abhängt, während die Gaußverteilung deren drei besitzt ($f(\bar{x})$, \bar{x} und s). Noch deutlicher wird der Unterschied in den Streuungen. Im Falle der Gaußverteilung sind Erwartungswert \bar{x} und Streuung s voneinander unabhängig; bei der Poissonverteilung ist die Streuung einfach die Quadratwurzel aus dem Erwartungswert.

30.2.5 Durchführung des Teilversuchs

Abb. 30.2.11 zeigt ein Sternfeld um den \uparrow Sternhaufen $M 41^*$. Über dieses Sternfeld wurde ein $\frac{1}{2}^\circ$ -Netz gelegt. Der Bereich außerhalb des dick umrandeten Sternhaufens umfaßt

$$30.2.6 \quad K = 219 \text{ Felder}$$

In ihm werden

$$30.2.7 \quad N = 348 \text{ Sterne}$$

gezählt. Die Verteilung der Häufigkeiten der Sterne pro Feld zeigt das Histogramm der Abb. 30.2.12. Die theoretische Belegung der Felder wird mit dem Erwartungswert

$$30.2.8 \quad \bar{x} = \frac{348 \text{ Sterne}}{219 \text{ Felder}} = 1,59 \text{ Sterne/Feld}$$

durch 30.2.3 gegeben. Man erkennt eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung und schließt daraus, daß die Verteilung der Sterne außerhalb des Sternhaufens im herkömmlichen Sinne „regellos“ ist.

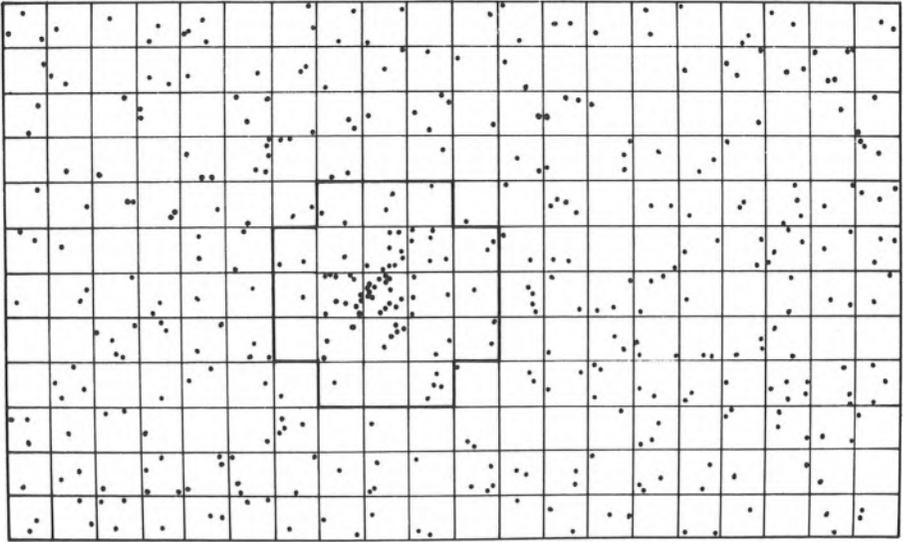
Die beobachtete Streuung ergibt sich aus 30.0.5.10 zu

$$30.2.9 \quad \sigma = 1,16 \text{ Sterne}$$

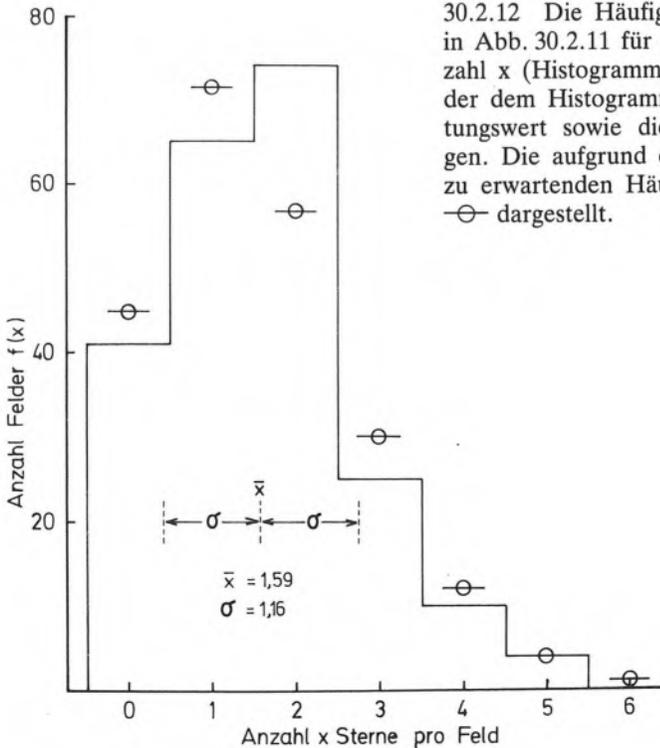
in guter Übereinstimmung mit 30.2.4

$$30.2.10 \quad s = \sqrt{\bar{x}} = 1,26 \text{ Sterne.}$$

* So bezeichnet nach Ch. Messier (1730–1817).



30.2.11 Der Sternhaufen M 41 und seine Umgebung nach der Bonner Durchmusterung. Die Sterne außerhalb des Sternhaufens (dick umrandetes Feld) sind poissonverteilt (siehe Abb. 30.2.12); der Sternhaufen selbst kann durch eine rein statistisch bedingte Anhäufung der Sterne nicht erklärt werden. Die Feldgröße beträgt $\frac{1}{4}^\circ \times \frac{1}{4}^\circ$.



30.2.12 Die Häufigkeit der Felder $f(x)$ in Abb. 30.2.11 für eine gegebene Sternzahl x (Histogramm). Zusätzlich wurden der dem Histogramm zugehörige Erwartungswert sowie die Streuung eingetragen. Die aufgrund der Poissonverteilung zu erwartenden Häufigkeiten sind durch \ominus dargestellt.

30.2.13 Teilversuch: Ein statistischer Test zur physikalischen Natur des Sternhaufens M 41

Es fragt sich, ob der Sternhaufen M 41 seine Existenz dem Zufall, d. h. der Poisson-Statistik verdankt, oder ob andere – außerstatistische – Gründe dafür verantwortlich gemacht werden müssen.

Im Sternhaufen ist eines der $\frac{1}{4}^\circ \times \frac{1}{4}^\circ$ -Felder mit $x = 16$ Sternen belegt. Mit dem Erwartungswert (30.2.8) sowie der Feldzahl (30.2.6) wird (30.2.3) zu

$$30.2.14 \quad f(16) = 3,53 \cdot 10^{-9}.$$

Das Ergebnis bedeutet, daß man $1/f(16) = 283$ Millionen Sternfelder der Größe der Abb. 30.2.11 untersuchen müßte, bis man einmal eine Belegung mit 16 Sternen findet. Dies ist sehr unwahrscheinlich und so schließt man, daß der Sternhaufen M 41 nicht eine zufällige Ansammlung von Sternen darstellt, sondern aus physikalisch zusammengehörigen Sternen besteht.

Diese Annahme bestätigt sich auch bei genauerer Untersuchung des Sternhaufens. So stehen die Sterne dieses Sternhaufens alle in der gleichen Entfernung und besitzen dasselbe Alter. Sie sind gemeinsam entstanden.

30.3 Die Genauigkeit von Zählungen

Eine große Zahl physikalischer Messungen besteht in Zählungen von Ereignissen. Man denke etwa an die Zerfälle eines radioaktiven Präparates oder an die Zahl der Photonen, die den Spiegel eines Teleskops treffen. Wenn diese poissonverteilt sind (und das ist meist mit guter Näherung der Fall), so regeln sich der Erwartungswert und die Streuung durch 30.2.2 und 30.2.4. Als Maß der relativen Genauigkeit kann dann

$$30.3.1 \quad r = \frac{s}{\bar{x}}$$

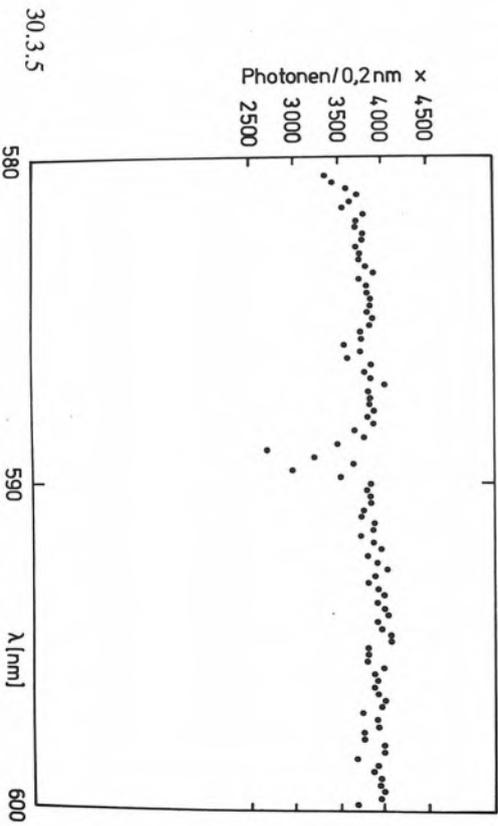
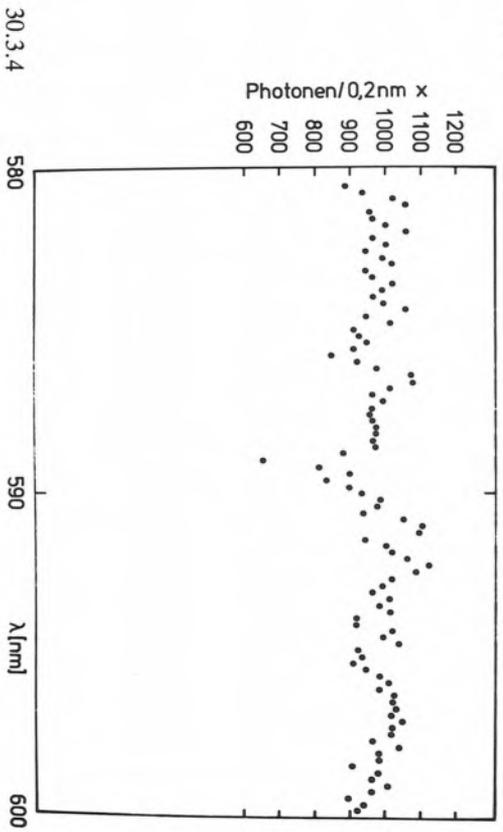
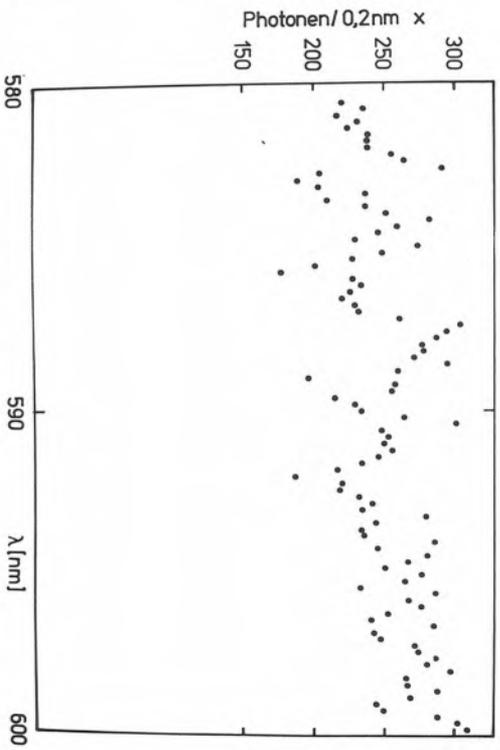
gelten. Das ist aber gleich

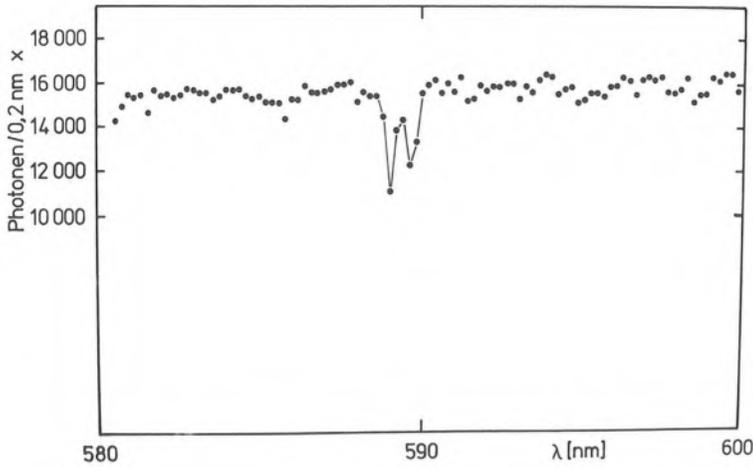
$$30.3.2 \quad r = \frac{1}{\sqrt{\bar{x}}}.$$

Strebt man eine Genauigkeit von 1% an, so muß man wegen $r = 0,01$ im Mittel $\bar{x} = 10\,000$ Ereignisse zählen, bei $\frac{1}{2}\%$ entsprechend $\bar{x} = 40\,000$ Ereignisse und bei 1% Genauigkeit sogar $\bar{x} = 1\,000\,000$ Ereignisse. Man erkennt, daß beispielsweise eine Verbesserung der Genauigkeit um das Doppelte eine viermal so umfangreiche Zählung erfordert, die also viermal so lange dauert. Die Genauigkeit steigt mit der Wurzel aus der Beobachtungszeit.

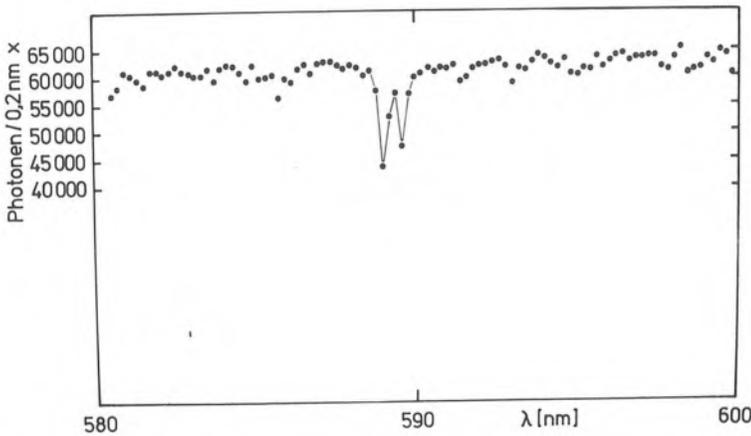
30.3.3–7 Das Spektrum des Sternes α Centauri um die Natrium-D-Linie zwischen 580 nm und 600 nm, registriert mit dem lichtelektrischen Spektralphotometer des Astronomischen Instituts der Ruhr-Universität in La Silla/Chile.

Die Meßzeiten betragen 0,3, 1,2, 4,8, 19,2 und 76,8 Sekunden. Mit zunehmender Meßzeit treten die spektralen Einzelheiten immer deutlicher hervor. Bei den beiden kürzesten Messungen macht sich die Luftunruhe noch zusätzlich bemerkbar.





30.3.6



30.3.7

Abb. 30.3.3–7 zeigen die Verbesserung der Qualität eines Spektrums bei Steigerung der Beobachtungszeit (und damit des Erwartungswertes pro Wellenlängenintervall) im Verhältnis 1 : 4 : 16 : 64 : 256. Während bei der kürzesten Meßzeit noch keine spektralen Einzelheiten erkannt werden können, tritt beim sechzehnfachen die Doppelnatur der Natrium-D-Linie (589,0 nm und 589,6 nm) zweifelsfrei zutage. Beim 256fachen schließlich dürfen Variationen des spektralen Verlaufs von nur wenigen Prozent als gesichert angesehen werden.

Die Abbildungen zeigen, daß mit wachsender Beobachtungszeit die absoluten Streuungen zunehmen, obwohl die (entscheidende) relative Streuung abnimmt. Üblicherweise wurde den astronomischen Musterversuchen eine Höchstfehlerabschätzung nachgestellt. Im Grunde ist dies unzulässig, da ja z. B. die Gaußfunktion 30.1.9 und die Poissonfunktion 30.2.3 nie zu Null werden, also im Prinzip auch sehr große Fehler auftreten können. Auf der anderen Seite gehen aber diese Verteilungen doch so stark gegen Null, daß etwa beim Dreifachen der Streuung nur 3% der Messungen nicht erfaßt werden. Es ist in Forschung und Technik daher allgemein üblich geworden, das Dreifache der Streuung als eine Art Höchstfehler aufzufassen.

31. Empfehlungen für die Errichtung einer Schulsternwarte

Die astronomischen Musterversuche geben eine Fülle von Anregungen zur Einbeziehung der Astronomie in den Schulunterricht. Geht man die Musterversuche einmal durch, so stößt man auf viele Beispiele, wo ein Teleskop gar nicht eingesetzt wird, sondern wo mit so „unastronomischen“ Hilfsmitteln wie Wasserwaage und Taschenspektroskop gearbeitet wird. Damit wird deutlich, daß ein Teleskop zwar den Mittelpunkt – nicht aber das einzige Inventar einer Schulsternwarte bilden sollte.

Das Teleskop wird an einer Schulsternwarte in zweierlei Weise eingesetzt. Erstens soll es mit den Objekten im Weltall vertraut machen und dem vermittelten Wissen einen festen Rahmen geben.

Da kann jeder Schüler durchgucken und sich selbst von den Sachverhalten überzeugen, die Gegenstand einer Übung oder Unterrichtsstunde sind und sie durch eigene Beobachtung oder Messung erhärten. Der Felszacken eines Mondberges zeigt dem Schüler mit zwingender Deutlichkeit die grundsätzliche Ähnlichkeit des Aufbaues der Körper im Sonnensystem. Die hellen und dunklen Massen des Orionnebels werden dem Schüler noch nach Jahrzehnten als Beispiel interstellarer Materie vor Augen stehen, während die alleinige Erwähnung im Unterricht kurz nach dem Abitur vergessen sein dürfte.

Diese mehr passive Art der Beobachtung sollte aber nicht die ausschließliche Funktion der Schulsternwarte bleiben. Ihr Nutzen wird potenziert, wenn man mit dem Fernrohr einfache **Messungen** durchführt. Wenn zum Beispiel die Sichelgestalt der Venus nicht nur betrachtet, sondern der Phasenwinkel auch bestimmt wird (Musterversuch 4. „Entfernung der Venus“), so folgt daraus unmittelbar die Entfernung der Venus von Sonne und Erde. Klebt man einen einfachen Photohalbleiter auf den Sonnenprojektionsschirm, so kann die Randverdunklung und damit die gasförmige Natur der äußeren Sonnenschichten nachgewiesen werden (Musterversuch 23. „Die Randverdunklung der Sonne“).

31.1 Das Teleskop und seine Montierung

Ein einfaches Fernrohr reicht zur Durchführung fast aller Musterversuche. Ebenso wichtig wie die Fernrohroptik ist aber eine stabile mechanische Halterung (die *Montierung*), denn nur dadurch wird ein gutes Arbeiten gewährleistet. Preiswerte Warenhausteleskope haben nach unserer Erfahrung im allgemeinen eine gute Optik; die Montierung ist jedoch meist nicht zu gebrauchen. Hier können Montierungen von den folgenden Firmen bezogen werden:

Eugen Aepli, Loowiesenstraße 60, CH-8106 Adlikon

Eckhard Alt, Bruckstraße 40, 6703 Limburgerhof

Kosmos, Postfach 640, 7000 Stuttgart 1

Witte & Nehls, Wienerstraße 18, 1000 Berlin 36

Weitere Angaben von Firmen können z. B. aus den Anzeigen der Zeitschrift „Sterne und Weltraum“ entnommen werden.

Eine solide und präzise Montierung ist nicht billig und kostet je nach Tragfähigkeit zwischen DM 500,- und DM 2500,-. Bei einer Neueinrichtung sollte aber die Anschaffung eines kompletten Gerätes erwogen werden.

Teleskope bauen bzw. liefern die folgenden Firmen:

Eugen Aepli, Loowiesenstraße 60, CH-8106 Adlikon

Eckhard Alt, Bruckstraße 40, 6703 Limburgerhof

Kosmos, Postfach 640, 7000 Stuttgart 1

H. T. Schmidt, Eschersheimer Landstraße 132, 6000 Frankfurt 1 (Questar)

Treugesell-Verlag, Postfach 140365, 4000 Düsseldorf 1 (Celestron)

Optik von Teleskopen (ohne Montierung) liefern neben der bekannten Großfirma Zeiss, 7082 Oberkochen, die folgenden Firmen:

Eckhard Alt, Brunckstraße 40, 6703 Limburgerhof

Bernhard Halle, Nachf., Hubertusstraße 10, 1000 Berlin-41

Lichtenknecker Optics, Grote Breemstraat 21, B-3500 Hasselt, Belgien

Spindler & Hoyer GmbH & Co., Postfach 122, 3400 Göttingen

31.2 Die Aufstellung des Teleskops

Zur Aufstellung eines Teleskops ist eine Kuppel im allgemeinen nicht erforderlich! Im Gegenteil: eine schlechte (oder schlechtgewartete) Kuppel kann beträchtlichen Ärger machen und reduziert die Freude an der Astronomie. Bei Fernrohren bis zu 20 cm Objektiv- oder Spiegeldurchmesser empfehlen wir als Standort eine knapp mannshohe **Betonsäule**, die auf dem Schulgelände errichtet wird. Die Säule wird oben von einer Metallplatte abgeschlossen, die ein M10-Gewinde enthält. Wenn das Wetter zur Beobachtung einlädt, wird das Teleskop (mit Krümmer und Achskreuz – also dem obersten Teil der Montierung) aus der Physiksammlung geholt und mit einer M10-Schraube auf der Metallplatte befestigt. Kurz vor Anziehen der Schraube richtet man die Polachse auf den (beispielsweise) an einer Hauswand markierten Nordpunkt. Das Auf- und Abbauen dauert kaum fünf Minuten und das Teleskop ist zu 99% seiner Lebenszeit unter optimalen Bedingungen und frei von Witterungseinflüssen gelagert. Abb. 31.2.2 zeigt die für das Praktikum des Astronomischen Instituts der Ruhr-Universität Bochum gebaute Säule allein und Abb. 31.2.3 mit dem Celestron 8. Die Säule ist einfach ein mit Beton ausgegossener Aluminiumzylinder, aufgesetzt auf einen festen Betonsockel.

Größere und schwerere Teleskope (sicher ab 35 cm Öffnung oder 2 m Länge) sind natürlich nicht so einfach auf- und abzubauen und bedürfen eines Schutzes gegen Wind und Wetter. Wenn man aber nicht wirklich anspruchsvolle größere Teleskope aufzustellen hat oder architektonische Gründe für einen Kuppelbau vorliegen, so ist im allgemeinen eine einfache Hütte mit einem auf Schienen abfahrbaren Dach vorzuziehen, weil wesentlich billiger zu erstellen und leichter zu warten. Vorschläge dazu findet man bei A. Staus „Fernrohrmontierungen und ihre Schutzbauten für Sternfreunde“, Kapitel VI, herausgegeben von A. Kutter, Verlag Uni-Druck, München 1971.

Braucht man jedoch eine Kuppel, so sollte diese von einer Firma gebaut werden, die wirklich Erfahrung im Kuppelbau hat. Manche Firma, die ein Angebot auf eine Astrokuppel abgibt, hat vorher noch nie eine gebaut! Hier sollte unbedingt der Rat der nächstgelegenen Volkssternwarte oder auch des nächsten astronomischen Instituts eingeholt werden. Firmen:

Höfler Maschinenbau, Postfach 12, 8415 Nittenau

Ash-Dome Manufacturing Company, Plainfield, Illinois 60544, USA

Esslinger & Abt, Postfach 160, 7958 Laupheim-Württ.

Die Kosten für eine Kuppel (ohne Unterbau!) liegen je nach Größe (3–8 m) zwischen rund DM 25 000,- und DM 100 000,-. Von Bedeutung für die Wahl der Kuppelgröße ist die Größe der am Teleskop arbeitenden Gruppen: bei einfachen Beobachtungen mag dies der ganze Kurs oder die ganze Klasse sein, bei Aufnahmen oder Messungen kann aber erfahrungsgemäß nur jeweils eine Gruppe von etwa 2–6 Schülern an einem Versuch tätig werden, und an einem Abend nur 1–3 solcher Gruppen. Eine Kuppel von z. B. 5 m Durchmesser bietet hinreichend Platz für ca. 10 Personen.

In der Tabelle 31.2.1 werden drei Vorschläge zum Bau einer Schulsternwarte zusammengestellt. Typ III führt über den optischen Spektralbereich hinaus und erlaubt den Empfang von Satellitensignalen, sowie (bei rauscharmer und breitbandiger Eingangsstufe) auch von Sonne, Milchstraße und einigen der stärksten Radioquellen.

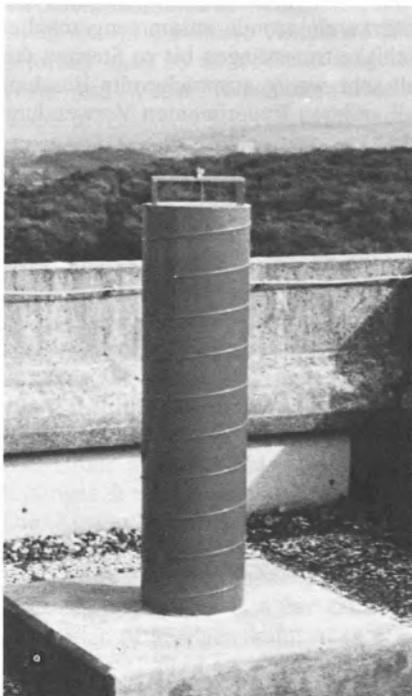
Hat der Aufstellungsort in Schulnähe einen durch Stadtbeleuchtung mehr oder weniger stark aufgehellten Nachthimmel, so muß bei der Wahl des Öffnungsverhältnisses auf jeden Fall darauf Rücksicht genommen werden: man wählt dann zweckmäßig große f/D -Verhältnisse (etwa $f/D = 15$, typischerweise Cassegrain-Systeme) und sorgt durch geeignete, lange Rohrblenden (sky baffle) vor Haupt- und Sekundärspiegel für Verringerung von Streulicht und Helligkeit des Himmels-hintergrundes. Das Teleskop kann in seiner Einsatzfähigkeit durch Kameraansatz, Spektrograph und Photometer erheblich gesteigert werden. Als **Zusatzgeräte** empfehlen wir:

- a) **Sonnenprojektionsschirm** mit Abschattung zur Vorführung der Oberflächendetails der Sonne bei einer größeren Gruppe.
- b) **Kameraansatz**, der das Vorhandensein einer handelsüblichen Kleinbildkamera voraussetzt. Die Kamera kann entweder – mit eigenem Objektiv – auf dem Fernrohr angebracht werden und ermöglicht damit Langzeitaufnahmen größerer Himmelsareale, oder sie wird – ohne Objektiv – in der Brennebene des Teleskops befestigt und erlaubt so langbrennweitige Aufnahmen mit großem Maßstab.
- c) **Spektrograph** für Sonnen- und Sternspektren. Dieser Spektrograph enthält als wesentliches Element eine handelsübliche Kleinbildkamera. Die Aufspaltung des Lichts erfolgt wahlweise durch ein Gradsichtprisma oder ein Gitter, die sowieso in der Physiksammlung vorhanden sein dürften.
- d) **Photometer** für Sonnen- und Sternhelligkeit in verschiedenen Spektralbereichen. Ein Halbleiter bzw. ein blauempfindlicher Photomultiplier wird mit einer kompakten Stromversorgung- und Verstärkerelektronik zusammengeschaltet und erlaubt bei einem 20-cm-Teleskop Helligkeitsmessungen bis zu Sternen der 10. Größenklasse. Dies ist eine finanziell sehr wenig anspruchsvolle Beschaffung für die Physiksammlung, die auch bei anderen Experimenten Verwendung finden kann.

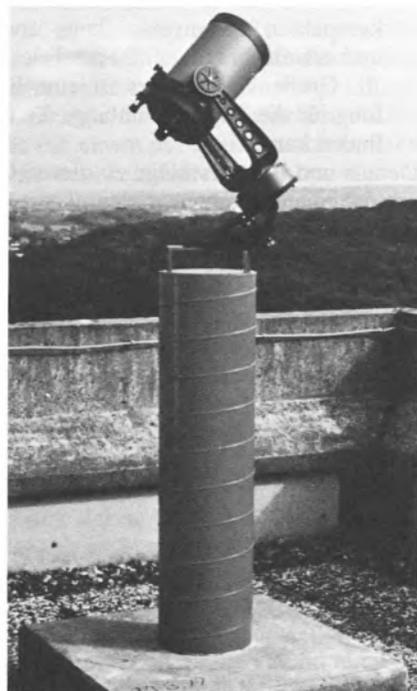
Details und Bauvorschläge zu diesen Geräten können den entsprechenden Muster- versuchen entnommen werden.

31.2.1

Typ der Schulsternwarte Gerätekosten (ohne Baumaßnahmen) DM	Instrumentarium	Aufstellungsort	Versuche
I ab 2 000,-	Minimalausstattung: Montierung und preiswerter Refraktor auf gemauerter Säule, Kamera, (Nachtglas)	Säule im Schulgelände	Beobachtungen grundlegender Himmelserscheinungen: Sonne, Mond, Planeten, Fixsterne, Interstellare Materie, Musterversuche zu den Jupitermonden, Randverdunkelung der Sonne; Astrophotographie
II ab 6 000,-	Gerät vom Typ Celestron oder Questar (Öffnung ca. 20 cm), Kameraansatz, Farbfilter, kleiner Spektrograph	Säule im Schulgelände	Wie Typ I, außerdem: Spektralaufnahmen von Sonne, Mond, Planeten, Fixsternen (Linien- und kontinuierlichen Spektren), Filteraufnahmen von Sternhaufen
III ab 15 000,-	Spiegelteleskop (35 cm Öffnung) Spektrograph, Photometer; UKW-Empfänger für Satelliten, Sonne, Milchstraße	Hütte mit ab-fahrbarem Dach; u. U. Kuppel	Wie Typ II, dazu: Sternphotometrie, Satellitenempfang, Elemente der Radioastronomie



31.2.2 Im Freien errichtete Betonsäule



31.2.3 Celestron 8 auf der Betonsäule

32. Zusammenstellung einiger wichtiger Bücher und Hilfsmittel für die Astronomie

In dieser Zusammenstellung sind nur solche Bücher aufgenommen worden, die für den Unterricht direkt oder indirekt geeignet sind. Lehrbücher mit zu weitgehenden mathematischen oder physikalischen Anforderungen sind nicht erwähnt. Die Liste erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, sie möchte nur eine Entscheidungshilfe bei der Auswahl von unterstützender Literatur für den Astronomieunterricht sein. Sämtliche Bücher sind für den Lehrer wie den interessierten Schüler gleichermaßen zu empfehlen.

Die Zusammenstellung enthält
Nachschlagewerke (32.1)
Zusammenfassende Darstellungen (32.2)
Einzelobjekte (32.3)
Arbeits-, Beobachtungsanleitungen (32.4)
Sternkarten, Kataloge (32.5)
Zeitschriften (32.6)

Vor allem wird darauf hingewiesen, daß die

Wilhelm-Foerster-Sternwarte

Munsterdamm 90

1000 Berlin-41

ein umfangreiches Archiv über den Bezug von Lehrmitteln aller Art unterhält und Interessenten gern berät.

32.1 Nachschlagewerke

Herrmann, J.

dtv-Atlas zur Astronomie

Deutscher Taschenbuchverlag, München 1973

In 12 Kapiteln werden die wichtigsten Sachgebiete klar dargestellt, hervorragende Graphiken erleichtern das Verständnis. Moderne Forschungsergebnisse sind mit verarbeitet.

Herrmann, J.

Großes Lexikon der Astronomie

Mosaik Verlag, München 1980

ISBN 3-570-00451-0

Meyers Handbuch über das Weltall (siehe unter 32.2)

Müller, R.

Astronomische Begriffe

Bibliographisches Institut, Mannheim 1964

BI Hochschultaschenbücher 57/57a

In mehreren Kapiteln werden astronomische Grundfragen behandelt. Knappe einfache Erklärungen vermitteln einen guten Überblick.

Voigt, H. H.

Abriß der Astronomie

Bibliographisches Institut Mannheim, 1980, 3. Auflage

ISBN 3-411-01584-5

Stichwortartige Zusammenfassung fast aller astrophysikalischer Themen. Die Zusammenhänge werden kurz und prägnant erklärt. Das Buch ist aus Vorlesungsskripten hervorgegangen und setzt deshalb gewisse Kenntnisse voraus.

Weigert, A./Zimmermann, H.

ABC der Astronomie

3. Auflage Leipzig/Hanau 1973

Reichhaltiges astronomisches Speziallexikon, sehr gut als Nachschlagewerk geeignet.

32.2 Zusammenfassende Darstellungen

Cambridge Enzyklopädie der Astronomie

Herausgegeben von **S. Mitton**

Bertelsmann Lexikon-Verlag, 1978

ISBN 3-570-06273-2

Umfassende Darstellung mit vielen mehrfarbigen Abbildungen und Diagrammen aller Teilgebiete der Astronomie. In einem Anhang werden wichtige physikalische Phänomene in der Astronomie erläutert.

Giese, R. H.

Einführung in die Astronomie

Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt 1981

ISBN 3-534-06713-4

Umfassende Darstellung der Astronomie und Astrophysik. Wird als begleitendes Lehrbuch zu diesen Musterversuchen für Schüler und Lehrer empfohlen.

Gondolatsch, Fr., Groschopf, G., Zimmermann, O.

Astronomie I/II

Klett Studienbücher, 1978/1979

Für den Lehrer zur Vorbereitung eines Astronomiekurses sehr zu empfehlen. Band I behandelt das Sonnensystem; Band II den Fixsternraum sowie Sternsysteme.

Littrow, J.

Die Wunder des Himmels

Gemeinverständliche Darstellung des astronomischen Weltbildes

Dümmler Verlag, Bonn 1969

Klassisches Standardwerk, das schon vor der Jahrhundertwende herausgebracht wurde. Inzwischen in mehreren Auflagen den modernen Forschungsergebnissen angepaßt.

Meyers Handbuch über das Weltall

5. wesentlich erweiterte Auflage neu bearbeitet von K. Schaifers und G. Traving.

Bibliographisches Institut, Mannheim, 1973

Umfassende Darstellung aller Bereiche der Astronomie. Sachliche und klare Aussagen, viele weitreichende Informationen. Für gehobene Ansprüche geeignet; ausgezeichnetes Nachschlagewerk.

Müller, B.

Grundzüge der Astronomie

Taschentext 12

Verlag Chemie, 1973/ ISBN 3-527-21019-9

Didaktisch geschickt aufgemachte Zusammenstellung des astronomischen Grundwissens, welches sich im Rahmen der Oberstufe erarbeiten läßt. Fragestellungen, die zu viel mathematische Techniken verlangen, sind ausgelassen.

Rükl, A.

Welten, Sterne und Planeten (Einführung in die Astronomie)

Mosaik-Verlag, München, 1979

Gut bebildertes Werk, auch für Schüler der unteren Schulstufen geeignet,

Sautter, H.

Astrophysik I und II

Eine Einführung

Uni-Taschenbücher

Fischer Verlag, Stuttgart 1972/ ISBN 3-437-20089-5

Knappe Einführung in die moderne Astrophysik, als tiefergehende Hintergrundinformation zur Ergänzung beschreibender Bücher geeignet.

Sextl, R., Raab, I., Streeruwitz, E.

Eine Einführung in die Physik (Das mechanische Universum. Der Weg zur modernen Physik. Materie in Raum und Zeit)

Diesterweg Salle, Frankfurt 1980

Dreibändiges Lehrbuch der Physik auf SII-Niveau mit starker Berücksichtigung der Astronomie.

Strömig, H.-J.

Knaurs Buch der modernen Astronomie

Droemer Knaur, München, Zürich 1972

Einführung in die Astronomie im Stil der modernen Sachbücher.

Struve, O.

Astronomie

Einführung in ihre Grundlagen

Walter de Gruyter & Co, Berlin 1967

Umfassende Darstellung klassischer und moderner astronomischer Gebiete. Der Leser wird durch einfache Rechnungsbeispiele und Übungsaufgaben zur aktiven Mitarbeit angeregt.

Unsöld, A., Baschek, B.

Der Neue Kosmos
Springer Verlag, Berlin 1981
ISBN 3-540-10404-6

Ein Standardwerk für die Ausbildung. Bei relativ geringen Ansprüchen an die mathematisch-naturwissenschaftliche Vorbildung des Lesers werden Beobachtung und Grundgedanken ihrer theoretischen Deutung in gleicher Weise berücksichtigt.

Weigert, A., Wendker, H.J.

Astronomie und Astrophysik – ein Grundkurs
Physik-Verlag, Weinheim 1982
ISBN 3-87664-050-4

Lehrbuch der Astronomie und Astrophysik für Studenten des Grundstudiums. Da auf eine aufwendige mathematische Behandlung des Stoffes verzichtet wurde, ist dies Buch auch für interessierte Schüler der Oberstufe geeignet.

32.3 Einzelobjekte

Becker, F.

Geschichte der Astronomie
Bibliographisches Institut, Mannheim, 1980
ISBN 3-411-01538-7

Guter Überblick über die geschichtliche Entwicklung der Astronomie von den Anfängen bis zu den ersten Ergebnissen der modernen Astrophysik. Das Werk ist durch einige Biographien bedeutender Astronomen ergänzt.

Grosser, M.

Entdeckung des Planeten Neptun
Suhrkamp Wissen, Frankfurt 1970

Historisch-astronomischer Hintergrund zur Entdeckungsgeschichte des Planeten Neptun.

Hey, J. S.

Das Radiouniversum
Einführung in die Radioastronomie
Verlag Chemie, Weinheim 1974

Hervorragende Darstellung der Radioastronomie. Beschreibung der Geräte, Meßverfahren und Ergebnisse.

Hoffmeister, C.

Veränderliche Sterne
Johann Ambrosius Barth Verlag, Leipzig 1970

Umfassender Überblick über die verschiedenen Typen von Veränderlichen und ihre physikalischen Ursachen.

Kippenhahn, R.

100 Milliarden Sonnen – Geburt, Leben und Tod der Sterne
Piper, München/Zürich 1980
ISBN 3-492-02497-1

Gut und spannend geschriebenes Buch über die Fixsternphysik.

Kühn, L.

Das Milchstraßensystem
Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft, Stuttgart 1978
ISBN 3-8047-0558-8

Allgemeinverständliche Zusammenfassung unserer Kenntnisse über Aufbau und Entwicklung des Milchstraßensystems. Auch für Schüler der Oberstufe geeignet.

Meißner, R.

Der Mond
Suhrkamp Wissen, Frankfurt 1969

Kleine Biographie über den Mond, die eine Zusammenfassung der Ergebnisse der erdgebundenen Beobachtungen bis zu den ersten Messungen der Raumsonden enthält.

Meyers Handbuch über das Weltall

(siehe unter 32.2)

Sandner, W.

Trabanten im Sonnensystem
Die Monde der großen Planeten
Sterne und Weltraum Taschenbuch Nr. 6
Bibliographisches Institut, Mannheim 1966

Gesamtdarstellung der Beobachtungsergebnisse, die in der Zeit vor den Raumsonden gewonnen wurden. Viele Informationen, die sonst nur schwierig zu erhalten sind, sind hier gesammelt.

Stanek, B.

Planetenlexikon

Hallwag Verlag, Bern/Stuttgart, 1979

ISBN 3-444-10239-9

Lexikalische Zusammenstellung der wichtigsten Daten über die Planeten unseres Sonnensystems mit geschichtlicher Einleitung.

Strömig, H.-J.

Knaurs Buch der modernen Astronomie

(siehe unter 32.2)

Waldmeier

Panoptikum der Sterne

15 Porträts berühmter Sterne

Hallwag Verlag, 1976

Am Beispiel von 15 ausgewählten Sternen werden alle Teilgebiete der Astronomie von der optischen bis zur Röntgenastronomie ohne Formeln behandelt und in den physikalisch-geschichtlichen Zusammenhang gestellt.

32.4 Arbeits- und Beobachtungsanleitungen**Ahnert, P.**

Astronomisch-chronologische Tafeln

J. A. Barth Verlag, Leipzig 1965

Hilfstafeln zur Berechnung der Stellung der Sonne, Planeten und des Mondes für mehrere Jahrtausende. Möglichkeit, Sonnen- und Mondfinsternisse vorherzusagen. Geringe mathematische Vorkenntnisse erforderlich.

Ahnert, P.

Beobachtungsobjekte für Liebhaberastronomen

J. A. Barth Verlag, Leipzig

Zusammenstellung der Objekte, die mit kleinen und mittleren Geräten beobachtet werden können. Viele nützliche Hinweise und Tips.

Ahnert, P.

Kleine praktische Astronomie

J. A. Barth Verlag, Leipzig 1974

Tabellen- und Datensammlung

Enthält alle wesentlichen Informationen, die zur Vorbereitung von Beobachtungsprogrammen notwendig sind.

Astronomie

Lehrbuch für Klasse 10

Volk und Wissen, Ostberlin 1972

Unterrichtshilfen

Astronomie 10. Klasse

Lehrbuch und Lehrerhandbuch für einen Astronomiekurs in der Klasse 10. Zur Anregung geeignet; streckenweise ungenießbare Agitprop.

Brandt, R.

Himmelswunder im Feldstecher

J. A. Barth Verlag Leipzig

Arbeitsweise und Möglichkeiten der astronomischen Beobachtung mit dem Feldstecher. Hinweise auf besonders geeignete Objekte.

Feuerlein, R.

Die Gravitation

bsv-Lehrprogramme

Bayrischer Schulbuch-Verlag, München 1974

ISBN 3-7627-3200-0

Empfehlenswerte programmierte Einheit, die von den Newtonschen Gesetzen bis zur Bewegung von Körpern im Gravitationsfeld führt.

Giese, R. H., Heinke, W.

Astronomie III

Klett Studienbücher 1979

ISBN 3-12-983890-2

Übungsaufgaben aus Astronomie und Weltraumforschung mit Lösungen. Das Buch entstand parallel zur Entwicklung der Musterversuche und kann als deren mathematische Ergänzung gelten.

Handbuch für Sternfreunde

G. D. Roth, Herausgeber
Springer-Verlag, Berlin 1981
ISBN 3-540-10102-0

Das Standard-Handbuch für Amateurastronomen. Gleichmaßen als Anregung für Beobachtungen wie auch als Informationsquelle geeignet.

Herrmann, J.

Der Astroamateureur

Beobachtungsmittel und Möglichkeiten für den Sternfreund

Franckh'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart 1976

Behandelt alle Fragen, die zur Auswahl astronomischer Instrumente wichtig sind. Ausführlich wird auf die Beobachtungsmöglichkeiten von Sonne, Mond, Planeten, Doppelsternen, Veränderlichen, Nebeln, etc. eingegangen; viele wertvolle Anregungen.

Knapp, P., Hahn, H.M.

Astrofotografie als Hobby

vwi-Verlag Herrsching

Einführung in die Astrofotografie für Anfänger und Fortgeschrittene.

Kolde, K.

Astronomie

Studienbücher Physik

Diesterweg, Salle, 1973

Astronomisch-physikalisches Lehrbuch mit vielen gerechneten Beispielen und Übungsaufgaben, nebst praktischen Anregungen zur Vorbereitung von Unterrichtseinheiten gut geeignet.

Lindner, K.

Astronomie selbst erlebt

Aulis Verlag Deubner & Co, Köln 1973

Einfache Einführung in die Beobachtung astronomischer Phänomene, kombiniert mit Bastelanleitungen. Für die Arbeit mit jüngeren Jahrgängen geeignet.

Lindner, H.

Physik im Kosmos

Physikalische Probleme der Raumfahrt und des Weltalls

Aulis Verlag Deubner & Co, Köln o. J.

Ähnlich dem Buch von K. Kolde, in einigen Teilen mehr deskriptiv.

Müller-Arnke, H.

Gravitation und Weltraumfahrt (mit Lehrerbegleitheft)

Vieweg Schulbuchverlag, Düsseldorf, Braunschweig 1977

Dieses Buch gibt Anregungen für die Aufbereitung des Themas Gravitation im Mechanikkurs der Klasse 11.

Roth, G. D.

Taschenbuch für Planetenbeobachter

Sterne und Weltraum Taschenbuch Nr. 4

Bibliographisches Institut, Mannheim 1966

Hinweise und Tips zur Beobachtung und Photographie der Planeten und des Mondes, für praktische Arbeiten sehr zu empfehlen.

Schäfer, H.

Astronomische Probleme und ihre Grundlagen

Vieweg, Braunschweig 1978

ISBN 3-528-08407-3

Dieses Buch enthält eine Auswahl von Themen, die unmittelbar im Physik- und Astronomieunterricht der Sekundarstufe II anwendbar sind.

Sterne und Weltraum im Bild

Elsässer, H., Roth, G. D., Schaifers, K., Herausgeber, Text: J. Herrmann

Sterne und Weltraum Taschenbuch Nr. 3

Bibliographisches Institut, Mannheim 1964

99 Himmelsaufnahmen auf Kleinbildfilm und Begleittext.

Zimmermann, O.

Astronomisches Praktikum Bd. 1 und 2

Sterne und Weltraum Taschenbücher Nr. 8 und 9

Bibliographisches Institut, Mannheim 1969

Viele Anregungen und praktische Beispiele für selbständige astronomische Messungen, z. T. direkt für den Unterricht verwendbar.

Zimmermann, O.

100 Astronomische Übungsaufgaben

Bibliographisches Institut, Mannheim 1966

Reichhaltige Sammlung von Aufgaben zu verschiedenen astronomischen Themen, nach Schwierigkeitsgrad und physikalischem Bezug aufgeteilt.

32.5 Sternkarten, Kataloge

Ahnert, P.

Kalender für Sternfreunde

Ausführliche Tabellen für Sonne, Mond und alle Planeten. Auf besondere Erscheinungen wird ausführlich hingewiesen. Eine Sammlung von Aufsätzen berichtet über aktuelle Forschungsergebnisse.

Gerstenberger, M.

Das Himmelsjahr

Franckh'sche Verlagshandlung, Stuttgart

Kleines Jahrbuch, das einen Überblick über alle wichtigen astronomischen Ereignisse eines Jahres gibt.

Norton's Star Atlas

Gall and Inglis, Edinburgh/London

Für die Musterversuche besonders zu empfehlender Sternatlas, da auch die Ekliptik mit Gradunterteilung versehen ist.

Schäifers, K.

Atlas zur Himmelskunde

BI-Hochschultaschenbücher 308a-308e

Bibliographisches Institut, Mannheim 1969

Sterne bis etwa zur sechsten Größe, Spektraltypen durch verschiedene Farben gekennzeichnet, Doppelsterne, Veränderliche, Nebel etc. besonders hervorgehoben; Monatskarten und ganzseitige repräsentative Bilder einer Auswahl der bekanntesten astronomischen Objekte.

Tabulae Caelestes (Himmelsatlas von Schurig-Götz)

Herausgegeben von K. Schäifers

BI-Hochschultaschenbücher 20/20a/20b

Ähnlich aufgebaut wie der „Atlas zur Himmelskunde“. Enthält Sterne bis etwa zur sechsten Größe, jedoch keine Angaben der Spektraltypen. Preiswert.

Verschiedene **Wandkarten**

Mars, Mond, Sternhimmel

Hallwag Verlag, CH-3001 Bern, Nordring 4

Gutes Anschauungsmaterial. Der Verlag führt noch weitere brauchbare Titel die laufend ergänzt werden.

Widmann-Schütte

Welcher Stern ist das?

Franckh'sche Verlagshandlung, Stuttgart

Für jeden Monat sind einfache Sternkarten gegeben, die den Anblick des Himmels mit bloßen Auge wiedergeben. Kleine Hilfstabellen und eine knappe Zusammenfassung astronomischer Begriffe ergänzen das Buch. Für Vorbereitung von Sternführungen gut geeignet.

Widmann, W.

Drehbare Kosmos-Sternkarte

Franckh'sche Verlagshandlung, Stuttgart

Unentbehrlicher Helfer zur Vorbereitung von Beobachtungen. Der Ausschnitt des sichtbaren Himmels kann für jeden Zeitpunkt eingestellt werden. Zusätzlich ein „Planetenzeiger“.

Folgende Atlanten sind vom Treugesellverlag, Postfach 140365, Düsseldorf 1, zu beziehen:

Becvar, A.

Atlas Coeli

Sterne bis 7,5 Größe, großformatige Karten (ca. DIN A2), farbig, Milchstraße, Doppelsterne, Nebel besonders gekennzeichnet. Ansprechender Gesamtaufbau, sehr zu empfehlen.

Becvar, A.

Atlas Coeli, Feldausgabe

Sterne bis 7,5 Größe, Feldausgabe (preiswert), nur Sterne, nur schwarz-weiß; handliches Format auf starkem Karton gedruckt, sehr gut für die direkte Arbeit am Fernrohr.

Becvar, A.

Atlas Coeli II

Katalog zum Atlas Coeli, enthält alle notwendigen Informationen über die im Atlas verzeichneten Sterne (bis ca. 6,5 Größe) und die anderen Objekte. Sehr ausführlich.

Becvar, A.

Atlas Borealis

Atlas Eclipticalis

Atlas Australis

Drei einzelne Atlanten für Nordhimmel, Äquatorgegend und Südhimmel; Sterne bis 9. Größe vollständig, teilweise schwächere; Spektraltypen durch Farben gekennzeichnet, sehr großes Format.

Vehrenberg, H.

Falkauer Atlas A, Nordteil

Photographischer Atlas, Sterne bis ca. 13,5. Größe, Deckkarten zur Koordinatenbestimmung.

Vehrenberg, H.

Mein Messier Buch

Auf ganzseitigen Kunstdrucktafeln sind alle bekannten Objekte des Messierkataloges abgebildet.

Sämtliche Aufnahmen wurden mit demselben Instrument vom Autor gewonnen. Alle Abbildungen sind im gleichen Maßstab dargestellt und vermitteln so einen guten Überblick über die scheinbaren Größenverhältnisse. Eine hervorragende Amateurarbeit.

Vehrenberg, H., Blank, D.

Handbuch der Sternbilder

Das Handbuch enthält alphabetisch geordnete Übersichtskarten aller Sternbilder. Auf einer separaten Seite sind jeweils Informationen über die wichtigsten Objekte innerhalb des Sternbildes zusammengestellt (Doppelsterne, Veränderliche, Nebel). Sehr gut zur Vorbereitung von Sternführungen.

32.6 Zeitschriften

Sterne und Weltraum

Verlag Sterne und Weltraum, Portiastr. 10, 8000 München 90

12 Ausgaben pro Jahr

Führende deutsche Zeitschrift für den anspruchsvollen Amateurastronomen mit vielen Beiträgen namhafter Wissenschaftler.

Die Sterne

Johann Ambrosius Barth-Verlag, Leipzig

6 Ausgaben pro Jahr

Hauptsächlich werden moderne Forschungsergebnisse diskutiert, Amateurbeiträge seltener.

Sky & Telescope

zu beziehen durch: Treugesell-Verlag, Postfach 140365, 4000 Düsseldorf-1

12 Ausgaben pro Jahr

Größte Amateuzeitschrift mit vielen Beobachtungsberichten, einigen Berichten aus der modernen Forschung und sehr vielen Farbbildern. Obwohl die Zeitschrift in Englisch erscheint, ist sie unbedingt zu empfehlen.

33. Register

- Abenddämmerung 95
Absorption 49, 94, 126, 143, 157
Absorptionslinien 154, 170
Abstandsverhältnisse, der Planeten 83
Achromat 107
Airglow, siehe Luftleuchten
Airyscheibchen 115
Algol 140
Almagest 19
Alpha Centauri 43, 160, 210
Andromedanebel 52
Aphel 189
Apogäum 73, 81
Äquatorebene 190
Aristarch 19
Aspektteffekt 66
Astronomia nova 83
Astronomische Einheit 27, 34, 38, 43, 83, 87
Atmosphäre, Dichteabnahme 97, 155
–, Einfluß auf Sternlicht 96
–, Krümmung 99
–, Skalenhöhe 93, 102
–, Streuwirkung 93
Aufgang, Sonne 98
–, Sterne 55
Auflösungsvermögen 92, 107, 114, 120, 164
Auge, Empfindlichkeit 96
–, Schärfe 95
Augenpupille 91, 107
Ausbreitungsgeschwindigkeit, des Lichtes 69
Ausgangszustand 155
Auslenkung 65
Austrittspupille 108
Azimut 96
Babinetsches Theorem 101
Bacon, F. 69
Bahn, elliptische 73, 80, 189
–, der Erde 28
–, des Merkur 28
–, der Venus 28
Bahnbestimmung 188
Bahnbewegung, der Jupitermonde 84
–, des Mondes 80
–, der Planeten 38, 188
Bahnebene 80
Bahnen, der Jupitermonde 64
Bahngeschwindigkeit, der Erde 96
–, des Mondes 80
–, der Planeten 96
–, eines Satelliten 84
Bahnknoten, des Jupiter 69
Bahnneigung 40
Bahnradien, der Planeten 34
Bahnradius, eines Satelliten 84, 87
–, eines Wettersatelliten 184
Bahnschleifen, der Planeten 38
Bahnwinkel 189
Balmerlinien 154, 170
Barometrische Höhenformel 155
Bedeckungsveränderliche 140
Beersches Gesetz 99
Bessel, F. W. 43, 188
Beugung 92
Beugungsgrenze 100
Bewegung, parallaktische 38
Binomialverteilung 198
Boltzmanngleichung 155
Boltzmannsche Konstante 130, 155
Brahe, T. 91
Breite, ekliptikale 81
–, geographische 14, 55
Brechung, des Lichtes 154
Brechungsgesetz 96
Brechungsindex 96, 102
Brennpunkte, der Ellipse 73
Brennweite, des Auges 108
–, des Fernrohres 21, 107
–, des Okulars 107
Brorsen, Th. 91
Bunsen, R. 154
Callisto 66, 88
Camera obscura 92
Cannon, A. 154
Cassegrain 107
Cassini, G. D. 69
Celsius, A. 173
Charlier, C. 50
Chromosphäre 150, 157
Dämmerung, astronomische 100
–, bürgerliche 100
–, nautische 100
Dämmerungserscheinungen 96
Dämmerungsleistung 110
Dämmerungszahl 110
Deklination (astronomische) 29, 39, 56, 88, 190, 205
Deklination (magnetische) 173
Dezibel 99
Dichte, mittlere 86
–, im Universum 47
Dipol 173
Dispersion, eines Spektrums 36
Doppelsterne 95
Doppelsterne, speckle-Muster 120
Doppler, Chr. 166
Dopplerbeziehung 34
Dopplereffekt 166, 182
Dopplerprinzip 34
Dopplerverschiebung 35, 161, 167
Drehimpulsvektor 80
Drei-Sigma-Grenze 205
Druckabhängigkeit der Spektrallinien 155
Dualismus Welle/Teilchen 114
Dunkelwolken 50
Durchlaufzeitmessung 25, 65, 87, 126
Effekte, himmelsmechanische 66
–, systematische 70
Eigenbewegung, der Planeten 39
21 cm-Strahlung 117
Ekliptik 29, 40, 101
Elementarfehler 202
Elementarwellen 117
Elongation 86
–, größte 30
Emission 49, 143
Emissionslinien 155, 170
Energiedichten, magnetische 178
Entfernung, der Galaxien 53
–, des Jupiter 65
–, des Mondes 73
–, der Planeten 191
–, eines Satelliten 73
–, Saturn-Sonne 38
–, der Sonne 27, 34
–, eines sonnenähnlichen Fixsterns 43
–, der Venus 28
–, Venus-Sonne 28
Ephemeriden, des Mondes 82
Ephemeridenrechnung 188
Eratosthenes 14
Erdäquator 180
Erdbahn, Durchmesser 69
–, große Halbachse 83
Erde 64, 86
–, Kugelgestalt 14
–, mittlere Dichte 86
–, Nordhalbkugel 34
–, Radius 14, 86, 175, 184
–, Rotation 55
–, Südhalbkugel 34
Erdferne 73
Erdnähe 73
Erdoberfläche 89, 180
–, mittlere Temperatur 124
–, thermische Abstrahlung 126
Erdschatten 96
Ereignisraum 199
Erhaltungssatz, der Energie 73, 80
–, des Impulses 73, 80
Erwartungswert 200
Europa 66
Extinktion 94
Extinktionskurve 99
Exzentrizität 74
–, der Mondbahn 76
Fahrstrahl 80
Farbenlehre 154
Fehlerkurve 203
Feldlinien 173
Fennglas 107
Fernrohr 107
–, Erfindung 91, 107
–, Galileisches 66
Finsternisse 55
Fixsterne, Entfernung 20, 43
Fixsternparallaxe 43
Flächenhelligkeiten 53, 102, 109
Flächenkonstante 80
Flächensatz 80
Fliehkraft 83
Florenz 66
Fraunhofer, J. v. 154
Fraunhofersche Linien 36, 154
Funkeln der Sterne 102
Gabor, D. 117
Galilei, G. 23, 66, 69
Galaxien 50
Galaxiengruppe 50
Galtonisches Nagelbrett 198
Ganimed 66
Gasnebel 157
Gauß, C. F. 173, 188, 199
Gaußverteilung 198
Gebirge 23
Gegenschein 91
Geschwindigkeit, eines Massepunktes 83
Gezeiteneffekte 177, 197
Gilbert, W. 173
Gitter, 164
Glockenkurve 203

- Graham, G. 173
 Granulation des Laserlichtes 117
 Gravitation 73
 Gravitationsgesetz 73, 80, 83, 188
 Gravitationskonstante 84, 87
 Gravitationskraft 86
 greenhouse effect, siehe Treib-
 hauseffekt
 Gregory, J. 107
 Größenklasse 99
 Grüner Strahl 96, 128
 Grundzustand 155
 Haidingersches Büschel 105
 Halbachse, große 34, 83
 Halbmond 19, 24
 Halbvenus 30
 Halbwertsbreite 151
 Hall, C. M. 107
 Halley, E. 47
 H-alpha 150
 Hammurabi 188
 Harmonices mundi 83
 Hauptreihe 130
 Hawkins, G. S. 57
 Heisenberg, W. 114
 Helligkeit, absolute 43
 -, der Fixsterne 43, 47, 132
 -, galaktische 100
 -, der Planeten 191
 -, der Sonne 43, 198
 Henry-Draper-Katalog 154
 Herschel, J. F. W. 103
 Himalaya 23
 Himmelsäquator 55, 88
 Himmelsblau 93
 Himmelskugel 20, 88
 Himmelsmechanik 188
 Hintergrund, invariabler 21
 -, der Sonnenscheibe 34
 Hintergrundstrahlung 134
 Hiorter, O. P. 173
 Holographie 117
 Horizont, Refraktion 96
 Horizontpunkte 56
 Horizontalkomponente des Ma-
 gnetfeldes 173
 Hubble-Konstante 54
 Humboldt, A. v. 173
 Huggins, W. 154
 Huygens, Chr. 154
 Huygensches Prinzip 117
 Induktion 177
 Infrarotobjekte 134, 157
 Inklination 173
 Interferenz 117, 154, 166
 Interferenzfilter 151
 Ionisation 150, 156
 Ionisationsenergie 134
 Ionosphäre 172, 184
 Isogone 176
 Jo 66, 70
 Julianisches Datum 70, 77
 Jupiter 64, 84, 86
 -, Masse 84
 -, mittlere Dichte 86
 -, Spektrum 165
 Jupitermonde 64, 83, 96
 -, Abstände 66
 -, Durchmesser 66
 -, Oppositionshelligkeiten 66
 -, Umlaufzeiten 66
 -, Verfinsterung 69
 Kanon der Finsternisse 58
 Kepler, J. 47, 83
 Keplerbahn 80
 Keplergleichung 189
 Keplersche Gesetze 91
 -, erstes 73, 189
 -, zweites 80, 189
 -, drittes 34, 83
 Kernfusion 198
 Kirchhoff, G. R. 150, 154
 Kirchhoff-Planck-Funktion 130,
 144
 Kleinwinkelstreuung 101
 Knotenlinie 58, 191
 Kolumbus, Chr. 172
 Kometen, Belichtungswerte 128
 Kompaß 172
 Konjunktion 42, 70
 -, obere 30
 -, untere 30
 Konstellationen 56
 Kontinuierliches Spektrum 155
 Koordinaten, ekliptikale 38, 81
 -, kartesische 190
 Koordinatensystem,
 sphärisches 22
 Kopernikanisches System 91
 Koplanarität 64
 Korona 150
 Korrektur, Vorzeichenwahl 97
 Kosmologie 47
 Krater 23
 Kreisbahn 73, 83, 86, 189
 -, Radius 83
 Kreisbewegung 64
 Kugelsternhaufen 137
 Kulmination 15
 La Pérouse, J. F. G. 173
 Länge, ekliptikale 29, 40, 69, 81
 -, geographische 14, 173
 Lambertesches Strahlungsgesetz 143
 Laser 117
 Laufzeiteffekt, des Lichtes 70
 Leibnizgebirge 23
 Leuchtkraftklasse 46
 Lichtgeschwindigkeit 35, 69, 130
 Lichtjahr 103
 Lichtkurve 139
 Lichtpole, des Mondes 24
 Lichtstärke 107
 -, geometrische 109
 Linienspektrum 155
 Lippershey, H. 107
 Lockyer, N. 57
 Loys de Chéseaux, J. P. 47
 Luftleuchten 100
 Luftlicht 93
 Luftmasse 98
 Luftunruhe 98
 Luftzellen 102
 Lunar Orbiter 23
 Lyman alpha 155
 Magellansches Wolken 51
 Maiman, T. H. 117
 Magnetfeld, interplanetares 178
 -, irdisches 172, 180
 -, solares 150
 Magnetisches Moment der Erde 175
 Magnetopause 178
 Magnetosphäre 173
 Mare 23
 Mars 86
 Maser 117
 Masse, des Saturn 36
 Masseverhältnis, Erde-Jupiter 85
 Medianwert 200
 Meridian 14
 Merkur 28, 86
 Metastabile Zustände 117
 Meteor-Satelliten 180
 Metius (J. Adriaansz) 107
 Milchstraße 50, 100
 -, Belichtungswerte 53, 128
 Milchstraßenband 51, 101
 Milchstraßensysteme 51
 Mittelwert 200
 Mittlerer Fehler, der Einzelmessung 201
 -, des Mittels 201
 Mißweisung 172
 Monat, anomalistischer 77
 -, siderischer 77
 -, synodischer 73
 Moleküle, dissoziierte 100
 Mond, Belichtungswerte 128
 -, Bahn 73, 80
 -, Bahnstörungen 82
 -, Berge 23, 96
 -, Berghöhen 23
 -, Durchmesser 20, 24, 74, 80, 95
 -, Entfernung 19, 80
 -, Finsternisse 57, 97, 128
 -, Landschaften 23, 103
 -, Oberfläche 23, 103
 -, Parallaxe 19
 -, Scheibe 73
 -, Strahlung 136
 -, Terminator 24
 -, Topographie 23
 -, erstes Viertel 77
 -, letztes Viertel 77
 -, zunehmendes Viertel 23
 Monde, Galileische 64, 83
 Nachrichtensatelliten 180
 Nachtdämmerungsbogen 101
 Nachthimmelslicht 100
 -, Belichtungswerte 128
 Nachtsichtgeräte 101
 Natrium, in der Sonne 162
 Natrium-D-Linie 162, 208
 Nebel, Lichtausbreitung 93
 -, Streulicht 94
 Neptun 86
 Netzhaut 91, 105, 108
 Neumond 77
 Neutron 86
 Neu-Venus 30
 Newton, I. 43, 73, 80, 83, 107, 188
 NOAA-Satelliten 180
 Nova 166
 Novum organum scientiarum 69
 Nuncius siderus 66
 Objektiv 107
 Objektivprisma 162
 Öffnungsverhältnis, des Auges 108
 Olbers, W. 47
 Olbersches Paradoxon 47, 91
 Oppolzer, Th. 58
 Opposition 66, 70
 Oppositionsstellung 36, 42
 Parallaxenellipse 40
 Parsec 44
 Pascal, B. 199
 Pascalsches Dreieck 198
 P-Cygni-Profil 170
 Perigäum 73, 81, 189
 Perihel 189
 Phase des Lichtes 118
 Phaseneffekt 191
 Phasenwinkel 28
 Photometrie 43, 129
 Photometrische Gesetze 102

- Photometrisches Grundgesetz 43, 47
 Photonen 115, 155
 Photosphäre 95, 150, 157, 170
 Pickering, E. C. 154
 Planck, M. 114, 129
 Planeten, Abstände 27
 –, äußere 39
 –, Bahnellipsen 34, 189
 –, Belichtungswerte 128
 –, Bewegung 38, 96
 –, Entfernung 34, 38, 96
 –, erdähnliche 86
 –, innere 28
 –, jupiterähnliche 86
 –, Parallaxen 38
 –, Radius 35
 –, Schleifenbewegung 38, 96
 Plasma 172
 Platte, photographische 91
 Plejaden 100, 111
 Pluto 43
 Poissonverteilung 205
 Polarisierung des Lichtes 105
 Polarlichter 101
 –, Belichtungswerte 128
 Polarstern 99
 Polhöhe 14
 Posidonius 14
 Praesepe 137
 Proctor, R. 50
 Protuberanzen 150
 Ptolemäus 19
 Punkthelligkeiten 102, 109
 Pulsare 86, 102
 Quantelung, von Messungen 198
 Quanten 109, 114
 Quantensprung 155
 Radarmessungen 34, 166
 Radialgeschwindigkeit 35, 170
 Radiusvektor 80
 Randverdunklung 92, 143
 Raumexperimente 100
 Raumteleskope 100, 121
 Rayleigh-Jeansche Näherung 130
 Rayleighsches Gesetz 98
 Reflektor 107
 Refraktion 96
 –, differentielle 96
 Refraktor 107
 Rekombinationsleuchten 100
 Rektaszension 29, 39, 190
 Resonanzen, der Jupitermonde 85
 Restlichtverstärker 101
 Ring, des Saturn 36
 Römer, O. 69
 Rotationszeit 34
 Rotverschiebung 50
 Säkularvariation, des Magnetfeldes 176
 Saroszyklus 59
 Satellit 73, 180
 –, Belichtungswerte 128
 Satellitenbahnen 64, 86, 180
 Satellitenmasse 84
 Saturn 86
 Saturnspektrum 36
 Schalttage 66
 Schatten, der Mondberge 23
 –, des Jupiter 69
 Schatteneintritt, von Jo 70
 Schrötereffekt 32
 Schwerebeschleunigung 86
 Schwerkraftvektor 14
 Schwerpunkt, Erde-Mond 73, 80
 Secchi, A. 154
 Sehstrahl 49
 Sehwinkel 96
 Sekundärspiegel 107
 Siemsenstern 112, 114
 Snellius, W. 154
 Sommer Sonnenwende 55
 Sonne, Aktivität 101, 152
 –, Atmosphäre 144, 148, 150
 –, Belichtungswerte 128
 –, Durchmesser 88, 92, 126, 204
 –, Entfernung 19, 34
 –, Finsternisse 19, 57, 92
 –, Flecken 21, 150
 –, mittlere Dichte 86
 –, Oberflächentemperatur 49, 124, 148
 –, Rand 96, 143
 –, Scheibe 96, 143
 –, Spektrum 135, 154
 –, Strahlung 49, 100
 –, Strahlungsleistung 124, 144
 Sonnensystem 38, 43, 64, 83
 –, Frühgeschichte 86
 Sonnenwind 178
 Spacelab 100
 Speckle-Interferometrie 117
 Spektralanalyse 154
 Spektralbereiche 100
 Spektralklassifikation 154
 Spektrallinien 154
 Spektraltypen 158
 Spektrograph 27, 162
 Sphäre 20
 Spiralnebel 101
 Stark-Effekt 161
 Statistik 198
 Staub, interplanetarer 101
 –, interstellarer 101
 Staubstreuung 93
 Stefan-Boltzmannsches Gesetz 124, 129
 Steinsetzungen 56
 Steinzeit 55, 96
 Sterne, Entfernung 43, 137
 –, Radius 133
 Sternatmosphäre 157, 170
 Sternhaufen 137, 207
 Sternspektren 154, 209
 Sternspuren 14
 –, Belichtungswerte 128
 Stichprobe 200
 Stimulierte Emission 117
 Stonehenge 56
 Strahlenbrechung 96, 154
 Strahlung, elektromagnetische 129
 Strahlungsgesetz, Plancksches 50, 129, 155
 Streulicht 32
 Streuung, des Lichtes 94
 –, statistische 201
 Synchronsatellit 180
 Synchrotronstrahlung 130, 157
 Systematische Fehler 205
 Szintillation 102
 Tägliche Bewegung 88
 Tag- und Nachtgleichen 55
 Teilbilder, der Sonne 96
 Temperaturabhängigkeit, der Spektrallinien 155
 Testverfahren, statistische 199
 Tiefe, optische 49, 93, 143, 156
 Transmission, des Lichtes 94
 Treibhauseffekt 126
 Umfeldleuchtdichte 96
 Umlaufzeit, der Callisto 66
 –, effektive 70
 –, des Jupiter 64, 70, 190
 –, eines Massepunktes 83
 –, des Mondes 73, 80
 –, eines Planeten 35, 83, 190
 –, eines Satelliten 84, 87, 181
 –, siderische 64, 84, 88
 –, synodische 64, 70, 84
 Universum, Alter 54
 –, Ausdehnung 54
 Unschärferelation 114
 Untergang, Sonne 47, 100
 –, Sterne 55
 Uranus 86, 196
 Urknall 134
 UV-Quanten 157
 Variation (magnetische) 172
 Venus, Atmosphäre 32
 –, Durchgänge/Vorübergänge 27, 34
 –, Entfernung zur Erde 27
 –, Entfernung zur Sonne 28
 –, Nachtseite 29
 –, Parallaxe 34
 –, Phasen 28
 –, Radius 29
 –, Schatten 92
 –, Sichelform 30, 96
 –, Terminator 29
 –, Umrise 31
 Vergrößerung 107
 Verkürzung, perspektivische 23
 Verschiebung, parallaktische 20
 Voll-Venus 30
 Vollmond 77, 103
 Vorwärtsstreuung 101
 Wahrscheinlichkeitsdichte 200
 Wahrscheinlichkeitstheorie 199
 Wallebenen 23
 Wasserstoff 86, 102, 154
 Wega 154
 Weglänge, mittlere freie 49
 Wellenlänge, des Lichtes 98, 110, 115
 Weiße Nächte 101
 Wettersatelliten 180
 Wiensche Näherung 130
 Wiensches Verschiebungsgesetz 130
 Winkel, heliozentrischer 71
 –, parallaktischer 20
 Winkelabstand, Sonne-Erde 28
 –, Jupiter-Callisto 88
 –, Venus-Sonne 28
 Winkeldurchmesser 35, 73
 –, des Mondes 73, 80
 –, der Planeten 102
 Winkelgeschwindigkeit 64, 88
 Wirkungsquantum 114, 130
 Wollaston, W. H. 154
 Zeitgleichung 173
 Zenitdistanz 15, 96
 Zentraler Grenzwertsatz 202
 Zentralkräfte 80
 Zentralmasse 73, 83, 86
 Zentralwert 200
 Zentrifugalkraft 84, 86
 Zivilisation 96
 Zodiakalbald 101
 Zodiakallicht 100
 Zweikörperproblem 87
 Zwergsterne 130
 Zustandsgröße 130

Das Experimentieren im naturwissenschaftlichen Unterricht hat an unsern Schulen ein hohes Niveau und eine gute Tradition. Wenn ein neues Gebiet, wie die moderne Astronomie, sich im Unterricht den angemessenen Platz erobern soll, dann müssen die Bedingungen des konkreten Umgangs und der eigenen Erfahrung in dieser neuen Situation sich messen lassen an dem Standard, der auf anderen Gebieten bereits erreicht wurde.

Die Astronomischen Musterversuche wurden mit der Absicht entwickelt, die moderne Astronomie für den Unterricht zugänglich zu machen und eine vorhandene Lücke zu schließen. Dabei war man sich bewußt, daß das Experiment in der Astronomie eine ganz eigene Dimension hat und mit dem Experimentieren auf dem Tisch des Lehrsaals nur selten vergleichbar ist. Um so dringender wurde der Wunsch empfunden, den Horizont zu erweitern und zunächst die nähere Umgebung der Erde und gelegentlich auch die Grenzen des Weltalls in das Blickfeld zu rücken. In vielen Fortbildungsveranstaltungen für Lehrer, die das Land Nordrhein-Westfalen mit Hilfe des Astronomischen Instituts der Ruhr-Universität Bochum durchführen konnte, ergab sich eine geglückte Kooperation zwischen den Wissenschaftlern an der Hochschule und den Lehrern an allgemeinbildenden Schulen. Die einen konnten aus den reichlich vorhandenen Quellen schöpfen, haben das Geeignete ausgewählt und das Buch verfaßt. Die anderen konnten dabei über die Schulter schauen, die Versuche selbst erproben und schließlich auch dem Härtesten in den Schulen aussetzen. So kam eine Reduktion auf das dem Unterricht zuträgliche Maß zustande.

Mit Musterversuchen sind die Themen von Grund- oder Leistungskursen in Astronomie weitgehend abgedeckt. Aber auch der Physiklehrer, der nicht in erster Linie an Astronomie interessiert ist, wird viele Anregungen für seinen Unterricht und faszinierende Anwendungsbeispiele entnehmen können. Nicht zuletzt wird auch der Mathematikunterricht – und man fragt ja heute in der Schule wieder nach anwendungsbezogener Mathematik – aus den Musterversuchen mit Beispielen bereichert.

F. Langensiepen